

常州市 2013 中考数学试卷分析

数 学 试 题

注意事项：

1. 本试卷共 6 页，全卷满分 120 分，考试时间为 20 分钟，考生将答案全部填写在答题卡位置上，写在本试卷上无效，考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回，考试时不允许使用计算器。
2. 答题前，考生务必将自己的姓名、考试证号填写在试卷上，并赶写好答题卡上的考生信息。
3. 作图必须用 2B 铅笔，并加黑加粗，描写清楚。

一. 选择题 (本大题共有 8 小题，每小题 2 分，共 16 分，在每小题所给的四个选项中，只有一项是正确的)

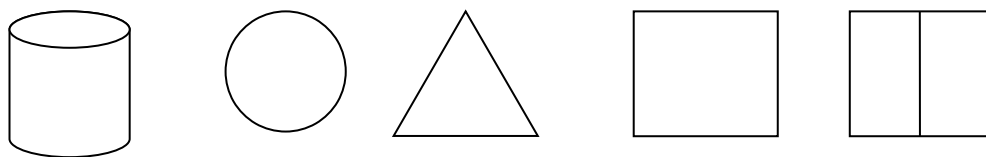
1. 在下列实数中，无理数是 ()

- A. 2 B. 3.14 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{3}$

答案:D

解析：无理数指无限不循环小数，而 A、B、C 分别是整数、有理数、分数，而 D 是无理数。

2. 如图所示圆柱的左视图是 ()



(第 2 题)

- A. B. C. D.

答案：C

解析：圆柱体：正视图是长方形，左视图是长方形，俯视图是圆形

3. 下列函数中，图像经过点 (1, -1) 的反比例函数关系式是 ()

- A. $y = -\frac{1}{x}$ B. $y = \frac{1}{x}$ C. $y = \frac{2}{x}$ D. $y = -\frac{2}{x}$

答案：A

解析：将点坐标带入各个选项中，发现只有 A 选项符合

4. 下列计算中，正确的是 ()

- A. $(a^3b)^2 = a^6b^2$ B. $a \cdot a^4 = a^4$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $3a + 2b = 5ab$

答案：A

解析：幂运算公式的应用，B 为 a 的 5 次方，C 为 a 的 4 次方，D 为原式

5. 已知：甲乙两组数据的平均数都是 5，甲组数据的方差 $S_{甲}^2 = \frac{1}{12}$ ，乙组数据的方差

$S_{乙}^2 = \frac{1}{10}$ ，下列结论中正确的是 ()

- A. 甲组数据比乙组数据的波动大 B. 乙组数据的比甲组数据的波动大
C. 甲组数据与乙组数据的波动一样大 D. 甲组数据与乙组数据的波动不能比较

答案：B

解析：当均值相同时，方差越大，成绩越不稳定，反之亦然。

6.已知⊙O的半径是6，点O到直线l的距离为5，则直线l与⊙O的位置关系是（
）

A. 相离 B. 相切 C. 相交 D. 无法判断

答案：C

解析：圆半径为6，圆心到直线距离为5，当圆心到直线距离小于半径时，直线与圆相交。

7.二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a、b、c为常数且 $a \neq 0$) 中的x与y的部分对应值如下表：

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12

给出了结论：

(1)二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 有最小值，最小值为-3；

(2)当 $-\frac{1}{2} < x < 2$ 时， $y < 0$ ；

(3)二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与x轴有两个交点，且它们分别在y轴两侧。

则其中正确结论的个数是 ()

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

答案：B

解析：将 $(-1, 0)$ ， $(0, -3)$ ， $(3, 0)$ 代入解析式，得到二次函数为 $y = x^2 - 2x - 3$ ，配方后二次函数变为 $y = (x - 1)^2 - 4$ ，所以函数最小值为-4；此题可以借助二次函数图像，

