

## 密云县 2013 年初中模拟 (二) 考试 数学试卷答案及评分标准

### 一、选择题 (本题共 32 分, 每小题 4 分)

1B 2A 3C 4A 5C 6D 7A 8A

### 二、填空题 (本题共 16 分, 每小题 4 分)

9.  $2(x+2)(x-2)$  10.  $90^\circ$  11.  $(4, 2)$  12.  $\frac{1}{256}$

### 三、解答题 (本题共 30 分, 每小题 5 分)

13. 原式= $4-1+4+1$ .....4 分

=8 .....5 分

14.  $x+x-2=4$  .....1 分

$2x=6$  .....2 分

$x=3$  .....3 分

经检验  $x=3$  是原方程的解, .....4 分

$\therefore x=3$  .....5 分

15.  $\because AD$  平分  $\angle BAC$ ,

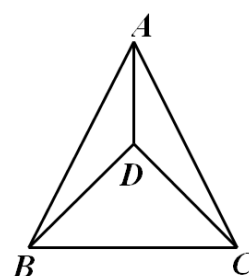
$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ . .....2 分

又  $\because AB=AC, AD=AD$ ,

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAD$ . .....3 分

$\therefore BD=CD$ . .....4 分

$\therefore \angle DBC = \angle DCB$ . .....5 分



16. 原式= $a^2-4b^2+a^2+4ab+4b^2-4ab=2a^2$ , .....3 分

当  $a=1, b=\frac{1}{10}$  时,

原式= $2 \times 1^2 = 2$ . .....5 分

17. (1) 由正方形 AMON 的面积为 9, 且顶点 A 在反比例函数图象上可知,  $A(3, 3)$ ,

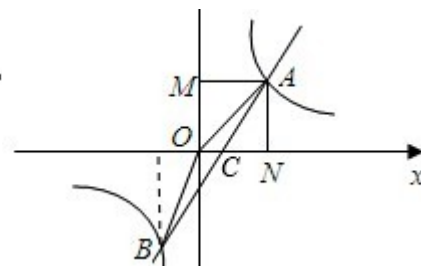
把  $A(3, 3)$  代入到  $y_1 = \frac{k}{x}$  中, 解得  $k=9$ ,

所以反比例函数的解析式为  $y_1 = \frac{9}{x}$ ,

把  $B(-1, a)$  代入反比例函数解析式得  $a = \frac{9}{-1} = -9$ , 所以  $B(-1, -9)$

把 A 和 B 的坐标代入一次函数  $y_2 = mx - n$  得  $\begin{cases} 3m - n = 3 & \text{①} \\ -m - n = -9 & \text{②} \end{cases}$ , ①-②得  $4m=12$ , 解得  $m=3$ , 把  $m=3$  代入①得  $n=6$

所以一次函数的解析式为  $y_2 = 3x - 6$ ;



(2) 令  $y_2=0$  得:  $3x-6=0$ , 解得  $x=2$ , 所以点  $C(2, 0)$ , 所以  $OC=2$ ,

所以  $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 + \frac{1}{2} \times 2 \times 9 = 12$ .

18. 设购进篮球  $x$  个, 购进排球  $y$  个, 由题意得:

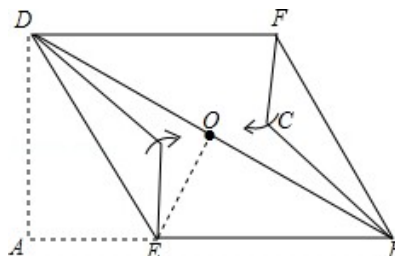
$$\begin{cases} x+y=20 \\ (95-80)x + (60-50)y=260 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

解得： $\begin{cases} x=12 \\ y=8 \end{cases}$ ， .....4分

答：购进篮球 12 个，购进排球 8 个. ....5分

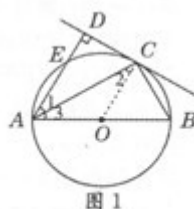
**四、解答题 (本题共 20 分，每小题 5 分)**

19. (1) 证明：连接 OE，  
 $\therefore$  四边形 ABCD 是平行四边形，  
 $\therefore DO=OB$ ， .....1分  
 $\therefore$  四边形 DEBF 是菱形，  
 $\therefore DE=BE$ ， .....2分  
 $\therefore EO \perp BD$ ，  
 $\therefore \angle DOE=90^\circ$ ，  
 即  $\angle DAE=90^\circ$ ，  
 又四边形 ABCD 是平行四边形，  
 $\therefore$  四边形 ABCD 是矩形. ....3分

