2015年上海市初中毕业统一学业考试数学试卷

一、选择题：(每题4分，共24分)

1、下列实数中，是有理数的为……………………………………………………………（ ）

A、$\sqrt{2}$； B、$\sqrt[3]{4}$； C、π； D、0．

【答案】D

【解析】整数或有限小数是有理数，无限不循环小数为无理数，故选D。

2、当$a>0$时，下列关于幂的运算正确的是…………………………………………………（ ）

A、$a^0=1$； B、$a^{-1}=-a$； C、$(-a)^2=-a^2$； D、$a^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{a^2}$．

【答案】A.

【解析】除了0以外，任何数的0次都等于1，因为a＞0，所以，$a^0=1$

3、下列y关于x的函数中，是正比例函数的为…………………………………………（ ）

A、$y=x^2$； B、$y=\frac{2}{x}$； C、$y=\frac{x}{2}$； D、$y=\frac{x+1}{2}$．

【答案】C

【解析】$y=\frac{x}{2}=\frac{1}{2}x$，是正比例函数，选C。

4、如果一个正多边形的中心角为72°，那么这个正多边形的边数是……………………（ ）

A、4； B、5； C、6； D、7．

【答案】B.

【解析】边数为$n=\frac{360}{72}=5$。

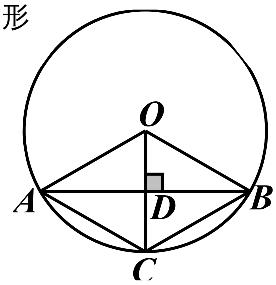
5、下列各统计量中，表示一组数据波动程度的量是…………………………………（ ）

A、平均数； B、众数； C、方差； D、频率．

【答案】C

【解析】方差反应数据波动程度，方差大，波动大，方差小，波动小，稳定。

6、如图，已知在⊙O中，AB是弦，半径$OC⊥AB$，垂足为点D，要使四边形$OACB$为菱形，还需要添加一个条件，这个条件可以是……………………



……………………………（ ）

A、$AD = BD$；　　　　B、$OD = CD$；

C、$\angle CAD = \angle CBD$；　　　　D、$\angle OCA = \angle OCB$．

【答案】B

【解析】因 $OC \perp AB$，由垂径定理，知 AD＝BD，若 OD＝CD，则对角线互相垂直且平分，所以，OACB 为菱形。

二、填空题：(每题 4 分，共 48 分)

7、计算：$|-2| + 2 =$________．

【答案】4.

【解析】考查绝对值的定义。原式＝2＋2＝4。

8、方程 $\sqrt{3x-2} = 2$ 的解是________________．

【答案】x=2

【解析】两边平方，得：3x－2＝4，解得：x＝2

9、如果分式 $\dfrac{2x}{x+3}$ 有意义，那么 x 的取值范围是_____________．

【答案】$x \neq -3$

【解析】由 x＋3≠0，即 $x \neq -3$

10、如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x - m = 0$ 没有实数根，那么 m 的取值范围是_________．

【答案】$m < -4$

【解析】$\Delta = 16 + 4m < 0$，$\therefore m < -4$

11、同一温度的华氏度数 y(℉)与摄氏度数 x(℃)之间的函数关系是 $y = \dfrac{9}{5}x + 32$．如果某一温度的摄氏度数是 25℃，那么它的华氏度数是________℉．

【答案】77

【解析】$y = \dfrac{9}{5}x + 32 = \dfrac{9}{5} \times 25 + 32 = 77$

12、如果将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 向上平移，使它经过点 $A(0，3)$，那么所得新抛物线的表达式是________________．

【答案】$y = x^2 + 2x + 3$

【解析】抛物线方程配方，得：$y=(x+1)^2-2$，向上平移，得：$y=(x+1)^2+c$，

经过点 A（0,3），则： $3=1+c$，$c=2$，

所以，新抛物线的表达式是：$y=(x+1)^2+2=x^2+2x+3$。

13、某校学生会提倡双休日到养老院参加服务活动，首次活动需要 7 位同学参加，现有包括小杰在内的 50 位同学报名，因此学生会将从这 50 位同学中随机抽取 7 位，小杰被抽到参加首次活动的概率是__________

【答案】0.14.