很容易看出 (2)、(3) 是对的；所以正确的有 2 个

8.有3张边长为a的正方形纸片，4张边分别为a、b($b > a$)的矩形纸片，5张边长为b的正方形纸片，从其中取出若干张纸片，每种纸片至少取一张，把取出的这些纸片拼成一个正方形(按原纸片进行无空隙、无重叠拼接)，则拼成的正方形的边长最长可以为 ()

A. $a+b$ B. $2a+b$ C. $3a+b$ D. $a+2b$

答案：D

解析：将各个选项进行完全平方展开，C首先排除，需要9个正方形才行，A、B、D都可以，但是由于 $b > a$ ，所以表达式中b越大，则面积越大，故选D

二. 填空题 (本大题共有9小题，第9小题4分，其余8小题每小题2分，共20分，不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应的位置上)

9.计算 $-(-3) = \underline{3}$ ， $|-3| = \underline{3}$ ， $(-3)-1 = \underline{-4}$ ， $(-3)^2 = \underline{-6}$ 。

解析：考查绝对值及相反数的运算。

10.已知点P(3, 2)，则点P关于y轴的对称点P₁的坐标是 $\underline{(-3, 2)}$ ，点P关于原点O的对称点P₂的坐标是 $\underline{(-3, -2)}$ 。

解析：考查点关于x轴、y轴及原点对称问题。

11.已知一次函数 $y = kx + b$ (k、b为常数且 $k \neq 0$) 的图象经过点A(0, -2) 和点B(1, 0)，则 $k = \underline{2}$ ， $b = \underline{-2}$ 。

解析：一次函数，利用待定系数法，将A、B两点代入一次函数解析式可得k与b

12.已知扇形的半径为6cm，圆心角为150°，则此扇形的弧长是 $\underline{5\pi}$ cm，扇形的面积是 $\underline{15\pi}$ cm² (结果保留π)。

解析：求有关弧长、面积问题，扇形弧长 $l = \frac{n\pi r}{180}$ ，扇形面积 $= \frac{1}{2}lr$

13. 函数 $y = \sqrt{x-3}$ 中自变量 x 的取值范围是 $x \geq 3$ ，若分式 $\frac{2x-3}{x+1}$ 的值为 0，则 $x = \frac{3}{2}$ 。

解析：二次根式及分式的概念

14. 我市某一周的每一天的最高气温统计如下表：

最高气温 (°C)	25	26	27	28
天数	1	1	2	3

则这组数据的中位数是 27，众数是 28。

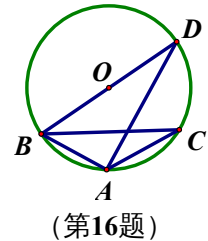
解析：考查中位数、众数基本概念

15. 已知 $x = -1$ 是关于 x 的方程 $2x^2 + ax - a^2 = 0$ 的一个根，则 $a = -2$ 或 1。

解析：本题主要考察一元二次方程知识点，首先可以根据 x 的解代入方程，得到 $a^2 + a - 2 = 0$ ，转化为关于 a 的一元二次方程，从而可根据一元二次方程的四种解法解出 a 的值，用因式分解法颇为简单

16. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle BAC = 120^\circ$ ， $AB = AC$ ， BD 为 $\odot O$ 的直径， $AD = 6$ ，则 $DC = 2\sqrt{3}$ 。

解析：考查圆内相关问题。由 $\angle BAC = 120^\circ$ ， $AB = AC$ 得 $\angle C = 30^\circ$ ，则 $\angle D = 30^\circ$ ，由直径所对的圆周角为直角得 $AB = 2\sqrt{3}$ ， $\angle DBC = 30^\circ$ ，在同圆中圆周角所对的弦相等得 $AB = CD$



17. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知第一象限内的点 A 在反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上，

第二象限内的点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，连接 OA 、 OB ，若 $OA \perp OB$ ， $OB =$