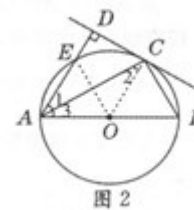


- (2)  $\therefore$  四边形 DEBF 是菱形，  
 $\therefore \angle FDB = \angle EDB$ ，  
 又由题意知  $\angle EDB = \angle EDA$ ，  
 由 (1) 知四边形 ABCD 是矩形，  
 $\therefore \angle ADF = 90^\circ$ ，即  $\angle FDB + \angle EDB + \angle ADE = 90^\circ$ ，  
 则  $\angle ADB = 60^\circ$ ，  
 $\therefore$  在  $Rt\triangle ADB$  中，有  $AD : AB = 1 : \sqrt{3}$ ，  
 又  $BC = AD$ ，  
 则  $\frac{AB}{BC} = \sqrt{3}$ . ....5分

20. (1) 证明：如图 1，连接 OC，  
 $\therefore CD$  为  $\odot O$  的切线  $\therefore OC \perp CD$   
 $\therefore AD \perp CD \therefore AD \parallel OC \therefore \angle 1 = \angle 2$   
 $\therefore OA = OC \therefore \angle 2 = \angle 3$   
 $\therefore \angle 1 = \angle 3$   
 即 AC 平分  $\angle DAB$ . ....5分



- (2) 如图 2  
 $\therefore AB$  为  $\odot O$  的直径  $\therefore \angle ACB = 90^\circ$   
 又  $\therefore \angle B = 60^\circ \therefore \angle 1 = \angle 3 = 30^\circ$   
 在  $Rt\triangle ACD$  中， $CD = 2\sqrt{3}$   
 $\therefore AC = 2CD = 4\sqrt{3}$   
 在  $Rt\triangle ABC$  中， $AC = 4\sqrt{3}$   
 $\therefore AB = \frac{AC}{\sin 60^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 8$  ...4分



连接 OE  
 $\therefore \angle EAO = 2\angle 3 = 60^\circ$ ， $OA = OE$   
 $\therefore \triangle EAO$  是等边三角形  
 $\therefore AE = OA = \frac{1}{2} AB = 4$ . ....5分

21. (每空 1 分) (1) 132, 48, 60; (2) 4, 6.

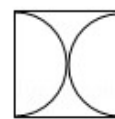


图3

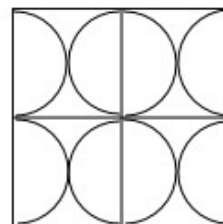


图4

22. (1) 在图3中设计出符合题目要求的图形. ....2分  
 (2) 在图4中画出符合题目要求的图形. ....5分

**五、解答题 (本题共 22 分, 第 23 题 7 分, 第 24 题 7 分, 第 25 题 8 分)**

23. (1)  $\Delta = (m-2)^2 + 4(m-1) = m^2$

$\therefore$  方程有两个不相等的实数根,

$\therefore m \neq 0$ .

$\therefore m-1 \neq 0$ ,

$\therefore m$  的取值范围是  $m \neq 0$ , 且  $m \neq 1$  .....2分

(2) 证明: 令  $y=0$  得,  $(m-1)x^2 + (m-2)x - 1 = 0$ .

$$\therefore x = \frac{-(m-2) \pm \sqrt{m^2}}{2(m-1)} = \frac{-(m-2) \pm m}{2(m-1)}$$

$$\therefore x_1 = \frac{-m+2-m}{2(m-1)} = -1, x_2 = \frac{-m+2+m}{2(m-1)} = \frac{1}{m-1} \text{ .....4分}$$

$\therefore$  抛物线与  $x$  轴的交点坐标为  $(-1, 0)$ ,  $(\frac{1}{m-1}, 0)$ ,

$\therefore$  无论  $m$  取何值, 抛物线  $y = (m-1)x^2 + (m-2)x - 1$  总过定点  $(-1, 0)$  .....5分

(3)  $\because x = -1$  是整数  $\therefore$  只需  $\frac{1}{m-1}$  是整数.

$\because m$  是整数, 且  $m \neq 0, m \neq 1$ ,

$\therefore m = 2$ . .....6分

当  $m = 2$  时, 抛物线为  $y = x^2 - 1$ .