【解析】$7\div 50=0.14$

14、已知某校学生“科技创新社团”成员的年龄与人数情况如下表所示：

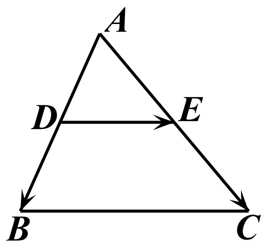
年龄(岁)	11	12	13	14	15
人数	5	5	16	15	12

那么“科技创新社团”成员年龄的中位数是_______岁．

【答案】14

【解析】共有 53 人，由小到大排列，中位数是第 27 个，故填 14。

15、如图，已知在△*ABC* 中，*D*、*E* 分别是边 *AB*、边 *AC* 的中点，$\overrightarrow{AB}=\vec{m}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{n}$，那么向量 $\overrightarrow{DE}$ 用向量 $\vec{m}$、$\vec{n}$ 表示为______________.



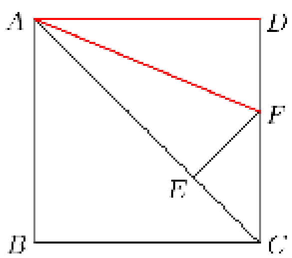
【答案】$\frac{1}{2}\vec{n}-\frac{1}{2}\vec{m}$

【解析】因为 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\vec{n}-\vec{m}$，因为 DE 为中位线，所以，$\overrightarrow{DE}=\frac{1}{2}\vec{n}-\frac{1}{2}\vec{m}$

16、已知 *E* 是正方形 *ABCD* 的对角线 *AC* 上一点，*AE*＝*AD*，过点 *E* 作 *AC* 的垂线，交边 *CD* 于点 *F*，那么∠*FAD*＝________度．

【答案】22.5.

【解析】



如图所示，可得$\triangle AEF \cong \triangle ADF$，

$\therefore \angle FAD = \angle FAE = 22.5$度

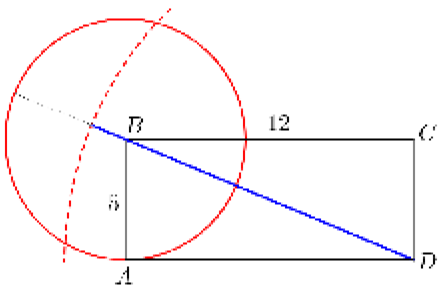
17、在矩形 $ABCD$ 中，$AB = 5$，$BC = 12$，点 A 在⊙B 上．如果⊙D 与⊙B 相交，且点 B 在⊙D 内，那么⊙D 的半径长可以等于___________．(只需写出一个符合要求的数)

【答案】15

【解析】

⊙D 与⊙B 相交可得到$13-5<R<13+5$，即$8<R<18$，又因为点 B 在⊙D 内，

$\therefore R>13$，综上所述，答案为符合$13<R<18$的数



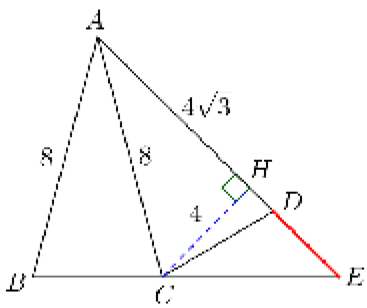
18、已知在△ABC 中，$AB = AC = 8$，$\angle BAC = 30°$．将△ABC 绕点 A 旋转，使点 B 落在原△ABC 的点 C 处，此时点 C 落在点 D 处．延长线段 AD，交原△ABC 的边 BC 的延长线于点 E，那么线段 DE 的长等于___________．

【答案】$4\sqrt{3}-4$

【解析】

如图，$AH=4\sqrt{3}$，$CH=EH=4$，$\therefore AE=4\sqrt{3}+4$，$\because AD=8$

$\therefore DE=AE-AD=4\sqrt{3}-4$



三、解答题

19、(本题满分 10 分)先化简，再求值：$\frac{x^2}{x^2+4x+4} \div \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2}$，其中 $x=\sqrt{2}-1$．

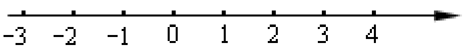
【解析】

化简得：原式 $= \frac{x}{x+2} - \frac{x-1}{x+2} = \frac{1}{x+2}$，

当 $x=\sqrt{2}-1$ 时，原式 $= \frac{1}{\sqrt{2}-1+2} = \sqrt{2}-1$

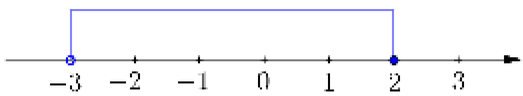
20、(本题满分 10 分)

