无锡市2015年中考数学试题

一、选择题

1．－3的倒数是　　　　　　　　　　　　　　　　(　)

A．3　　　　　　B．±3　　　　　　C．　　　　　　D．－

考点：倒数．

分析：根据倒数的定义：若两个数的乘积是1，我们就称这两个数互为倒数．

解答：解：﹣3的倒数是$-\frac{1}{3}$，

故选D

点评：本题主要考查了倒数的定义：若两个数的乘积是1，我们就称这两个数互为倒数．

2．函数$y=$中自变量x的取值范围是　　　　　　　　(　)

A．$x>4$　　B．$x\geq4$　　C．$x\leq4$　　D．$x\neq4$

考点：函数自变量的取值范围．

分析：因为当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数，所以x﹣4≥0，可求x的范围．

解答：

解：x﹣4≥0解得x≥4，

故选：B．

点评：此题主要考查函数自变量的取值范围，解决本题的关键是当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数．

3．今年江苏省参加高考的人数约为393 000人，这个数据用科学记数法可表示为　　(　)

A．393×10^3　　B．3.93×10^3　　C．3.93×10^5　　D．3.93×10^6

考点：科学记数法—表示较大的数．

分析：科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leq|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于10时，n是正数；当原数的绝对值小于1时，n是负数．

解答：解：$393000=3.93\times10^5$，

故选C．

点评：把一个数M记成$a\times10^n$（$1\leq|a|<10$，n为整数）的形式，这种记数的方法叫做科学记数法．

规律：

（1）当$|a|\geq1$时，n的值为a的整数位数减1；

（2）当$|a|<1$时，n的值是第一个不是0的数字前0的个数，包括整数位上的0．

4．方程$2x-1=3x+2$的解为　　　　　　　　　　(　)

A．$x=1$　　B．$x=-1$　　C．$x=3$　　D．$x=-3$

考点：解一元一次方程．

分析：方程移项合并，把x系数化为1，即可求出解．

解答：解：方程2x﹣1=3x+2，

移项得：2x﹣3x=2+1，

合并得：﹣x=3．

解得：x=﹣3，

故选D．

点评：此题考查了解一元一次方程，其步骤为：去分母，去括号，移项合并，把未知数系数化为1，求出解．

5．若点$A(3，-4)$、$B(-2，m)$在同一个反比例函数的图像上，则m的值为　　　(　)

A．6　　　B．－6　　　C．12　　　D．－12

考点：反比例函数图象上点的坐标特征．

分析：反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，把 A（3，－4）代入求出 k=－12，得出解析式，把 B 的坐标代入解析式即可．

解答：解：设反比例函数的解析式为 $y=\frac{k}{x}$，

把 A（3，－4）代入得：k=－12，

即 $y=-\frac{12}{x}$，

把 B（－2，m）代入得：$m=-\frac{12}{-2}=6$，

故选 A．

点评：本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征的应用，解此题的关键是求出反比例函数的解析式，难度适中．

6．下列图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是　　　　　　　　（　）

A．等边三角形　B．平行四边形　C．矩形　　D．圆

考点：中心对称图形；轴对称图形．

分析：根据轴对称图形和中心对称图形的概念以及等边三角形、平行四边形、矩形、圆的性质解答．

解答：解：A、只是轴对称图形，不是中心对称图形，符合题意；

B、只是中心对称图形，不合题意；

C、D 既是轴对称图形又是中心对称图形，不合题意．

故选 A．

点评：掌握好中心对称图形与轴对称图形的概念：

轴对称图形的关键是寻找对称轴，两边图象折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后重合．

7．tan45º 的值为　　　　　　　　　　　　　　　（　）

A．　　　B．1　　　C．　　　D．

考点：特殊角的三角函数值．

分析：根据 45°角这个特殊角的三角函数值，可得 tan45°=1，据此解答即可．

解答：解：tan45°=1，

即 tan45°的值为 1．

故选：B．

点评：此题主要考查了特殊角的三角函数值，要熟练掌握，解答此类问题的关键是牢记 30°、45°、60°角的各种三角函数值．

8．八边形的内角和为　　　　　　　　　　　　　　（　）

A．180º　　B．360º　　C．1080º　　D．1440º

考点：多边形内角与外角．

分析：根据多边形的内角和公式（n－2）•180°进行计算即可得解．

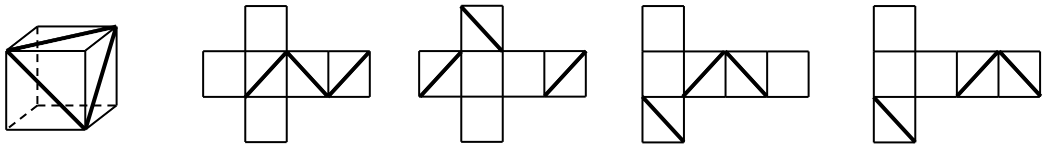
解答：解：（8－2）•180°=6×180°=1080°．

故选：C．

点评：本题考查了多边形的内角和，熟记内角和公式是解题的关键．

9．如图的正方体盒子的外表面上画有 3 条粗黑线，将这个正方体盒子的表面展开（外表面朝上），

展开图可能是　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　）



（第 9 题）　　A．　　B．　　C．　　D．

考点：几何体的展开图．

分析：根据正方体的表面展开图进行分析解答即可．

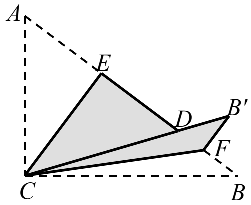
解答：解：根据正方体的表面展开图，两条黑线在一列，故 A 错误，且两条相邻成直角，故 B 错误，中间相隔一个正方形，故 C 错误，只有 D 选项符合条件，