把它的图象向右平移 3 个单位长度, 得到的抛物线解析式为

$$y = (x-3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 8 \text{ .....7分}$$

24. (1)  $BD=CF$  成立.

理由:  $\because \triangle ABC$  是等腰直角三角形, 四边形  $ADEF$  是正方形,

$\therefore AB=AC, AD=AF, \angle BAC = \angle DAF = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle BAC - \angle DAC, \angle CAF = \angle DAF - \angle DAC$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle CAF$ ,

在  $\triangle BAD$  和  $\triangle CAF$  中,

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD = \angle CAF \\ AD=AF \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAF$  (SAS).

$\therefore BD=CF$ . ....2分

(2) ①证明: 设  $BG$  交  $AC$  于点  $M$ .

$\because \triangle BAD \cong \triangle CAF$  (已证),

$\therefore \angle ABM = \angle GCM$ .

$\because \angle BMA = \angle CMG$ ,

$\therefore \triangle BMA \sim \triangle CMG$ .

$\therefore \angle BGC = \angle BAC = 90^\circ$ .

$\therefore BD \perp CF$  .....4分

②过点  $F$  作  $FN \perp AC$  于点  $N$ .

$\because$  在正方形  $ADEF$  中,  $AD=DE=\sqrt{2}$ ,

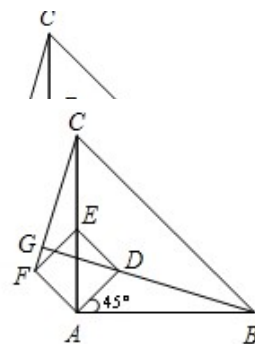


图3

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = 2,$$

$$\therefore AN = FN = \frac{1}{2}AE = 1.$$

$\therefore$  在等腰直角  $\triangle ABC$  中,  $AB = 4$ ,  
 $\therefore CN = AC - AN = 3$ ,  $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 4\sqrt{2}$ .

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle FCN \text{ 中, } \tan \angle FCN = \frac{FN}{CN} = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle ABM \text{ 中, } \tan \angle ABM = \frac{AM}{AB} = \tan \angle FCN = \frac{1}{3}.$$

$$\therefore AM = \frac{1}{3}AB = \frac{4}{3}.$$

$$\therefore CM = AC - AM = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}, \quad BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \frac{4\sqrt{10}}{3}.$$

.....5分

$\therefore \triangle BMA \sim \triangle CMG$ ,

$$\therefore \frac{BM}{BA} = \frac{CM}{CG}.$$

$$\therefore \frac{\frac{4\sqrt{10}}{3}}{4} = \frac{\frac{8}{3}}{CG}.$$

$$\therefore CG = \frac{4\sqrt{10}}{5}. \quad \text{.....6分}$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle BGC \text{ 中, } BG = \sqrt{BC^2 - CG^2} = \frac{8\sqrt{10}}{5}. \quad \text{.....7分}$$

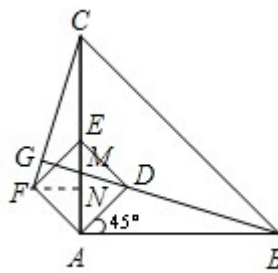


图3

25. (1) 当  $m=2, n=2$  时,

如题图 1, 线段 BC 与线段 OA 的距离等于平行线之间的距离, 即为 2;

当  $m=5, n=2$  时,

B 点坐标为 (5, 2), 线段 BC 与线段 OA 的距离, 即为线段 AB 的长,

如答图 1, 过点 B 作  $BN \perp x$  轴于点 N, 则  $AN=1, BN=2$ ,

在  $\text{Rt}\triangle ABN$  中, 由勾股定理得:  $AB = \sqrt{AN^2 + BN^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$  ...2分

(2) 如答图 2 所示, 当点 B 落在  $\odot A$  上时,  $m$  的取值范围为  $2 \leq m \leq 6$ :

当  $4 \leq m \leq 6$ , 显然线段 BC 与线段 OA 的距离等于  $\odot A$  半径, 即  $d=2$ ;

