

考点跟踪训练 19 概率的应用

一、选择题

1. (2011·湖州)下列事件中，必然事件是( )

- A. 掷一枚硬币，正面朝上
- B.  $a$  是实数， $|a| \geq 0$
- C. 某运动员跳高的最好成绩是 20.1 米
- D. 从车间刚生产的产品中任意抽取一个，是次品

答案 B

解析 据绝对值的意义，一个数的绝对值是一个非负数， $|a| \geq 0$ .

2. (2011·东莞)在一个不透明的口袋中，装有 5 个红球 3 个白球，它们除颜色外都相同，从中任意摸出一个球，摸到红球的概率为( )

- A. B. C. D.

答案 C

解析 摸到红球的概率是  $P = \frac{5}{8}$ .

3. (2011·泰安)袋中装有编号为 1,2,3 的三个质地均匀、大小相同的球，从中随机取出一球记下编号后，放入袋中搅匀，再从袋中随机取出一球，两次所取球的编号相同的概率为( )

- A. B. C. D.

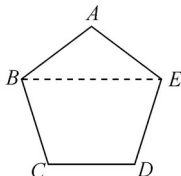
答案 C

解析 列表

	1	2	3
1	1,1	1,2	1,3
2	2,1	2,2	2,3
3	3,1	3,2	3,3

可知两次所取球的编号相同的概率  $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ .

4. (2011·安徽)从正五边形的五个顶点中，任取四个顶点连成四边形，对于事件  $M$ ：“这个四边形是等腰梯形”.下列判断正确的是( )



- A. 事件  $M$  是不可能事件
- B. 事件  $M$  是必然事件
- C. 事件  $M$  发生的概率为  $\frac{1}{5}$
- D. 事件  $M$  发生的概率为  $\frac{4}{5}$

答案 B

解析 连接  $BE$ ，(其他情况类似)

$\because$  正五边形  $ABCDE$ ，

$\therefore BC = DE = CD = AB = AE$ ，

根据多边形的内角和定理得： $\angle A = \angle ABC = \angle C = \angle D = \angle AED = 108^\circ$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle AEB = (180^\circ - \angle A) = 36^\circ$ ，

$\therefore \angle CBE = \angle ABC - \angle ABE = 72^\circ$ ，

$\therefore \angle C + \angle CBE = 180^\circ$ ，

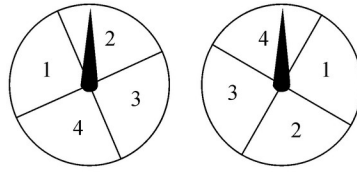
$\therefore BE \parallel CD$ ，

$\therefore$  四边形  $BCDE$  是等腰梯形，

即事件  $M$  是必然事件.

5. (2010·孝感)学生甲与学生乙玩一种转盘游戏.如图是两个完全相同的转盘，每个转盘被分成面积相等的四个区域，分别用数字 1,2,3,4 表示.固定指针，同时转动两个转盘，任其自由停止，若两指针所指数字的积为奇数，则甲获胜；若两指针所指数字的积为偶数

则乙获胜；若指针指向扇形的分界线，则都重转一次．在该游戏中乙获胜的概率是( )



A. B. C. D.

答案 C

解析 列表如下

	1	2	3	4
1	1,1	1,2	1,3	1,4
2	2,1	2,2	2,3	2,4
3	3,1	3,2	3,3	3,4
4	4,1	4,2	4,3	4,4

两指针可指数字的积为偶数的有 12 种情形，乙获胜的概率是 = .

二、填空题

6. (2011·盐城)“任意打开一本 200 页的数学书，正好是第 35 页”，这是\_\_\_\_\_事件 (选填“随机”或“必然”).

答案 随机

解析 打开一本 200 页的书，正好是第 35 页可能发生也可能不发生，应是随机事件.

7. (2011·益阳)在  $-1, 1, 2$  这三个数中任选 2 个数分别作为  $P$  点的横坐标和纵坐标，过  $P$  点画双曲线  $y = \frac{k}{x}$ ，该双曲线位于第一、三象限的概率是\_\_\_\_\_.

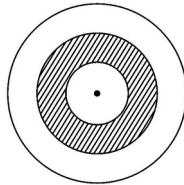
答案

解析 在  $-1, 1, 2$  三个数中任选 2 个，有  $(-1, 1)$ ， $(-1, 2)$ ， $(1, -1)$ ， $(1, 2)$ ， $(2, -1)$ ， $(2, 1)$  六种情况，只有点  $(1, 2)$ ， $(2, 1)$  在第一象限，使双曲线位于第一、三象限，所以概率  $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ .

8. (2011·鸡西)中国象棋红方棋子按兵种不同分布如下：1 个帅，5 个兵；“士、象、马、车、炮”各两个，将所有棋子反面朝上放在棋盘中，任取一个不是士、象、帅的概率是\_\_\_\_\_.

答案

解析 红色棋子共有  $1 + 5 + 2 \times 5 = 16$  个，不是士、象、帅的棋子有  $16 - 2 - 2 - 1 = 11$  个，所以概率  $P = \frac{11}{16}$ .

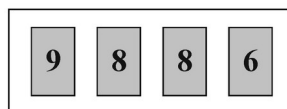


9. (2011·凉山)如图，有三个同心圆，由里向外的半径依次是 2 cm, 4 cm, 6 cm 将圆盘分为三部分，飞镖可以落在任何一部分内，那么飞镖落在阴影圆环内的概率是\_\_\_\_\_.

答案

解析 阴影圆环的面积是  $\pi \times 4^2 - \pi \times 2^2 = 12\pi \text{ cm}^2$ ，而总面积是  $\pi \times 6^2 = 36\pi \text{ cm}^2$ ，所以概率  $P = \frac{12\pi}{36\pi} = \frac{1}{3}$ .

10. (2011·潜江)张凯家购置了一辆新车，爸爸妈妈商议确定车牌号，前三位选定为 8ZK 后，对后两位数字意见有分歧，最后决定由毫不知情的张凯从如图排列的四个数字中随机划去两个，剩下的两个数字从左到右组成两位数，续在 8ZK 之后，则选中的车牌号为 8ZK86 的概率是\_\_\_\_\_.



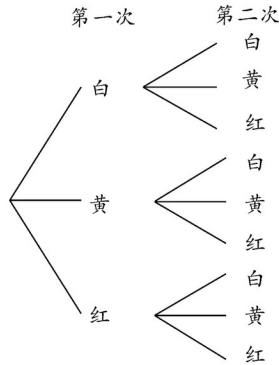
答案

解析 在 9886 中随机划去两个有 98、98、96、88、86、86 六种情形，选中 86 的有两种，其概率  $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

三、解答题

11. (2011·宁波) 在一个不透明的袋子中装有 3 个除颜色外完全相同的小球，其中白球 1 个，黄球 1 个，红球 1 个，摸出一个球记下颜色后放回，再摸出一个球，请用列表或树形图法求两次都摸到红球的概率。

解 树形图如下：



列表如下：

	白	黄	红
白	白白	白黄	白红
黄	黄白	黄黄	黄红
红	红白	红黄	红红

则  $P_{(两次都摸到红球)} = \frac{1}{9}$ 。

12. (2011·威海) 甲、乙二人玩一个游戏，每人抛一个质地均匀的小立方体(每个面分别标有数字 1、2、3、4、5、6)，落定后，若两个小立方体朝上的数字之和为偶数，则甲胜；若两个小立方体朝上的数字之和为奇数，则乙胜。你认为这个游戏公平吗？试说明理由。

解 公平。理由如下：

每次游戏时，所有可能出现的结果如下：

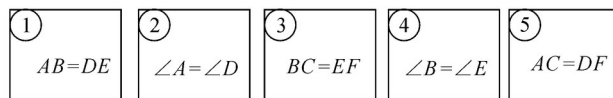
甲 乙	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

总共有 36 种结果，每种结果出现的可能性相同，其中两数字之和为偶数的有 18 种，两数字之和为奇数的有 18 种，每人获胜的概率均为  $\frac{1}{2}$ ，所以游戏是公平的。

13. (2011·达州) 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中， $\angle C = \angle F = 90^\circ$ 。有如下五张背面完全相同的纸牌①、②、③、④、⑤，其正面分别写有五个不同的等式，小民将这五张纸牌背面朝上洗匀后先随机摸出一张(不放入)，再随机摸出一张。请结合以上条件，解答下列问题。

(1) 用树状图(或列表法)表示两次摸牌所有可能出现的结果(纸牌用①、②、③、④、⑤表示)；

(2) 用两次摸牌的结果和  $\angle C = \angle F = 90^\circ$  作为条件，求能满足  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  全等的概率。



解 (1) 列表如下：

	①	②	③	④	⑤
①		① ②	① ③	① ④	① ⑤

②	②	①		②	③	②	④	②	⑤
③	③	①	③	②		③	④	③	⑤
④	④	①	④	②	④	③		④	⑤
⑤	⑤	①	⑤	②	⑤	③	⑤	④	

∴两次摸牌所有可能出现的结果共有 20 种 .