解不等式组：$\begin{cases} 4x > 2x-6 \\ \frac{x-1}{3} \le \frac{x+1}{9} \end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来．



【解析】

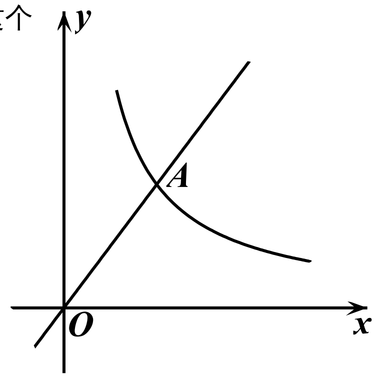
$4x > 2x-6 \Rightarrow x > -3$，且 $\frac{x-1}{3} \le \frac{x+1}{9} \Rightarrow x \le 2$，∴解集为 $-3 < x \le 2$



21、(本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分)

已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正比例函数 $y=\frac{4}{3}x$ 的图像经过点 A，点 A 的纵坐标为 4，反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图像也经过点 A，第一象限内的点 B 在这个反比例函数的图像上，过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 C，且 $AC=AB$．

求：(1)这个反比例函数的解析式；(2)直线 AB 的表达式．



【解析】

（1）点 $A(3,4)$，

∵ $y=\frac{m}{x}$ 也经过点 A，∴ $m=12$

∴反比例函数的解析式为 $y=\frac{12}{x}$

（2）设 $B(b,\frac{12}{b})$，∴ $C(0,\frac{12}{b})$

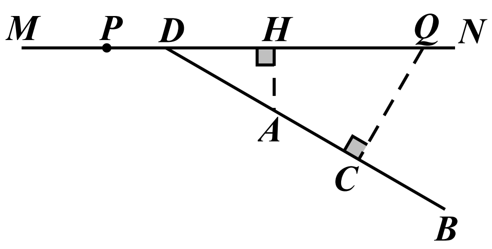
$\because AC = AB$，解得$b = 6$，$\therefore B(6,2)$，$\therefore$直线AB的表达式$y = -\dfrac{2}{3}x + 6$

22、(本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分)

如图，MN 表示一段笔直的高架道路，线段 AB 表示高架道路旁的一排居民楼．已知点 A 到 MN 的距离为 15 米，BA 的延长线与 MN 相交于点 D，且∠BDN = 30°，假设汽车在高速道路上行驶时，周围 39 米以内会受到噪音的影响．

(1)过点 A 作 MN 的垂线，垂足为点 H．如果汽车沿着从 M 到 N 的方向在 MN 上行驶，当汽车到达点 P 处时，噪音开始影响这一排的居民楼，那么此时汽车与点 H 的距离为多少米？

(2)降低噪音的一种方法是在高架道路旁安装隔音板．当汽车行驶到点 Q 时，它与这一排居民楼的距离 QC 为 39 米，那么对于这一排居民楼，高架道路旁安装的隔音板至少需要多少米长？(精确到 1 米) (参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.7$)



【解析】

(1) $\because AP = 39$，$AH = 15$

$\therefore PH = \sqrt{AP^2 - AH^2} = 36$

(2) $\angle BDN = 30°$

$\because AH = 15$，$\therefore DH = 15\sqrt{3}$

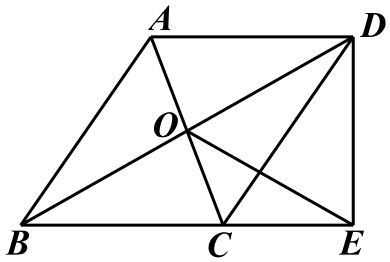
$\because QC = 39$，$\therefore DQ = 78$

$\therefore PQ = PH + DQ - DH = 114 - 15\sqrt{3} \approx 89$（米）

23、(本题满分 12 分，每小题满分各 6 分)