$\frac{\sqrt{2}}{2} OA$ ，则 $k = -\frac{1}{2}$ 。

解析：考查反比例函数，相似的性质。过点 A 作 AC 垂直 x 轴交于 C 点，过点 B 作 BD 垂直于 x 轴于 D 点，由已知得 $\triangle AOC \sim \triangle OBD$ ，由 $OB = \frac{\sqrt{2}}{2} OA$ 得 $S_{\triangle AOC} : S_{\triangle OBD} = 2 : 1$ ，

又 $S_{\triangle AOC} = \frac{1}{2}$ ， $S_{\triangle OBD} = \frac{|k|}{2}$

三、解答题 (本大题共 2 小题，共 18 分)

18. 化简 (每小题 4 分，共 8 分)

$$\sqrt{4} - (-2013)^0 + 2\cos 60^\circ$$

解析： $=2 - 1 + 1$

$$=2$$

本题目主要考察平方根、幂的运算和锐角三角函数最基本的知识点，属于简单题

$$\frac{2x}{x^2 - 4} - \frac{1}{x + 2}$$

解析：本题目主要考察分式的化简习题，首先要去寻找分母的最小公倍数，需要注意的是当把后面分式的分母 $x+2$ 化为 $x^2 - 4$ 时，分母上此时变为 $x - 2$ ，这时候减去的需要时一个整体 $-(x - 2)$

19.解方程组和不等式组：(每小题 5 分，共 10 分)

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + 4y = 6 \end{cases}$$

解析：本题目主要考察二元一次方程的解法，我们可以采用代入消元法或加减消元法去做

法一：我们可以把 x 用 y 代替，或把 y 用 x 代替，代入另外一个式子，从而解出其中一个字母，最后解出另外一个，此方法为代入消元法

法二：我们可以把 x 或 y 前面的系数化为相等或相反的数，从而再把他们相减或相加，起到消元的效果，此方法为加减消元法

$$\frac{7}{x - 2} = \frac{5}{2}$$

解析：此题目主要考察解分式方程，解分式方程的中心思想是要把分式方程转化为整式方程，最终还要把结果进行检验，以免产生增根

四、解答题（本大题共 2 小题，共 15 分请在答题卡指定区域内作答，解答或写出文字说明及演算步骤）

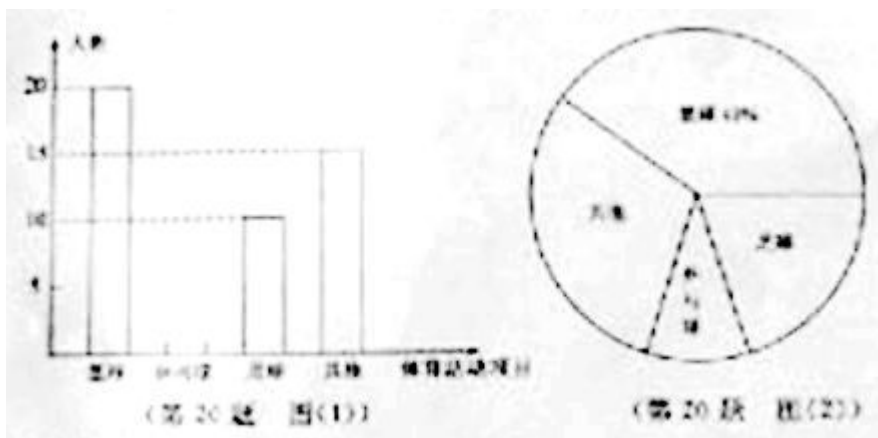
20. (本小题满分 7 分)

为保证中小学生每天锻炼一小时，某校开展了形式多样的体育活动项目，小明对某班同学参

加锻炼的情况进行了统计，并绘制了下面的统计图（1）和图（2）。

(1) 请根据所给信息在图（1）中将表示“乒乓球”项目的图形补充完整；

(2) 扇形统计图（2）中表示“足球”项目扇形的圆心角度数为 72°。



解析：本题主要考察统计相关知识，思路简单，主要思路为根据已知某项具体的人数及所占的比例求出总的人数，可算出各自所占的百分比，最后算出对应的圆心角的度数。该题属于基础型题。