(用树状图解亦可)

(2)两次摸牌所有可能出现的结果共有 20 种, 其中满足  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  的有 18 种可能,

∴  $P(\text{能满足 } \triangle ABC \cong \triangle DEF) = \frac{18}{20} = \frac{9}{10}$ .

14. (2011·芜湖)在复习《反比例函数》一课时, 同桌的小明和小芳有一个问题观点不一致. 小明认为如果两次分别从 1~6 六个整数中任取一个数, 第一个数作为点  $P$  的横坐标, 第二个数作为点  $P$  的纵坐标, 则点  $P$  在反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象上的概率一定大于在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上的概率, 而小芳却认为两者的概率相同. 你赞成谁的观点?

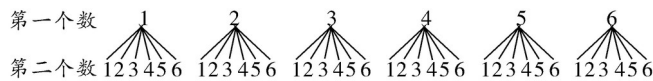
(1)试用列表或画树状图的方法列举出所有点  $P$  的情形;

(2)分别求出点  $P$  在两个反比例函数的图象上的概率, 并说明谁的观点正确.

解 (1)列表如下:

第二个数 第一个数	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

或画树状图如下:



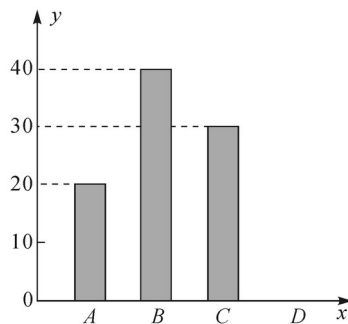
(2)由树状图或表格可知, 点  $P$  共有 36 种可能的结果, 且每种结果出现的可能性相同, 点(3,4), (4,3), (2,6), (6,2)在反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  的图象上, 点(2,3), (3,2), (1,6), (6,1)在反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象上; 故点  $P$  在反比例函数  $y = \frac{1}{x}$  和  $y = \frac{2}{x}$  的图象上的概率相同, 都是  $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ . 所以小芳的观点正确.

15. (2011·烟台)“五·一”假期, 某公司组织部分员工分别到  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四地旅游, 公司按定额购买了前往各地的车票. 下图是未制作完的车票种类和数量的条形统计图, 根据统计图回答下列问题:

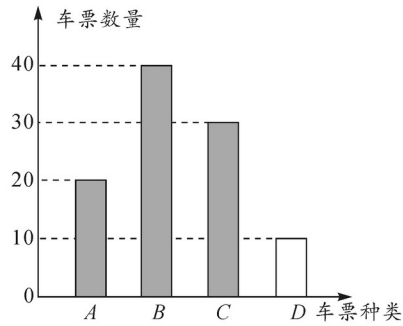
(1)若去  $D$  地的车票占全部车票的 10%, 请求出  $D$  地车票的数量, 并补全统计图;

(2)若公司采用随机抽取的方式分发车票, 每人抽取一张(所有车票的形状、大小、质地完全相同且充分洗匀), 那么员工小胡抽到去  $A$  地的概率是多少?

(3)若有一张车票, 小王、小李都想要, 决定采取抛掷一枚各面分别标有 1,2,3,4 的正四面体骰子的方法来确定, 具体规则是: “每人各抛掷一次, 若小王掷得着地一面的数字比小李掷得着地一面的数字小, 车票给小王, 否则给小李”. 试用“列表法或画树状图”的方法分析, 这个规则对双方是否公平?



解 (1) 设  $D$  地车票有  $x$  张, 则  $x = (x + 20 + 40 + 30) \times 10\%$ , 解得  $x = 10$ .  
 即  $D$  地车票有 10 张. 补全统计图, 如下图所示.

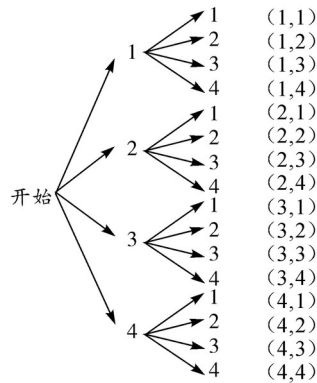


(2) 小胡抽到去  $A$  地的概率为  $=$ .

(3) 以列表法说明:

小李掷得数字 小王掷得数字	1	2	3	4
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)

或者画树状图法说明:



由此可知, 共有 16 种等可能结果. 其中小王掷得数字比小李掷得数字小的有 6 种:  
 $(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4)$ .

$\therefore$  小王掷得数字比小李掷得数字小的概率为  $=$ .

则小王掷得数字不小于小李掷得数字的概率为  $1 - =$ . 所以这个规则对双方不公平.