故选 D

点评：本题主要考查了几何体的展开图，注意正方体的空间图形，从相对面入手，分析及解答问题．

10．如图，Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=3$，$BC=4$，将边 AC 沿 CE 翻折，使点 A 落在 AB 上的点 D 处；再将边 BC 沿 CF 翻折，使点 B 落在 CD 的延长线上的点 B' 处，两条折痕与斜边 AB 分别交于点 E、F，则线段 $B'F$ 的长为　　　　　　　　　　　　（▲）

A．　　B．　　C．　　D．



（第 10 题）

考点：翻折变换（折叠问题）．

分析：首先根据折叠可得 CD=AC=3，B′C=BC=4，∠ACE=∠DCE，∠BCF=∠B′CF，CE⊥AB，然后求得△ECF 是等腰直角三角形，进而求得∠B′FD=90°，CE=EF=$\frac{12}{5}$，ED=AE$\frac{9}{5}$，从而求得 B′D=1，DF=$\frac{3}{5}$，在 Rt△B′DF 中，由勾股定理即可求得 B′F 的长．

解答：解：根据折叠的性质可知 CD=AC=3，B′C=BC=4，∠ACE=∠DCE，∠BCF=∠B′CF，CE⊥AB，

∴B′D=4－3=1，∠DCE+∠B′CF=∠ACE+∠BCF，

∵∠ACB=90°，

∴∠ECF=45°，

∴△ECF 是等腰直角三角形，

∴EF=CE，∠EFC=45°，

∴∠BFC=∠B′FC=135°，

∴∠B′FD=90°，

∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot CE$，

∴AC•BC=AB•CE，

∵根据勾股定理求得 AB=5，

∴CE=$\frac{12}{5}$，

∴EF=$\frac{12}{5}$，ED=AE=$\sqrt{AC^2-CE^2}=\frac{9}{5}$，

∴DF=EF－ED=$\frac{3}{5}$，

∴B′F=$\sqrt{B'D^2-DF^2}=\frac{4}{5}$．

故选 B．点评：

此题主要考查了翻折变换，等腰三角形的判定和性质，勾股定理的应用等，根据折叠的性质求得相等的相等相等的角是本题的关键．

二、填空题

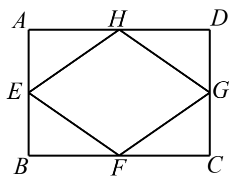
11．分解因式：$8-2x^2=$___．

考点：提公因式法与公式法的综合运用．
分析：先提取公因式，再根据平方差公式进行分解即可．
解答：解：原式=2（$4-x^2$）=2（2+x）（2－x）．
故答案为：2（2+x）（2－x）．
点评：
本题考查的是提取公因式法与公式法的综合运用，熟记平方差公式是解答此题的关键．

12．化简得___．

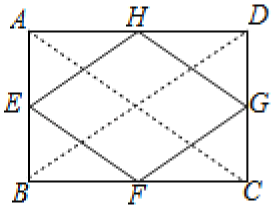
考点：约分．
分析：首先分别把分式的分母、分子因式分解，然后约去分式的分子与分母的公因式即可．
解答：解：$\frac{2x+6}{x^2-9}$
$=\frac{2(x+3)}{(x+3)(x-3)}$
$=\frac{2}{x-3}$
故答案为：$\frac{2}{x-3}$．
点评：此题主要考查了约分问题，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①分式约分的结果可能是最简分式，也可能是整式．②当分子与分母含有负号时，一般把负号提到分式本身的前面．③约分时，分子与分母都必须是乘积式，如果是多项式的，必须先分解因式．
13．一次函数 $y=2x-6$ 的图像与 x 轴的交点坐标为___．

考点：一次函数图象上点的坐标特征．
分析：一次函数 y=2x－6 的图象与 x 轴的交点的纵坐标等于零，所以把 y=0 代入已知函数解析式即可求得相应的 x 的值．
解答：解：令 y=0 得：2x－6=0，解得：x=3．
则函数与 x 轴的交点坐标是（3，0）．
故答案是：（3，0）．
点评：本题考查了反比例函数图象上点的坐标特征，经过函数的某点一定在函数的图象上．
14．如图，已知矩形 $ABCD$ 的对角线长为 8cm，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 的中点，则四边形 $EFGH$ 的周长等于___cm．



（第 14 题）

考点：中点四边形．
分析：连接 AC、BD，根据三角形的中位线求出 HG、GF、EF、EH 的长，再求出四边形 EFGH 的周长即可．
解答：解：如图，连接 C、BD，