当  $2 \leq m < 4$  时, 作  $BN \perp x$  轴于点 N, 线段 BC 与线段 OA 的距离等于 BN 长,  $ON=m, AN=OA-ON=4-m$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABN$  中, 由勾股定理得:

$$\therefore d = \sqrt{2^2 - (4-m)^2} = \sqrt{4 - 16 + 8m - m^2} = \sqrt{-m^2 + 8m - 12}. \quad \text{.....4分}$$

(3) ①依题意画出图形, 点 M 的运动轨迹如答图 3 中粗体实线

所示:由图可见, 封闭图形由上下两段长度为 8 的线段,

以及左右两侧半径为 2 的半圆所组成, 其周长为:

$$2 \times 8 + 2 \times \pi \times 2 = 16 + 4\pi,$$

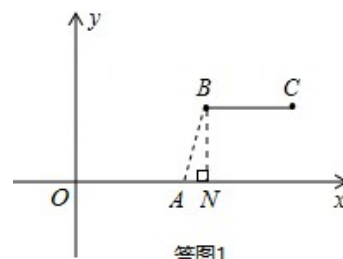
$\therefore$  点 M 随线段 BC 运动所围成的封闭图形的周长为:  $16 + 4\pi$ . ...5分

②结论: 存在.

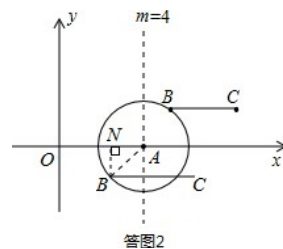
$\therefore m \geq 0, n \geq 0, \therefore$  点 M 位于第一象限.

$\therefore A(4, 0), D(0, 2), \therefore OA=2OD$ .

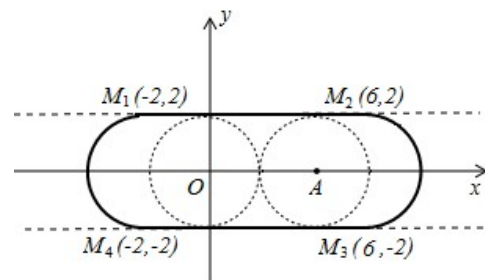
如图 4 所示, 相似三角形有三种情形:



答图1



答图2



答图3

(I)  $\triangle AM_1H_1$ ，此时点 M 纵坐标为 2，点 H 在 A 点左侧。

如图， $OH_1=m+2$ ， $M_1H_1=2$ ， $AH_1=OA-OH_1=2-m$ ，

由相似关系可知， $M_1H_1=2AH_1$ ，即  $2=2(2-m)$ ，

$\therefore m=1$ ；.....6分

(II)  $\triangle AM_2H_2$ ，此时点 M 纵坐标为 2，点 H 在 A 点右侧。

如图， $OH_2=m+2$ ， $M_2H_2=2$ ， $AH_2=OH_2-OA=m-2$ ，

由相似关系可知， $M_2H_2=2AH_2$ ，即  $2=2(m-2)$ ，

$\therefore m=3$ ；.....7分

(III)  $\triangle AM_3H_3$ ，此时点 B 落在  $\odot A$  上。

如图， $OH_3=m+2$ ， $AH_3=OH_3-OA=m-2$ ，

过点 B 作  $BN \perp x$  轴于点 N，则  $BN=M_3H_3=n$ ， $AN=m-4$ ，

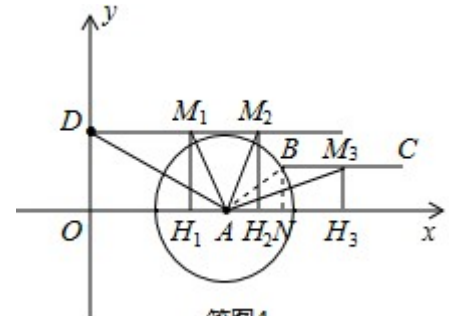
由相似关系可知， $AH_3=2M_3H_3$ ，即  $m-2=2n$  (1)

在  $Rt\triangle ABN$  中，由勾股定理得： $2^2=(m-4)^2+n^2$  (2)

由 (1)、(2) 式解得： $m_1=\frac{26}{5}$ ， $m_2=2$ ，

当  $m=2$  时，点 M 与点 A 横坐标相同，点 H 与点 A 重合，故舍去，

$\therefore m=\frac{26}{5}$ 。.....8分



答图4

综上所述，存在 m 的值使以 A、M、H 为顶点的三角形与  $\triangle AOD$  相似，m 的取值为：1、3 或  $\frac{26}{5}$ 。