21. (本小题满分8分)

一只不透明的箱子里共有3个球，其中2个白球，1个红球，它们除颜色外均相同。

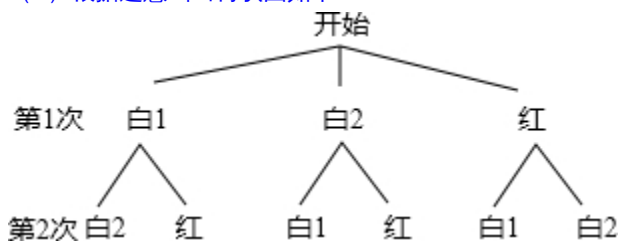
(1) 从箱子中随机摸出一个球是白球的概率是多少？

(2) 从箱子中随机摸出一个球，记录下颜色后不将它放回箱子，搅匀后再摸出一个球，求两次摸出的球都是白球的概率，并画出树状图。

解：(1) ∵共有3个球，2个白球，

∴随机摸出一个球是白球的概率为 $\frac{2}{3}$

(2) 根据题意画出树状图如下：



一共有6种情况，两次摸出的球都是白球的情况有2种，

所以， $P(\text{两次摸出的球都是白球}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。

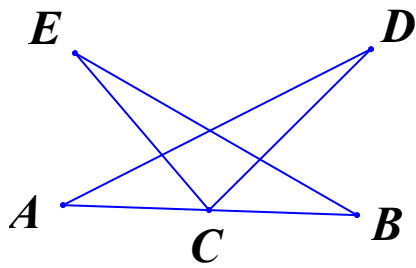
解析：此题目是和概率相关的题目，考察学科对树状图和列表法的理解；始终遵循一个原则：分母上为总的可能性，分子上为符合题目意思的可能性，在第二问中需要注意的是他是有放回的，所以共有9种选择。

五. 解答题 (本大题共2小时，共13分，请在答题卡指定区域内作答，解答应写出证明过程)

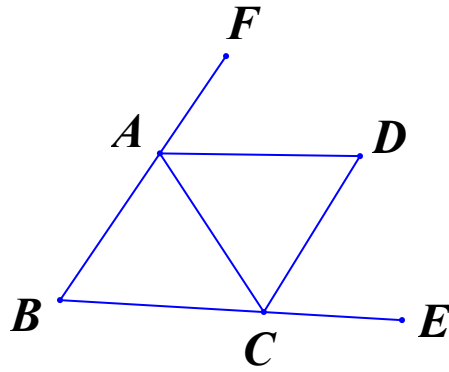
22. (本小题满分6分)

如图，C是AB的中点，AD=BE，CD=CE。

求证： $\angle A = \angle B$ 。



(第22题)



(第23题)

23.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=60^\circ$, $\angle FAC$ 、 $\angle ECA$ 是 $\triangle ABC$ 的两个外角, AD 平分 $\angle FAC$, CD 平分 $\angle ECA$ 。

求证:四边形 $ABCD$ 是菱形。

解析:22、23 两题都是初中阶段平面几何的证明题。22 题属于容易题,通过 $AC=CB$ 和 $CD=CE$ 、 $AD=BE$ 三个条件利用 SSS 证明全等;23 题属于中等偏容易的题型,由 $AB=AC$, $\angle B=60^\circ$ 以及两个外角的条件,通过平分可以得知 $\triangle ACD$ 也是等边,从而原题得证。

六.解答题 (本大题共 2 小题,请在答题卡指定区域内作答,共 13 分)