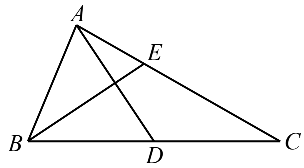
∵四边形 ABCD 是矩形，
∴AC=BD=8cm，
∵E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 的中点，
∴HG=EF=$\frac{1}{2}$AC=4cm，EH=FG=$\frac{1}{2}$BD=4cm，
∴四边形 EFGH 的周长等于 4cm+4cm+4cm+4cm=16cm，
故答案为：16．
点评：本题考查了矩形的性质，三角形的中位线的应用，能求出四边形的各个边的长是解此题的关键，注意：矩形的对角线相等，三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半．
15．命题“全等三角形的面积相等”的逆命题是___命题．（填“真”或“假”）

考点：命题与定理．
分析：把一个命题的条件和结论互换就得到它的逆命题．
分析是否为真命题，需要分别分析各题设是否能推出结论，如果能就是真命题．
解答：解：“全等三角形的面积相等”的逆命题是“面积相等的三角形是全等三角形”，根据全等三角形的定义，不符合要求，因此是假命题．
点评：
本题考查了互逆命题的知识，两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题．其中一个命题称为另一个命题的逆命题．
16．某种蔬菜按品质分成三个等级销售，销售情况如下表：

等级	单价（元/千克）	销售量（千克）
一等	5.0	20
二等	4.5	40
三等	4.0	40

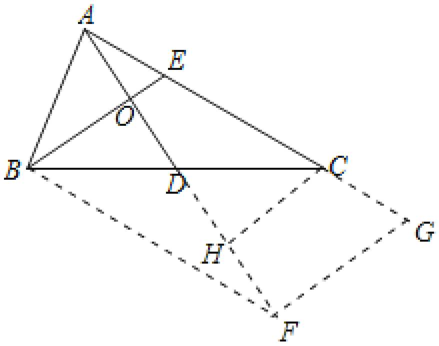
则售出蔬菜的平均单价为___元/千克．
考点：加权平均数．
分析：利用售出蔬菜的总价÷售出蔬菜的总数量=售出蔬菜的平均单价，列式解答即可．
解答：解：（5×20+4.5×40+4×40）÷（20+40+40）
=（100+180+160）÷100
=440÷100
=4.4（元/千克）
答：售出蔬菜的平均单价为 4.4 元/千克．
故答案为：4.4．
点评：此题考查加权平均数的求法，利用总数÷总份数=平均数列式解决问题．

17．已知：如图，AD、BE分别是$\triangle ABC$的中线和角平分线，$AD\perp BE$，$AD=BE=6$，则AC的长等于___．



（第17题）

考点：三角形中位线定理；勾股定理．
专题：计算题．
分析：延长AD至F，使DF=AD，过点F作平行BE与AC延长线交于点G，过点C作CH∥BE，交AF于点H，连接BF，如图所示，在直角三角形AGF中，利用勾股定理求出AG的长，利用SAS证得△BDF≌△CDA，利用全等三角形对应角相等得到∠ACD=∠BFD，证得AG∥BF，从而证得四边形EBFG是平行四边形，得到FG=BE=6，利用AAS得到三角形BOD与三角形CHD全等，利用全等三角形对应边相等得到OD=DH=3，得出AH=9，然后根据△AHC∽△AFG，对应边成比例即可求得AC．
解答：
解：延长AD至F，使DF=AD，过点F作FG∥BE与AC延长线交于点G，过点C作CH∥BE，交AF于点H，连接BF，如图所示，
在Rt△AFG中，AF=2AD=12，FG=BE=6，
根据勾股定理得：$AG=\sqrt{12^2+6^2}=6\sqrt{5}$，
在△BDF和△CDA中，
$\begin{cases} AD=DF \\ \angle ADC=\angle FDB \\ BD=CD \end{cases}$
∴△BDF≌△CDA（SAS），
∴∠ACD=∠BFD，
∴AG∥BF，
∴四边形EBFG是平行四边形，
∴FG=BE=6，
在△BOD和△CHD中，
$\begin{cases} \angle BOD=\angle DHC=90^\circ \\ \angle ODB=\angle HDC \\ BD=CD \end{cases}$，
∴△BOD≌△CHD（AAS），
∴OD=DH=3，
∵CH∥FG，
∴△AHC∽△AFG，
∴$\frac{AC}{AG}=\frac{AH}{AF}$，即$\frac{AC}{6\sqrt{5}}=\frac{9}{12}$，
解得：$AC=\frac{9\sqrt{5}}{2}$，
故答案为：$\frac{9\sqrt{5}}{2}$



点评：本题考查了三角形全等的判定和性质，三角形相似的判定和性质，平行四边形的判定和性质以及勾股定理的应用，作出辅助线构建直角三角形和平行四边形是解题的关键．

18．某商场在“五一”期间举行促销活动，根据顾客按商品标价一次性购物总额，规定相应的优惠方法：①如果不超过500元，则不予优惠；②如果超过500元，但不超过800元，则按购物总额给予8折优惠；③如果超过800元，则其中800元给予8折优惠，超过800元的部分给予6折优惠．促销期间，小红和她母亲分别看中一件商品，若各自单独付款，则应分别付款480元和520元；若合并付款，则她们总共只需付款___元．