已知：如图，平行四边形 ABCD 的对角线相交于点 O，点 E 在边 BC 的延长线上，且 OE = OB，联结 DE．

(1)求证：DE⊥BE； (2)如果 OE⊥CD，求证：BD·CE = CD·DE．



【解析】

（1）由 $OE=OB=OD$ 可证 $DE\perp BE$

（2）通过证明 $\triangle CED\backsim\triangle DEB$

可证 $BD\cdot CE=CD\cdot DE$

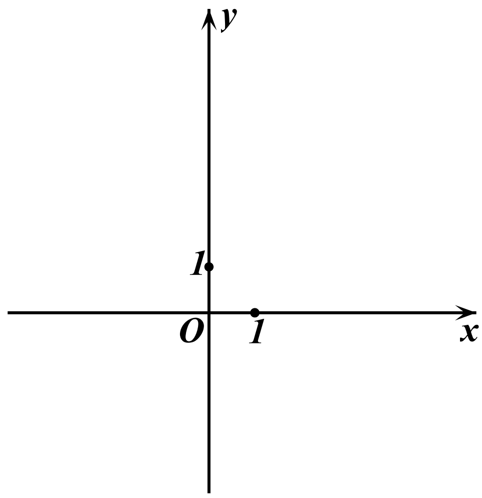
24、(本题满分 12 分，每小题满分各 4 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中(如图)，抛物线 $y=ax^2-4$ 与 x 轴的负半轴相交于点 A，与 y 轴相交于点 B，$AB=2\sqrt{5}$．点 P 在抛物线上，线段 AP 与 y 轴的正半轴交于点 C，线段 BP 与 x 轴相交于点 D．设点 P 的横坐标为 m．

(1)求这条抛物线的解析式；

(2)用含 m 的代数式表示线段 CO 的长；

(3)当 $\tan\angle ODC=\dfrac{3}{2}$ 时，求 $\angle PAD$ 的正弦值．



【解析】

（1）由 $AB=2\sqrt{5}$，$OB=4$ 可得 $A(-2,0)$

代入抛物线，解得 $a=1$，$\therefore y=x^2-4$

（2）$P(m,m^2-4)$，$A(-2,0)$

$\therefore$ 直线 AP 为 $y=(m-2)x+(2m-4)$

$\therefore OC=2m-4$

（3）$\tan\angle ODC=\dfrac{OC}{OD}=\dfrac{m(m-2)}{2}=\dfrac{3}{2}$，解得 $m=3$，$\therefore P(3,5)$

$\therefore \sin\angle PAD=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

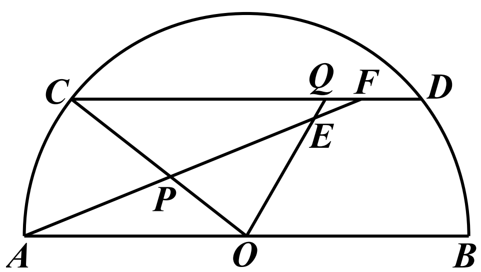
25、(本题满分 14 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 5 分，第(3)小题满分 5 分)

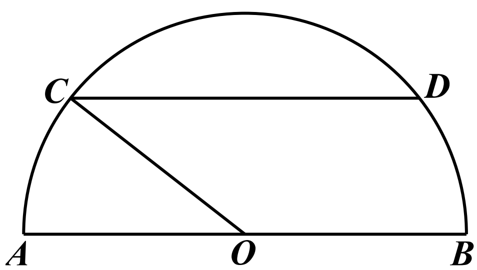
已知：如图，AB 是半圆 O 的直径，弦 $CD\parallel AB$，动点 P、Q 分别在线段 OC、CD 上，且 $DQ=OP$，AP 的延长线与射线 OQ 相交于点 E、与弦 CD 相交于点 F(点 F 与点 C、D 不重合)，$AB=20$，$\cos\angle AOC=\dfrac{4}{5}$．设 $OP=x$，$\triangle CPF$ 的面积为 y．

(1)求证：$AP=OQ$；

(2)求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域；

(3)当 $\triangle OPE$ 是直角三角形时，求线段 OP 的长．





备用图

【解析】

（1）通过证明$\triangle AOP \cong ODQ$可证$AP = OQ$

（2）作$PH \perp OA$，$\therefore OH = \frac{4}{5}x$，$PH = \frac{3}{5}x$，$S_{\triangle AOP} = 3x$

$\because \triangle PFC \backsim \triangle PAO$，$\therefore \frac{y}{S_{\triangle AOP}} = (\frac{CP}{OP})^2 = (\frac{10-x}{x})^2$，

