

考点跟踪训练 36 锐角三角函数和解直角三角形

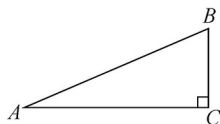
一、选择题

1. (2011·黄冈)  $\cos 30^\circ = ( \quad )$

A. B. C. D.

答案 C

2. (2011·温州) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB = 13$ ,  $BC = 5$ , 则  $\sin A$  的值是( )

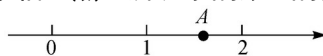


A. B. C. D.

答案 A

解析 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{13}$ .

3. (2011·达州) 如图所示, 在数轴上点  $A$  所表示的数  $x$  的范围是( )



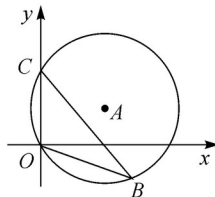
A.  $\sin 30^\circ < x < \sin 60^\circ$  B.  $\cos 30^\circ < x < \cos 45^\circ$

C.  $\tan 30^\circ < x < \tan 45^\circ$  D.  $\tan 45^\circ < x < \tan 60^\circ$

答案 D

解析 因为  $\tan 45^\circ = 1$ ,  $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ , 所以  $\tan 45^\circ < x < \tan 60^\circ$ , 而  $1 < x < 1.732$ , 故选 D.

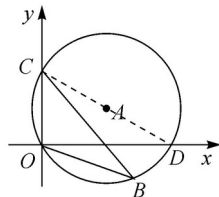
4. (2011·芜湖) 如图, 直径为 10 的  $\odot A$  经过点  $C(0,5)$  和点  $O(0,0)$ ,  $B$  是  $y$  轴右侧  $\odot A$  优弧上一点, 则  $\angle OBC$  的余弦值为( )



A. B. C. D.

答案 C

解析 设  $\odot A$  交  $x$  轴于点  $D$ . 连接  $CD$ , 因为  $\angle COD = 90^\circ$ , 所以  $CD$  是直径, 且  $\angle OBC = \angle ODC$ . 在  $\text{Rt}\triangle OCD$  中,  $OC = 5$ ,  $CD = 10$ , 则  $OD = 5$ , 所以  $\cos \angle OBC = \cos \angle ODC = \frac{OD}{CD} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ .

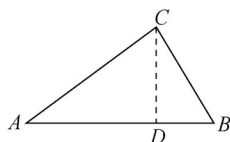


5. (2011·福州)  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  分别是  $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$  的对边, 那么  $c$  等于( )

A.  $a \cos A + b \sin B$  B.  $a \sin A + b \sin B$

C.  $a \cos A + b \cos B$  D.  $a \sin A + b \cos B$

答案 B



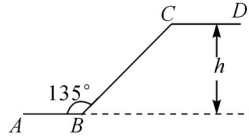
解析 如图, 画  $CD \perp AB$  于  $D$ , 在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\sin B = \sin \angle ACD = \frac{AD}{AC}$ , 所以  $AD = b \sin B$ , 同理,  $BD = a \sin A$ , 故  $c = AB = AD + BD = a \sin A + b \sin B$ .

二、填空题

6. (2011·武汉)  $\sin 30^\circ$  的值为\_\_\_\_\_.

答案

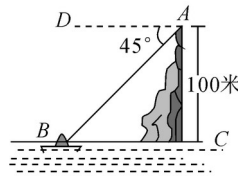
7. (2011·义乌)右图是市民广场到解百地下通道的手扶电梯示意图. 其中  $AB$ 、 $CD$  分别表示地下通道、市民广场电梯口处地面的水平线,  $\angle ABC = 135^\circ$ ,  $BC$  的长约为 5 m, 则乘电梯从点  $B$  到点  $C$  上升的高度  $h$  是\_\_\_\_\_m.



答案 5

解析 过  $C$  画  $CE \perp AB$  于  $E$ , 在  $\text{Rt}\triangle BCE$  中,  $\angle CBE = 45^\circ$ ,  $BC = 5$ , 则  $BE = CE = 5$ , 即  $h = 5$ .