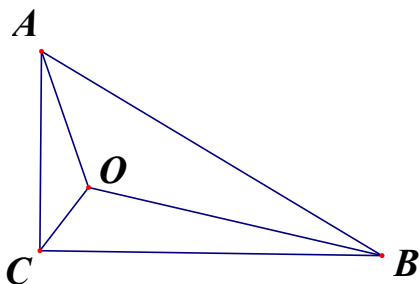
24.在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=1$, $BC=\sqrt{3}$,点 O 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 内一点,连接 AO 、 BO 、 CO ,且 $\angle AOC=\angle COB=\angle BOA=120^\circ$,按下列要求画图 (保留画图痕迹):

以点 B 为旋转中心,将 $\triangle AOB$ 绕点 B 顺时针方向旋转 60° ,得到 $\triangle A'O'B$

(得到 A 、 O 的对应点分别为点 A' 、 O'),并回答下列问题:

$\angle ABC=$ 30° , $\angle A'BC=$ 90° , $OA+OB+OC=$ $\sqrt{7}$.

解析:解直角三角形求出 $\angle ABC=30^\circ$,然后过点 B 作 BC 的垂线,在截取 $A'B=AB$,再以点 A' 为圆心,以 AO 为半径画弧,以点 B 为圆心,以 BO 为半径画弧,两弧相交于点 O' ,连接 $A'O'$ 、 BO' ,即可得到 $\triangle A'O'B$;根据旋转角与 $\angle ABC$ 的度数,相加即可得到 $\angle A'BC$;根据直角三角形 30° 角所对的直角边等于斜边的一半求出 $AB=2AC$,即 $A'B$ 的长,再根据旋转的性质求出 $\triangle BOO'$ 是等边三角形,根据等边三角形的三条边都相等可得 $BO=OO'$,等边三角形三个角都是 60° 求出 $\angle BOO'=\angle BO'O=60^\circ$,然后求出 C 、 O 、 A' 、 O' 四点共线,再利用勾股定理列式求出 $A'C$,从而得到 $OA+OB+OC=A'C$.



25. (本小题满分 7 分)

某饮料厂以 300 千克的 A 种果汁和 240 千克的 B 种果汁为原料,配制生产甲、乙两种新型饮料,已知每千克甲种饮料含 0.6 千克 A 种果汁,含 0.3 千克 B 种果汁;每千克乙种饮料含 0.2 千克 A 种果汁,含 0.4 千克 B 种果汁。饮料厂计划生产甲、乙两种新型饮料共 650 千克,设该厂生产甲种饮料 x (千克)。

(1) 列出满足题意的关于 x 的不等式组,并求出 x 的取值范围;

(2) 已知该饮料厂的甲种饮料销售价是每 1 千克 3 元，乙种饮料销售价是每 1 千克 4 元，那么该饮料厂生产甲、乙两种饮料各多少千克，才能使得这批饮料销售总金额最大？

解：(1) 设该厂生产甲种饮料 x 千克，则生产乙种饮料 $(650-x)$ 千克，根据题意得，

$$0.6x + 0.2(650-x) \leq 300 \text{ ①}$$

$$0.3x + 0.4(650-x) \leq 240 \text{ ②}$$

由①得， $x \leq 425$ ，

由②得， $x \geq 200$ ，

所以， x 的取值范围是 $200 \leq x \leq 425$ ；

(2) 设这批饮料销售总金额为 y 元，

根据题意得， $y = 3x + 4(650-x) = 3x + 2600 - 4x = -x + 2600$ ，

即 $y = -x + 2600$ ，

$\because k = -1 < 0$ ，

\therefore 当 $x = 200$ 时，这批饮料销售总金额最大，为 $-200 + 2600 = 2400$ 元。

解析：本题考查了一次函数的应用，列一元一次不等式组解实际问题，根据 A、B 果汁的数量列出不等式组是解题的关键，(2) 主要利用了一次函数的增减性。

七. 解答题 (本大题共 3 小题，共 25 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

26 (本小题满分 6 分)