即$y = \frac{3x^2 - 60x + 300}{x}$ $(\frac{50}{13} < x < 10)$

（3）当$\angle POE = 90°$时，$CQ = 12.5$，$OP = DQ = CD - CQ = 3.5$（舍）

当$\angle OPE = 90°$时，$OP = 8$

当$\angle OEP = 90°$时，此种情况不存在

$\therefore$ 线段OP的长为8

2015年上海中考数学解析

一、 选择题：

1	2	3	4	5	6
D	A	C	B	C	B

二、 填空题：

7	8	9	10	11	12
4	$x=2$	$x\neq 3$	$m<-4$	77	$y=x^2+2x+3$
13	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
$\frac{7}{50}$	14	$\frac{1}{2}\overrightarrow{n}-\frac{1}{2}\overrightarrow{m}$	22.5	14	$4\sqrt{3}-4$

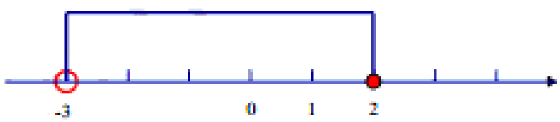
三、 解答题：

19． 原式$=\dfrac{x^2}{(x+2)^2}\cdot\dfrac{x+2}{x}-\dfrac{x-1}{x+2}=\dfrac{x}{x+2}-\dfrac{x-1}{x+2}=\dfrac{1}{x+2}$，

当 $x=\sqrt{2}-1$ 时，原式$=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$

20． $\left.\begin{cases}4x>2x-6\Rightarrow x>-3\\ \dfrac{x-1}{3}\le\dfrac{x+1}{9}\Rightarrow x\le 2\end{cases}\right\}\Rightarrow -3<x\le 2$

在数轴上画出解集，如下图所示：



21． (1) 由已知，$A(3,4)$，故反比例函数的解析式为 $y=\dfrac{12}{x}$；

(2)设 $B\left(m,\dfrac{12}{m}\right)$，则 $C\left(0,\dfrac{12}{m}\right)$，

$AB=AC$，即 $(3-m)^2+\left(4-\dfrac{12}{m}\right)^2=3^2+\left(4-\dfrac{12}{m}\right)^2$

解得，$m_1=0$（舍），$m_2=6$，即点 B 的坐标为 $(6,2)$

$\therefore$ 直线 AB 的解析式为 $y=-\dfrac{2}{3}x+6$

22． (1)联结 PA，由已知，$AP=39m$，在 $Rt\Delta APH$ 中，

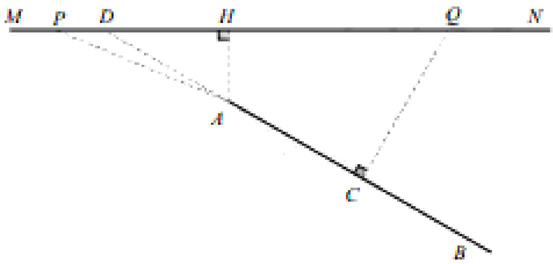
$PH=\sqrt{AP^2-AH^2}=\sqrt{39^2-15^2}=36$（米）；

(2)由题意，隔音板位置应从 P 到 Q，

在 $Rt\Delta ADH$ 中，$DH=AH\cdot\cot 30°=15\sqrt{3}$（米）；

在 $Rt\Delta CDQ$ 中，$DQ=\dfrac{CQ}{\sin 30°}=\dfrac{39}{\frac{1}{2}}=78$（米）；

$PQ=PH+HQ=PH+DQ-DH=36+78-15\sqrt{3}\approx 114-15\times 1.7=88.5\approx 89$（米）.