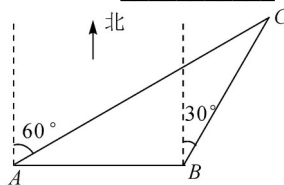
8. (2011·茂名)如图, 在高出海平面 100 米的悬崖顶  $A$  处, 观测海平面上的一艘小船  $B$ , 并测得它的俯角为  $45^\circ$ , 则船与观测者之间的水平距离  $BC =$ \_\_\_\_\_米.



答案 100

解析 如图,  $AD \parallel BC$ , 则  $\angle ABC = \angle BAD = 45^\circ$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle BAC = \angle ABC = 45^\circ$ ,  $BC = AC = 100$ .

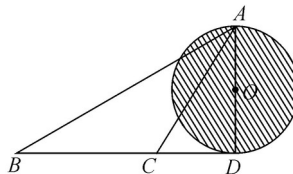
9. (2011·衢州)在一次夏令营活动中, 小明同学从营地  $A$  出发, 要到  $A$  地的北偏东  $60^\circ$  方向的  $C$  处, 他先沿正东方向走了 200m 到达  $B$  地, 再沿北偏东  $30^\circ$  方向走, 恰能到达目的地  $C$  (如图), 那么, 由此可知,  $B$ 、 $C$  两地相距\_\_\_\_\_m.



答案 200

解析 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$ ,  $\angle BAC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ , 所以  $\angle C = 30^\circ = \angle BAC$ ,  $BC = AB = 200$ .

10. (2011·潼南)如图, 某小岛受到了污染, 污染范围可以大致看成是以点  $O$  为圆心,  $AD$  长为直径的圆形区域, 为了测量受污染的圆形区域的直径, 在对应  $\odot O$  的切线  $BD$  (点  $D$  为切点) 上选择相距 300 米的  $B$ 、 $C$  两点, 分别测得  $\angle ABD = 30^\circ$ ,  $\angle ACD = 60^\circ$ , 则直径  $AD =$ \_\_\_\_\_米. (结果精确到 1 米. 参考数据:  $\approx 1.414$ ,  $\approx 1.732$ )



答案 260

解析 设  $AD = x$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\angle B = 30^\circ$ ,

则  $BD = AD = x$ .

在  $\text{Rt}\triangle ACD$  中,  $\angle ACD = 60^\circ$ ,

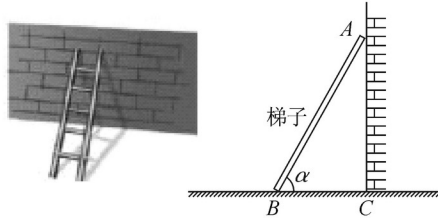
则  $CD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}x$ .

又  $\because BD - CD = BC$ ,  $\therefore x - \frac{1}{2}x = 300$ ,

得  $x = 600$ ,  $x = 150 \approx 260$  (米).

### 三、解答题

11. (2011·金华)生活经验表明,靠墙摆放的梯子,当  $50^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$  ( $\alpha$  为梯子与地面所成的角),能够使人安全攀爬,现在有一长为 6m 的梯子  $AB$ ,试求能够使人安全攀爬时,梯子的顶端能达到的最大高度  $AC$ .(结果保留两个有效数字,  $\sin 70^\circ \approx 0.94$ ,  $\sin 50^\circ \approx 0.77$ ,  $\cos 70^\circ \approx 0.34$ ,  $\cos 50^\circ \approx 0.64$ )

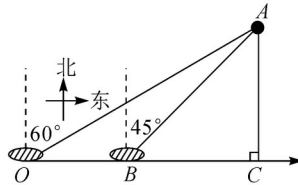


解 由题意知,当  $\alpha$  越大,梯子的顶端达到的最大高度越大.因为当  $50^\circ \leq \alpha \leq 70^\circ$  时,能够使人安全攀爬,所以当  $\alpha = 70^\circ$  时  $AC$  最大.