用水平线和竖起线将平面分成若干个边长为 1 的小正方形格子，小正方形的顶点称为格点，以格点为顶点的多边形称为格点多边形。设格点多边形的面积为 S ，该多边形各边上的格点个数和为 a ，内部的格点个数为 b ，则 $S = \frac{1}{2}a + b - 1$ (史称“皮克公式”)。

小明认真研究了“皮克公式”，并受此启发对正三角开形网格中的类似问题进行探究：正三角形网格中每个小正三角形面积为 1，小正三角形的顶点为格点，以格点为顶点的多边形称为格点多边形，下图是该正三角形格点中的两个多边形：

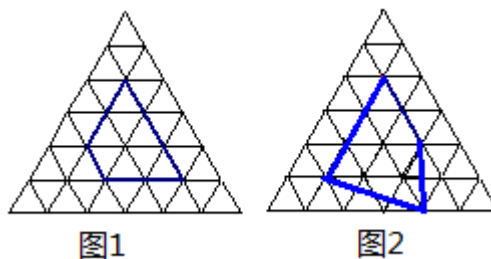


图1

图2

根据图中提供的信息填表：

	格点多边形各边上的格点的个数	格点边多边形内部的格点个数	格点多边形的面积
多边形 1	8	1	8
多边形 2	7	3	11
...

一般格点多边形	a	b	S
---------	---	---	---

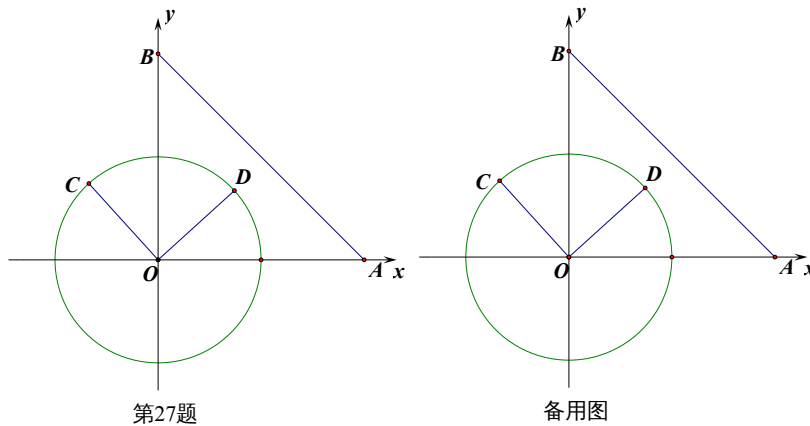
则 S 与 a、b 之间的关系为 $S = \underline{S = a + 2(b - 1)}$ (用含 a、b 的代数式表示)。

解析：考查了作图-应用与设计作图。此题需要根据图中表格和自己所算得的数据，总结出规律。寻找规律是一件比较困难的活动，需要仔细观察和大量的验算。

27. (本小题满分 9 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(6, 0)$ ，点 $B(0, 6)$ ，动点 C 在以半径为 3 的 $\odot O$ 上，连接 OC ，过 O 点作 $OD \perp OC$ ， OD 与 $\odot O$ 相交于点 D (其中点 C 、 O 、 D 按逆时针方向排列)，连接 AB 。

- (1) 当 $OC \parallel AB$ 时， $\angle BOC$ 的度数为 45° 或 135°；
- (2) 连接 AC ， BC ，当点 C 在 $\odot O$ 上运动到什么位置时， $\triangle ABC$ 的面积最大？并求出 $\triangle ABC$ 的面积的最大值。
- (3) 连接 AD ，当 $OC \parallel AD$ 时，
 - ① 求出点 C 的坐标；② 直线 BC 是否为 $\odot O$ 的切线？请作出判断，并说明理由。