考点：分段函数．

分析：根据题意知付款480元时，其实际标价为为480或600元，付款520元，实际标价为650元，求出一次购买标价1130元或1250元的商品应付款即可．

解答：解：由题意知付款480元，实际标价为480或$480\times\frac{10}{8}$=600元，

付款520元，实际标价为$520\times\frac{10}{8}$=650元，

如果一次购买标价480+650=1130元的商品应付款

800×0.8+（1130－800）×0.6=838元．

如果一次购买标价600+650=1250元的商品应付款

800×0.8+（1250－800）×0.6=910元．

故答案为：838或910．

点评：本小题主要考查函数模型的选择与应用，考查函数的思想．属于基础题．

三、解答题

19．（本题满分8分）计算：

（1）$(-5)^0-()^2+|-3|$；　　（2）$(x+1)^2-2(x-2)$．

考点：整式的混合运算；实数的运算；零指数幂．

分析：（1）先算0指数幂、平方和绝对值，再算加减；

（2）利用完全平方公式计算，再合并得出答案即可．

解答：解：（1）原式=1－3+3

=1．

（2）原式=$x^2+2x+1-2x+4$

$=x^2+5$．

点评：此题考查整式的混合运算，掌握运算的顺序与计算的方法是解决问题的关键．

20．（本题满分 8 分）

（1）解不等式：$2(x-3)-2\leq 0$；　　（2）解方程组：

考点：解一元一次不等式；解二元一次方程组．

分析：（1）先去括号，再移项、合并同类项，不等式两边同乘以$\frac{1}{2}$，即可得出不等式的解集；

（2）先把②整理，再由减法消去 x 求出 y，然后代入①求出 x 即可，

解答：解：（1）去括号，得：$2x-6-2\leq 0$，

移项，得：$2x\leq 6+2$，

合并同类项，得：$2x\leq 8$，

两边同乘以$\frac{1}{2}$，得：$x\leq 4$；

∴原不等式的解集为：$x\leq 4$．

（2）由②得：$2x-2y=1$③，

①－②得：$y=4$，

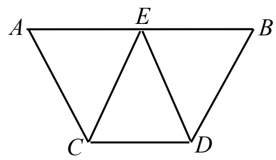
把 $y=4$ 代入①得：$x=\frac{9}{2}$，

∴原方程组的解为：$\begin{cases} x=\frac{9}{2} \\ y=4 \end{cases}$

点评：本题考查了不等式的解法、二元一次方程组的解法；熟练掌握不等式的解法和用加减法解方程组是解决问题的关键，

21．（本题满分 8 分）已知：如图，$AB\parallel CD$，E 是 AB 的中点，$CE=DE$．

求证：(1) $\angle AEC=\angle BED$；（2）$AC=BD$．



考点：全等三角形的判定与性质．

专题：证明题．

分析：（1）根据 CE=DE 得出∠ECD=∠EDC，再利用平行线的性质进行证明即可；

（2）根据 SAS 证明△AEC 与△BED 全等，再利用全等三角形的性质证明即可．

解答：

证明：（1）∵AB∥CD，

∴∠AEC=∠ECD，∠BED=∠EDC，

∵CE=DE，

∴∠ECD=∠EDC，

∴∠AEC=∠BED；

（2）∵E 是 AB 的中点，

∴AE=BE，

在△AEC 和△BED 中，

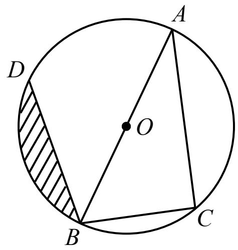
$\begin{cases} AE=BE \\ \angle AEC=\angle BED \\ EC=ED \end{cases}$，

∴△AEC≌△BED（SAS），

∴AC=BD．

点评：本题主要考查了全等三角形的判定以及全等三角形的性质，关键是根据 SAS 证明全等．

22．（本题满分 8 分）已知：如图，AB 为⊙O 的直径，点 C、D 在⊙O 上，且 $BC=6$cm，$AC=8$cm，$\angle ABD=45°$．（1）求 BD 的长；(2）求图中阴影部分的面积．



考点：圆周角定理；勾股定理；扇形面积的计算．

分析：（1）由 AB 为⊙O 的直径，得到∠ACB=90°，由勾股定理求得 AB，OB=5cm．连 OD，得到等腰直角三角形，根据勾股定理即可得到结论；

（2）根据 $S_{阴影}=S_{扇形}-S_{\triangle OBD}$ 即可得到结论．

解答：解：（1）∵AB 为⊙O 的直径，

∴∠ACB=90°，

∵BC=6cm，AC=8cm，

∴AB=10cm．

∴OB=5cm．

连 OD，

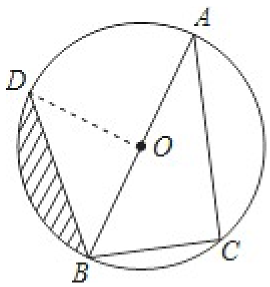
∵OD=OB，

∴∠ODB=∠ABD=45°．

∴∠BOD=90°．

∴$BD=\sqrt{OB^2+OD^2}=5\sqrt{2}$cm．

（2）$S_{阴影}=S_{扇形}-S_{\triangle OBD}=\frac{90}{360}\pi\cdot5^2-\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{25\pi-50}{4}$cm^2．