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AB = 6$  米,  $\alpha = 70^\circ$ ,  
 $\sin 70^\circ = \frac{AC}{AB}$ , 即  $0.94 \approx \frac{AC}{6}$ , 解得  $AC \approx 5.6$ .

答:梯子的顶端能达到的最大高度  $AC$  约 5.6m.

12. (2011·铜仁)如图,在  $A$  岛周围 25 海里水域有暗礁,一轮船由西向东航行到  $O$  处时,发现  $A$  岛在北偏东  $60^\circ$  方向,轮船继续前行 20 海里到达  $B$  处发现  $A$  岛在北偏东  $45^\circ$  方向,该船若不改变航向继续前进,有无触礁的危险?(参考数据:  $\approx 1.414$ ,  $\approx 1.732$ )



解 根据题意,有  $\angle AOC = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 45^\circ$ ,

$\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\therefore BC = AC$ ,

在  $\text{Rt}\triangle AOC$  中,由  $\tan 30^\circ = \frac{AC}{OC}$ ,

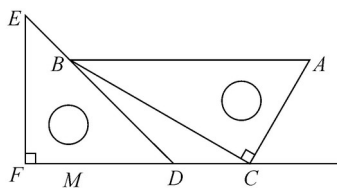
得  $OC = \frac{AC}{\tan 30^\circ}$ ,

解得  $AC = \approx 27.32$ (海里).

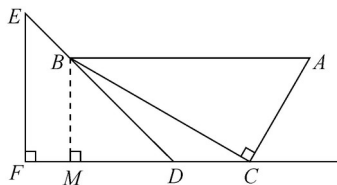
$\because 27.32$ (海里)  $> 25$ (海里),

$\therefore$  轮船不会触礁.

13. (2011·威海)一副直角三角板如图放置,点  $C$  在  $FD$  的延长线上,  $AB \parallel CF$ ,  $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle E = 45^\circ$ ,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AC = 10$ , 试求  $CD$  的长.



解 过点  $B$  作  $BM \perp FD$  于点  $M$ .



在  $\triangle ACB$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AC = 10$ ,

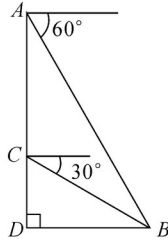
$\therefore \angle ABC = 30^\circ$ ,  $BC = AC \cdot \tan 60^\circ = 10\sqrt{3}$ ,

$\because AB \parallel CF$ ,  $\therefore \angle BCM = 30^\circ$ .

$\therefore BM = BC \cdot \sin 30^\circ = 10\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{3}$ ,

$CM = BC \cdot \cos 30^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ .  
 在  $\triangle EFD$  中,  $\angle F = 90^\circ$ ,  $\angle E = 45^\circ$ ,  
 $\therefore \angle EDF = 45^\circ$ ,  
 $\therefore MD = BM = 5$ .  
 $\therefore CD = CM - MD = 5\sqrt{3} - 5$ .  
 即  $CD$  的长为  $5(\sqrt{3} - 1)$ .

14. (2011·常德)青青草原上,灰太狼每天都想着如何抓羊,而且是屡败屡试,永不言弃.如图所示,一天,灰太狼在自家城堡顶部  $A$  处测得懒羊羊所在地  $B$  处的俯角为  $60^\circ$ ,然后下到城堡的  $C$  处,测得  $B$  处的俯角为  $30^\circ$ .已知  $AC = 40$  米,若灰太狼以  $5\text{m/s}$  的速度从城堡底部  $D$  处出发,几秒钟后能抓到懒羊羊?(结果精确到个位)

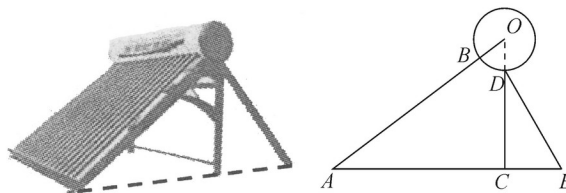


解 在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  
 $\therefore \angle BCD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ ,  
 $\therefore \tan 60^\circ = \frac{BD}{CD}$ , 则  $BD = \sqrt{3}CD$ .  
 在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  
 $\therefore \angle ABD = 60^\circ$ ,  
 $\therefore \tan 60^\circ = \frac{BD}{AD}$ , 即  $\frac{\sqrt{3}CD}{40 + CD} = \sqrt{3}$ ,  
 $\therefore CD = 20$ .  
 $\therefore t = \frac{20}{5} = 4$ .