解析：作为压轴题之一，27 题考查了圆中的动态问题，同时对考生图形的旋转带来的变化提出了较高的能力要求。(1) 较为容易， $Rt\triangle ABO$ 是明显的等腰直角三角形；

(1) 根据点 A 和点 B 坐标易得 $\triangle OAB$ 为等腰直角三角形，则 $\angle OBA = 45^\circ$ ，由于 $OC \parallel AB$ ，所以当 C 点在 y 轴左侧时，有 $\angle BOC = \angle OBA = 45^\circ$ ；当 C 点在 y 轴右侧时，有 $\angle BOC = 180^\circ - \angle OBA = 135^\circ$ ；

(2)，根据三角形面积公式得到当点 C 到 AB 的距离最大时， $\triangle ABC$ 的面积最大，过 O 点作 $OE \perp AB$ 于 E ， OE 的反向延长线交 $\odot O$ 于 C ，此时 C 点到 AB 的距离的最大值为 CE 的长然后利用等腰直角三角形的性质计算出 OE ，然后计算 $\triangle ABC$ 的面积；

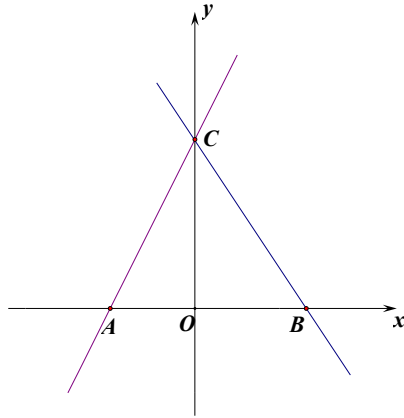
(3) ① 过 C 点作 $CF \perp x$ 轴于 F ，易证 $Rt\triangle OCF \sim Rt\triangle AOD$ ，则 $CF = \frac{3}{2}$ ，所以 $\angle COF = 30^\circ$ ，则可得到 $\therefore \angle BOC = 60^\circ$ ， $\angle AOD = 60^\circ$ ，然后根据“SAS”判断 $\triangle BOC \cong \triangle AOD$ ，所以 $\angle BCO = \angle ADC = 90^\circ$ ，再根据切线的判定定理可确定直线 BC 为 $\odot O$ 的切线。

28. (本小题满分 10 分)

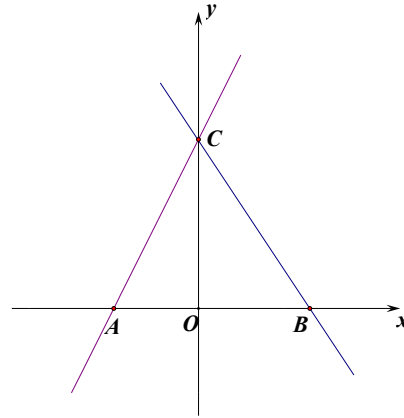
在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = 2x + 2$ 的图象与 x 轴交于 A ，与 y 轴交于点 C ，点 B 的坐标为 $(a, 0)$ (其中 $a > 0$)，直线 l 过动点 $M(0, m)$ ($0 < m < 2$)，且与 x 轴平行，并与直线 AC 、 BC 分别

相交于点 D、E，P 点在 y 轴上(P 点异于 C 点)满足 PE=CE, 直线 PD 与 x 轴交点 Q，连接 PA.

- (1) 写出 A、C 两点的坐标；
- (2) 当 $0 < m < 1$ 时，若 $\triangle PAQ$ 是以 P 为顶点的倍边三角形（注：若 $\triangle HNK$ 满足 $HN=2HK$, 则称 $\triangle HNK$ 为以 H 为顶点的倍边三角形），求出 m 的值；
- (3) 当 $1 < m < 2$ 时，是否存在实数 m，使 $CD \cdot AQ = PQ \cdot DE$ ？若能，求出 m 的值(用含 a 的代数式表示)；若不能，请说明理由。



第28题



备用图