点评：本题考查了圆周角定理，勾股定理，等腰直角三角形的性质，扇形的面积，三角形的面积，连接 OD 构造直角三角形是解题的关键．

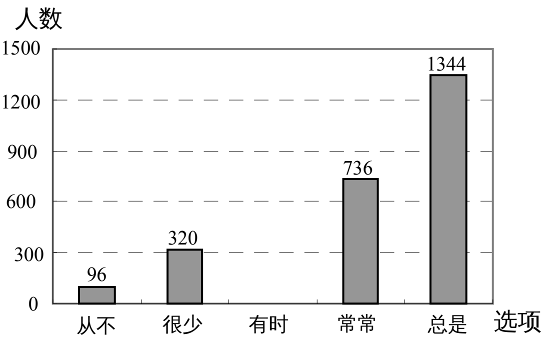
23．（本题满分 6 分）某区教研部门对本区初二年级的学生进行了一次随机抽样问卷调查，其中有这样一个问题：

老师在课堂上放手让学生提问和表达　　　　　　　　　　　　（　）

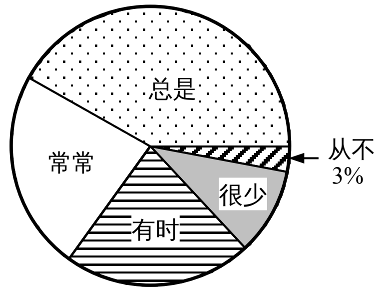
A．从不　　B．很少　　C．有时　　D．常常　　E．总是

答题的学生在这五个选项中只能选择一项．下面是根据学生对该问题的答卷情况绘制的两幅不完整的统计图．

各选项选择人数的条形统计图



各选项选择人数分布的扇形统计图



根据以上信息，解答下列问题：

（1）该区共有__▲__名初二年级的学生参加了本次问卷调查；

（2）请把这幅条形统计图补充完整；

（3）在扇形统计图中，“总是”所占的百分比为__▲__．

考点：条形统计图；扇形统计图．

分析：（1）结合两个统计图中的“从不”的人数与所占百分比即可求出初二年级的学生参加数量；

（2）用总人数分别减去“从不”、“很少”、“常常”、“总是”的人数，计算出“有时”的人数即可将条形统计图补充完整；

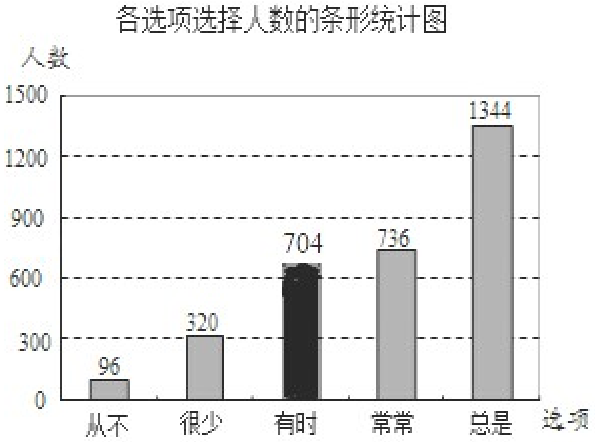
（3）利用公式“总是”所占的百分比$=\frac{\text{“总是”的人数}}{\text{总人数}}\times 100\%$计算即可．

解答：解：（1）$96\div 3\%=3200$，

故答案为：3200；

（2）“有时”的人数 $=3200-96-320-736-1344=704$；

如图所示：



（3）“总是”所占的百分比 $=\frac{\text{“总是”的人数}}{\text{总人数}}\times 100\%=\frac{1344}{3200}\times 100\%=42\%$，

故答案为：42%．

点评：本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

24．（本题满分 8 分）

（1）甲、乙、丙、丁四人做传球游戏：第一次由甲将球随机传给乙、丙、丁中的某一人，从第二次起，每一次都由持球者将球再随机传给其他三人中的某一人．求第二次传球后球回到甲手里的概率．（请用“画树状图”或“列表”等方式给出分析过程）

（2）如果甲跟另外 n（$n\geq 2$）个人做（1）中同样的游戏，那么，第三次传球后球回到甲手里

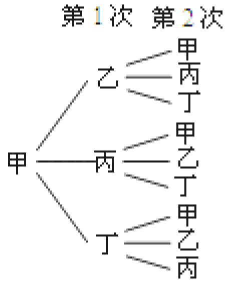
的概率是___▲___（请直接写出结果）．

考点：列表法与树状图法．

分析：（1）根据画树状图，可得总结果与传到甲手里的情况，根据传到甲手里的情况比上总结过，可得答案；

（2）根据第一步传的结果是n，第二步传的结果是n^2，第三步传的结果是总结过是n^3，传给甲的结果是n（n－1），根据概率的意义，可得答案．

解答：解：（1）画树状图：



共有9种等可能的结果，其中符合要求的结果有3种，

∴P（第2次传球后球回到甲手里）$=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$．

（2）第三步传的结果是总结过是n^3，传给甲的结果是n（n－1），

第三次传球后球回到甲手里的概率是$\frac{n(n-1)}{n^3}=\frac{n-1}{n^2}$，

故答案为：$\frac{n-1}{n^2}$．

点评：本题考查了树状图法计算概率，计算概率的方法有树状图法与列表法，画树状图是解题关键．

25．（本题满分8分）某工厂以80元/箱的价格购进60箱原材料，准备由甲、乙两车间全部用于生产A产品．甲车间用每箱原材料可生产出A产品12千克，需耗水4吨；乙车间通过节能改造，用每箱原材料可生产出的A产品比甲车间少2千克，但耗水量是甲车间的一半．已知A产品售价为30元/千克，水价为5元/吨．如果要求这两车间生产这批产品的总耗水量不得超过200吨，那么该厂如何分配两车间的生产任务，才能使这次生产所能获取的利润w最大？最大利润是多少？（注：利润＝产品总售价－购买原材料成本－水费）