23． (1)∵ $OB=OE$，∴ $\angle OEB=\angle OBE$

∵四边形 $ABCD$ 是平行 XRS 四边形，∴ $OB=OD$；

∵ $OB=OE$，∴ $OD=OE$，∴ $\angle OED=\angle ODE$；

∵在 $\triangle BED$ 中，$\angle OEB+\angle OBE+\angle OED+\angle ODE=180°$，

∴ $\angle OEB+\angle OED=90°$，即 $\angle BED=90°$，故 $DE\perp BE$．

(2)设 OE 交 CD 于 H．

∵ $OE\perp CD$ 于 H，∴ $\angle CHE=90°$，∴ $\angle CEH+\angle HCE=90°$；

∵ $\angle CED=90°$，∴ $\angle CDE+\angle DCE=90°$，

∴ $\angle CDE=\angle CEH$；

∵ $\angle OEB=\angle OBE$，∴ $\angle OBE=\angle CDE$；

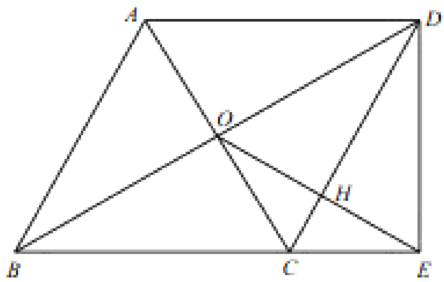
在 ΔCED 与 ΔDEB 中

$$\begin{cases}\angle CED=\angle DEB\\ \angle CDE=\angle DBE\end{cases}$$

∴ $\Delta CED\backsim\Delta DEB$

∴ $\dfrac{CE}{DE}=\dfrac{CD}{DB}$，即 $BD\cdot CE=CD\cdot DE$

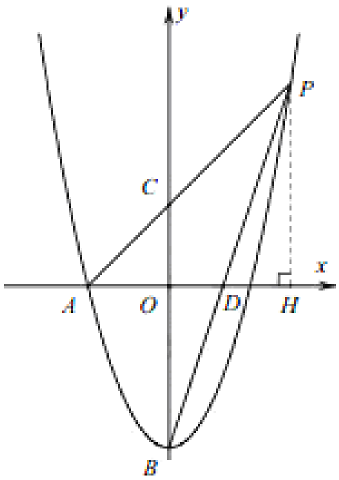
得证.



24．(1) $AB=2\sqrt{5}$，$OB=4$

$\therefore OA=2$，即 $A(-2,0)$

$\therefore$二次函数解析式为 $y=x^2-4$



(2) 由(1)得，$P(m,m^2-4)$

$\therefore l_{AP}: y=(m-2)x+2(m-2)$

$l_{BP}: y=mx-4$

$\therefore OC=2m-4$，$OD=\dfrac{4}{m}$

(3) $\tan\angle ODC=\dfrac{OC}{OD}=\dfrac{m(m-2)}{2}=\dfrac{3}{2}$

解得，$m=3$（舍负）

作 $PH\perp x$ 轴

$\therefore PH=m^2-4=5$，$AH=AO+OH=5$

$\therefore AP=5\sqrt{2}$

$\therefore \sin\angle PAD=\dfrac{PH}{AP}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

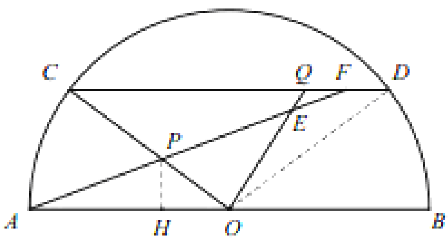
25．(1) 联结 OD

$AO=OD$，$\angle AOC=\angle C=\angle ODQ$

$OP=DQ$

$\therefore \Delta AOP\cong\Delta ODQ$

$\therefore AP=OQ$



(2) 作 $PH\perp OA$

$\therefore OH=\dfrac{4}{5}OP=\dfrac{4}{5}x$，$PH=\dfrac{3}{5}x$

$\therefore S_{\Delta AOP}=\dfrac{1}{2}AO\cdot PH=3x$

又 $\Delta PFC\backsim\Delta PAO$

$\therefore \dfrac{y}{S_{\Delta AOP}}=\left(\dfrac{CP}{OP}\right)^2=\left(\dfrac{10-x}{x}\right)^2$，即 $y=\dfrac{3x^2-60x+300}{x}\left(\dfrac{50}{13}<x<10\right)$

(3) 当 $\angle POE=90^\circ$ 时，$CQ=\dfrac{OC}{\cos\angle QCO}=\dfrac{25}{2}$，$OP=DQ=CD-CQ=\dfrac{7}{2}$（舍）

当 $\angle OPE=90^\circ$ 时，$OP=AO\cdot\cos\angle COA=8$

当 $\angle OEP=90^\circ$ 时，$\angle AOQ=\angle DQO=\angle APO$

$\therefore \angle AOC=\angle AEO$，即 $\angle OEP=\angle COA$，即，此种情况 XRS 不存在

$\therefore$线段 OP 的长为 8