故约 4 秒钟后灰太狼能抓到懒羊羊.

15. (2011·扬州)如图是某品牌太阳能热水器的实物图和横断面示意图,已知真空集热管  $AB$  与支架  $CD$  所在直线相交于水箱横断面  $\odot O$  的圆心,支架  $CD$  与水平面  $AE$  垂直,  $AB = 150$  厘米,  $\angle BAC = 30^\circ$ , 另一根辅助支架  $DE = 76$  厘米,  $\angle CED = 60^\circ$ .

- (1)求垂直支架  $CD$  的长度;(结果保留根号)
- (2)求水箱半径  $OD$  的长度.(结果保留三个有效数字,参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{2} \approx 1.73$ )



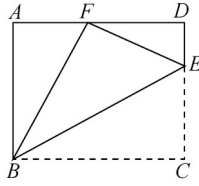
解 (1)在  $\text{Rt}\triangle DCE$  中,  $\angle CED = 60^\circ$ ,  $DE = 76$ ,  
 $\therefore \sin \angle CED = \frac{CD}{DE}$ ,  
 $\therefore CD = DE \cdot \sin \angle CED = 76 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 38\sqrt{3}$  (厘米).  
 答:垂直支架  $CD$  的长度为  $38\sqrt{3}$  厘米.  
 (2)设水箱半径  $OD = x$  厘米, 则  $OC = (38\sqrt{3} - x)$  厘米,  $AO = (150 + x)$  厘米,  
 $\therefore \text{Rt}\triangle OAC$  中,  $\angle BAC = 30^\circ$ ,  
 $\therefore AO = 2 \times OC$ , 即:  $150 + x = 2(38\sqrt{3} - x)$ .  
 解得,  $x = 150 - 76\sqrt{3} \approx 18.52 \approx 18.5$  (厘米).  
 答:水箱半径  $OD$  的长度为 18.5 厘米.

#### 四、选做题

16. (2011·南充)如图,点  $E$  是矩形  $ABCD$  中  $CD$  边上一点,  $\triangle BCE$  沿  $BE$  折叠为  $\triangle BFE$ , 点  $F$  落在  $AD$  上.

- (1)求证:  $\triangle ABF \sim \triangle DFE$ ;

(2)若  $\sin\angle DFE = \frac{1}{3}$  , 求  $\tan\angle EBC$  的值 .



解 (1)证明 :  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形 ,

$$\therefore \angle A = \angle D = \angle C = 90^\circ .$$

$\because \triangle BCE$  沿  $BE$  折叠为  $\triangle BFE$  ,

$$\therefore \angle BFE = \angle C = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle AFB + \angle DFE = 180^\circ - \angle BFE = 90^\circ .$$

又  $\because \angle AFB + \angle ABF = 90^\circ$  ,

$$\therefore \angle ABF = \angle DFE ,$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle DFE .$$

(2)解 : 在  $\text{Rt}\triangle DEF$  中 ,  $\sin\angle DFE = \frac{1}{3}$  ,

$\therefore$  设  $DE = a$  ,  $EF = 3a$  , 则  $DF = 2a$  .

$\because \triangle BCE$  沿  $BE$  折叠为  $\triangle BFE$  ,

$$\therefore CE = EF = 3a , CD = DE + CE = 4a , AB = 4a , \angle EBC = \angle EBF .$$

又由(1)得 ,  $\triangle ABF \sim \triangle DFE$  ,

$$\therefore \frac{AB}{DF} = \frac{BF}{EF} ,$$

$$\therefore \tan\angle EBF = \frac{DE}{DF} = \frac{1}{2} ,$$

$$\therefore \tan\angle EBC = \tan\angle EBF = \frac{1}{2} .$$