考点：一次函数的应用；一元一次不等式的应用．

分析：设甲车间用x箱原材料生产A产品，则乙车间用（60－x）箱原材料生产A产品，根据题意列出不等式，确定x的取值范围，列出w=30[12x+10（60－x）]－80×60－5[4x+2（60－x）]=50x+12 600，利用一次函数的性质，即可解答．

解答：

解：设甲车间用x箱原材料生产A产品，则乙车间用（60－x）箱原材料生产A产品．

由题意得4x+2（60－x）≤200，解得x≤40．

w=30[12x+10（60－x）]－80×60－5[4x+2（60－x）]=50x+12 600，

∵50＞0，

∴w随x的增大而增大．

∴当x=40时，w取得最大值，为14 600元．

答：甲车间用40箱原材料生产A产品，乙车间用20箱原材料生产A产品，可使工厂所获利润最大，最大利润为14 600元．

点评：本题考查了一次函数的应用，解决本题的关键是根据题意列出关系式，利用一次函数的性质解决问题．

26．（本题满分 10 分）已知：平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 的顶点分别为 $O(0,0)$、$A(5,0)$、$B(m,2)$、$C(m-5,2)$．

（1）问：是否存在这样的 m，使得在边 BC 上总存在点 P，使 $\angle OPA=90^\circ$？若存在，求出 m 的取值范围；若不存在，请说明理由．

（2）当 $\angle AOC$ 与 $\angle OAB$ 的平分线的交点 Q 在边 BC 上时，求 m 的值．

考点：圆的综合题．

专题：综合题．

分析：（1）由四边形四个点的坐标易得 OA=BC=5，BC∥OA，以 OA 为直径作⊙D，与直线 BC 分别交于点 E、F，根据圆周角定理得∠OEA=∠OFA=90°，如图 1，作 DG⊥EF 于 G，连 DE，则 DE=OD=2.5，DG=2，根据垂径定理得 EG=GF，接着利用勾股定理可计算出 EG=1.5，于是得到 E（1，2），F（4，2），即点 P 在 E 点和 F 点时，满足条件，此时 $\begin{cases} m-5\leqslant 4 \\ m\geqslant 1 \end{cases}$，即 $1\le m\le 9$ 时，边 BC 上总存在这样的点 P，使∠OPA=90°；

（2）如图 2，先判断四边形 OABC 是平行四边形，再利用平行线的性质和角平分线定义可得到∠AQO=90°，以 OA 为直径作⊙D，与直线 BC 分别交于点 E、F，则∠OEA=∠OFA=90°，于是得到点 Q 只能是点 E 或点 F，当 Q 在 F 点时，证明 F 是 BC 的中点．而 F 点为（4，2），得到 m 的值为 6.5；当 Q 在 E 点时，同理可求得 m 的值为 3.5．

解答：解：（1）存在．

∵O（0，0）、A（5，0）、B（m，2）、C（m﹣5，2）．

∴OA=BC=5，BC∥OA，

以 OA 为直径作⊙D，与直线 BC 分别交于点 E、F，则∠OEA=∠OFA=90°，如图 1，

作 DG⊥EF 于 G，连 DE，则 DE=OD=2.5，DG=2，EG=GF，

∴EG=$\sqrt{DE^2-DG^2}$=1.5，

∴E（1，2），F（4，2），

∴当 $\begin{cases} m-5\leqslant 4 \\ m\geqslant 1 \end{cases}$，即 $1\le m\le 9$ 时，边 BC 上总存在这样的点 P，使∠OPA=90°；

（2）如图 2，

∵BC=OA=5，BC∥OA，

∴四边形 OABC 是平行四边形，

∴OC∥AB，

∴∠AOC+∠OAB=180°，

∵OQ 平分∠AOC，AQ 平分∠OAB，

∴∠AOQ=$\frac{1}{2}$∠AOC，∠OAQ=$\frac{1}{2}$∠OAB，

∴∠AOQ+∠OAQ=90°，

∴∠AQO=90°，

以 OA 为直径作⊙D，与直线 BC 分别交于点 E、F，则∠OEA=∠OFA=90°，

∴点 Q 只能是点 E 或点 F，

当 Q 在 F 点时，∵OF、AF 分别是∠AOC 与∠OAB 的平分线，BC∥OA，

∴∠CFO=∠FOA=∠FOC，∠BFA=∠FAO=∠FAB，

∴CF=OC，BF=AB，

而 OC=AB，

∴CF=BF，即 F 是 BC 的中点．

而F点为（4，2），

∴此时m的值为6.5，

当Q在E点时，同理可求得此时m的值为3.5，

综上所述，m的值为3.5或6.5．

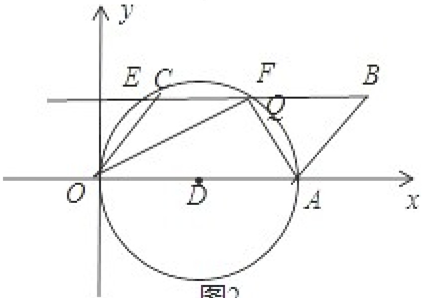


图2

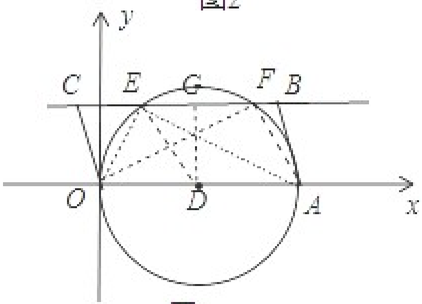


图1

点评：本题考查了圆的综合题：熟练掌握垂径定理、圆周角定理和平行四边形的判定与性质；理解坐标与图形性质；会利用勾股定理计算线段的长．

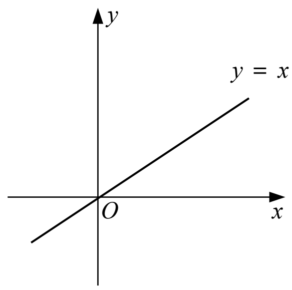
27．（本题满分10分）一次函数$y=x$的图像如图所示，它与二次函数$y=ax^2-4ax+c$的图像交于A、B两点（其中点A在点B的左侧），与这个二次函数图像的对称轴交于点C．

（1）求点C的坐标；

（2）设二次函数图像的顶点为D．

① 若点D与点C关于x轴对称，且△ACD的面积等于3，求此二次函数的关系式；

② 若$CD=AC$，且△ACD的面积等于10，求此二次函数的关系式．



考点：二次函数综合题．

分析：（1）先求出对称轴为x=2，然后求出与一次函数$y=\frac{3}{4}x$的交点，即点C的坐标；

（2）①先求出点D的坐标，设A坐标为（m，$\frac{3}{4}$m），然后根据面积为 3，求出m的值，得出点A的坐标，最后根据待定系数法求出a、c的值，即可求出解析式；

②过点A作AE⊥CD于E，设A坐标为（m，$\frac{3}{4}$m），由 $S_{\triangle ACD}=10$，求出m的值，然后求出点A坐标以及CD的长度，然后分两种情况：当a＞0，当a＜0时，分别求出点D的坐标，代入求出二次函数的解析式．

解答：解：（1）∵$y=ax^2-4ax+c=a(x-2)^2-4a+c$，

∴二次函数图象的对称轴为直线x=2，

当 x=2 时，$y=\frac{3}{4}x=\frac{3}{2}$，

故点 C（2，$\frac{3}{2}$）；

（2）①∵点 D 与点 C 关于 x 轴对称，

∴D（2，$-\frac{3}{2}$，），

∴CD=3，

设 A（m，$\frac{3}{4}$m）（m＜2），

由 $S_{\triangle ACD}=3$ 得：$\frac{1}{2}\times 3\times(2-m)=3$，

解得 m=0，

∴A（0，0）．

由 A（0，0）、D（2，$-\frac{3}{2}$）得：

$$\begin{cases} c=0 \\ -4a+c=-\frac{3}{2}. \end{cases}$$，

解得：$a=\frac{3}{8}$，c=0．

∴$y=\frac{3}{8}x^2-\frac{3}{2}x$；

②设 A（m，$\frac{3}{4}$m）（m＜2），

过点 A 作 AE⊥CD 于 E，则 AE=2－m，$CE=\frac{3}{2}-\frac{3}{4}m$，

$AC=\sqrt{AE^2+CE^2}=\sqrt{(2-m)^2+(\frac{3}{2}-\frac{3}{4}m)^2}=\frac{5}{4}(2-m)$，

∵CD=AC，

∴$CD=\frac{5}{4}(2-m)$，

由 $S_{\triangle ACD}=10$ 得 $\frac{1}{2}\times\frac{5}{4}(2-m)^2=10$，

解得：m=－2 或 m=6（舍去），

∴m=－2，

∴A（－2，$-\frac{3}{2}$），CD=5，

当 a＞0 时，则点 D 在点 C 下方，

∴D（2，$-\frac{7}{2}$），

由 A（－2，$-\frac{3}{2}$）、D（2，$-\frac{7}{2}$）得：

$$\begin{cases} 12a+c=-\frac{3}{2} \\ -4a+c=-\frac{7}{2}. \end{cases}$$，

解得：$\begin{cases} a=\dfrac{1}{8} \\ c=-3. \end{cases}$，

$\therefore y=\dfrac{1}{8}x^2-\dfrac{1}{2}x-3$；

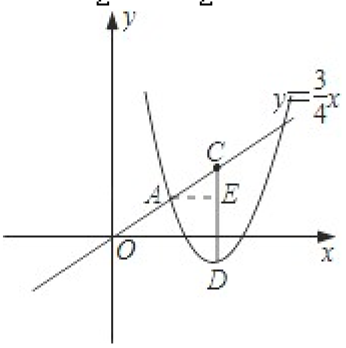
当 $a<0$ 时，则点 D 在点 C 上方，

$\therefore D\left(2，\dfrac{13}{2}\right)$，

由 $A\left(-2，-\dfrac{3}{2}\right)$、$D\left(2，\dfrac{13}{2}\right)$ 得：$\begin{cases} 12a+c=-\dfrac{3}{2} \\ -4a+c=\dfrac{13}{2}. \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ c=\dfrac{9}{2}. \end{cases}$，

$\therefore y=-\dfrac{1}{2}x^2+2x+\dfrac{9}{2}$．



点评：本题考查了二次根式的综合题，涉及了二次函数与一次函数的交点问题，三角形的面积公式，以及待定系数法求函数解析式等知识点，综合性较强，难度较大．

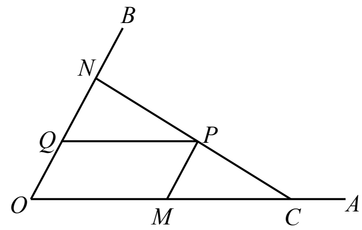
28．（本题满分 10 分）如图，C 为 $\angle AOB$ 的边 OA 上一点，$OC=6$，N 为边 OB 上异于点 O 的一动点，P 是线段 CN 上一点，过点 P 分别作 $PQ\parallel OA$ 交 OB 于点 Q，$PM\parallel OB$ 交 OA 于点 M．

（1）若 $\angle AOB=60°$，$OM=4$，$OQ=1$，求证：$CN\perp OB$．

（2）当点 N 在边 OB 上运动时，四边形 $OMPQ$ 始终保持为菱形．

①问：－的值是否发生变化？如果变化，求出其取值范围；如果不变，请说明理由．

②设菱形 $OMPQ$ 的面积为 S_1，$\triangle NOC$ 的面积为 S_2，求的取值范围．



考点：相似形综合题．

专题：综合题．

分析：（1）过 P 作 PE⊥OA 于 E，利用两组对边平行的四边形为平行四边形得到 OMPQ 为平行四边形，利用平行四边形的对边相等，对角相等得到 PM=OQ=1，∠PME=∠AOB=60°，进而求出 PE

与ME的长，得到CE的长，求出tan∠PCE的值，利用特殊角的三角函数值求出∠PCE的度数，得到PM于NC垂直，而PM与ON平行，即可得到CN与OB垂直；

（2）$\frac{1}{OM}-\frac{1}{ON}$的值不发生变化，理由如下：设OM=x，ON=y，根据OMPQ为菱形，得到PM=PQ=OQ=x，QN=y﹣x，根据平行得到三角形NQP与三角形NOC相似，由相似得比例即可确定出所求式子的值；

②过P作PE⊥OA于E，过N作NF⊥OA于F，表示出菱形OMPQ的面积为S_1，△NOC的面积为S_2，得到$\frac{S_1}{S_2}$，由PM与OB平行，得到三角形CPM与三角形CNO相似，由相似得比例求出所求式子$\frac{S_1}{S_2}$的范围即可．

解答：解：（1）过P作PE⊥OA于E，

∵PQ∥OA，PM∥OB，

∴四边形OMPQ为平行四边形，

∴PM=OQ=1，∠PME=∠AOB=60°，

∴PE=PM•sin60°=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，ME=$\frac{1}{2}$，

∴CE=OC﹣OM﹣ME=$\frac{3}{2}$，

∴tan∠PCE=$\frac{PE}{CE}$=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴∠PCE=30°，

∴∠CPM=90°，

又∵PM∥OB，

∴∠CNO=∠CPM=90°，

则CN⊥OB；

（2）①$\frac{1}{OM}-\frac{1}{ON}$的值不发生变化，理由如下：

设OM=x，ON=y，

∵四边形OMPQ为菱形，

∴OQ=QP=OM=x，NQ=y﹣x，

∵PQ∥OA，

∴∠NQP=∠O，

又∵∠QNP=∠ONC，

∴△NQP∽△NOC，

∴$\frac{QP}{OC}=\frac{NQ}{ON}$，即$\frac{x}{6}=\frac{y-x}{y}$，

∴6y﹣6x=xy．两边都除以6xy，得$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$，即$\frac{1}{OM}-\frac{1}{ON}=\frac{1}{6}$．

②过P作PE⊥OA于E，过N作NF⊥OA于F，

则S_1=OM•PE，$S_2=\frac{1}{2}$OC•NF，

∴$\frac{S_1}{S_2}=\frac{x\cdot PE}{3NF}$．

∵PM∥OB，

∴∠MCP=∠O，

又∵∠PCM=∠NCO，

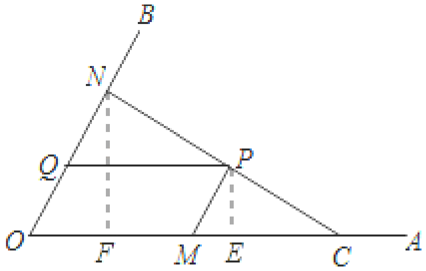
$\therefore \triangle CPM \backsim \triangle CNO$，

$\therefore \frac{PE}{NF} = \frac{CM}{CO} = \frac{6-x}{6}$，

$\therefore \frac{S_1}{S_2} = \frac{x(6-x)}{18} = -\frac{1}{18}(x-3)^2 + \frac{1}{2}$，

$\because 0 < x < 6$，

则根据二次函数的图象可知，$0 < \frac{S_1}{S_2} \leq \frac{1}{2}$．



点评：此题属于相似形综合题，涉及的知识有：相似三角形的判定与性质，二次函数的性质，平行四边形的判定与性质，以及菱形的性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解本题的关键．