图形与几何（圆与正多边形）

一、教材内容

六年级第一学期：第四章 圆与扇形（7课时）

九年级第二学期：第二十七章 圆与正多边形（14课时）

二、“课标”要求

1．通过点的运动认识圆的特征，理解圆周、圆弧、扇形等概念

2．通过操作活动，对圆的周长和面积、弧长与扇形面积等计算公式形成猜想或进行验证；会用公式进行简单度量问题的计算；体会近似与精确的数学思想，了解数学实验的研究方法。

3．理解圆心角、弦、弦心距的概念，理解圆的旋转的不变性，通过操作、说理和证明，研究圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系。掌握有关的概念以及它们之间的关系；发展探索和发现能力，体会事物之间相互依存、相互制约的联系观点和等价转换思想。

4．掌握垂径定理及其推论；在研究过程中，进一步体验“实验—归纳—猜测—证明”的方法。

5．经历直线与圆、圆与圆的位置关系的动态变化过程，体验运动变化、分类讨论的思想和量变引起质变的观点。初步掌握直线与圆、圆与圆的各种位置关系，以及相应的数量关系。

6．掌握正多边形的有关概念和基本性质，会画正三、四、六边形。

直线与圆相切、圆与圆相切的判定定理、性质定理及其相关内容，在拓展（II）中教学。

三、“考纲”要求

考　点	要　求
1.圆周、圆弧、扇形等概念，圆的周长和弧长的计算，圆的面积和扇形面积的计算	II
42.圆心角、弦、弦心距的概念	II
43．圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	III
44．垂径定理及其推论	III
45．直线与圆、圆与圆的位置关系及相应的数量关系	II

46．正多边形的有关概念和基本性质	III
47．画正三、四、六边形	II

图形与几何（6）

(圆与正多边形)

一、选择题（6×4′=24′）

1.下列判断中正确的是…………………………………………………………（　）

（A）平分弦的直线垂直于弦；

（B）平分弦的直线也必平分弦所对的两条弧；

（C）弦的垂直平分线必平分弦所对的两条弧；

（D）平分一条弧的直线必平分这条弧所对的弦.

2.经过A、B两点作圆，圆心在…………………………………………（　）

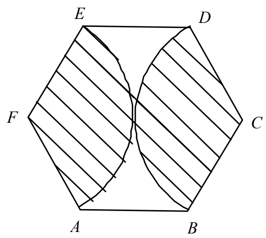
（A）AB的中点；　　　　（B）AB的延长线；

（C）过A点的垂线上；　　　（D）AB的垂直平分线上.

3.在平面直角坐标系中，以点（2，1）为圆心，1为半径的圆，必与……（　）

(A) x轴相交；　(B) y轴相交；　　(C) x轴相切；　　(D) y轴相切.

4.如图，正六边形ABCDEF的边长为a，分别以C、F为圆心，a为半径画弧，则图中阴影部分的面积是…（　）



第4题图

（A）$\frac{1}{6}\pi a^2$；　（B）$\frac{1}{3}\pi a^2$；

（C）$\frac{2}{3}\pi a^2$；　（D）$\frac{4}{3}\pi a^2$.

5.在下列命题中，正确的是……………………（　）

(A)正多边形一个内角与一个外角相等，则它是正六边形；

(B)正多边形都是中心对称图形；

(C)边数大于3的正多边形的对角线长都相等；

(D)正多边形的一个外角为36°,则它是正十边形.

6.如果两圆的半径分别为3、5，圆心距为2，那么两圆的位置关系为…（　）

（A）外切；　（B）相交；　　（C）内切；　　（D）内含.

二、填空题（12×4′=48′）

7.圆是轴对称图形，它的对称轴是______________.

8.在⊙O 中，弦 AB= 8cm，弦心距 OC= 3cm，则该圆的半径为________cm.

9.直线 l 与⊙O 相交，若⊙O 的半径为 4cm，则圆心 O 到直线 l 的距离 d______4cm,（填：“<”、“ >”、“ =”）.

10.某学校需修建一个圆心角为 60°，半径为 12 米的扇形投掷场地，则扇形场地的面积约为_________米 ^{2}（结果保留 π）.

11.斜边为 10cm 的直角三角形的外接圆半径为_____cm.

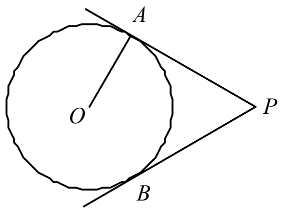
12.正八边形的一个内角是_____度.

13.⊙A 和⊙B 内切，圆心距 AB=3cm，⊙A 的半径为 5cm，则⊙B 的半径是_____cm.

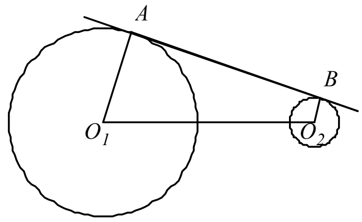
14.已知两圆的半径分别是方程 $x^2-8x+15=0$ 的两根，当这两圆的圆心距是 5cm 时，这两圆的位置关系是_____.

15.Rt△ABC 中∠C=90°，AC=6,BC=8，⊙C 与斜边 AB 相切，则⊙C 的半径为
.

16.如图所示，PA、PB 是⊙O 的两条切线，A、B 是切点，∠APB=60°,AP=3cm，则⊙O 半径 OA=_____cm.



第16题图



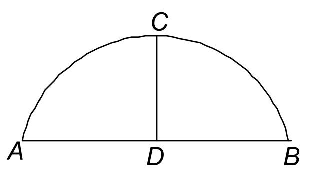
第17题图

17.如图所示，AB 是⊙O_1 和⊙O_2 的外公切线，A、B 是切点，若 O_1O_2=13，O_1A=6, O_2B=1，则公切线长 AB=_____.

18.在△ABC 中，$AB=7$，$BC=8$，$AC=5$，以 B、C 为圆心的两圆外切，以 A 为圆心的圆与⊙B、⊙C 都相切，则⊙A 的半径是_______.

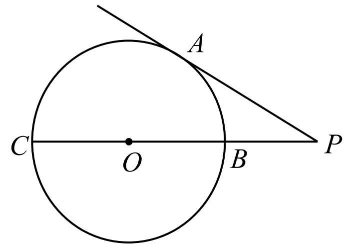
三、简答题（19-22 每题 10 分，23、24 每题 12 分，25 题 14 分，共 78 分）

19.某公园的一石拱桥是圆弧形（劣弧）如图所示，其跨度 AB 为 24 米，拱的半径为 13 米，求拱高 CD 的高度.



第 19 题图

20. 如图，PA 与⊙O 相切于点 A，PC 经过圆心 O，并交⊙O 于点 B、C，PA=4，PB=2，求∠P 的余弦值．



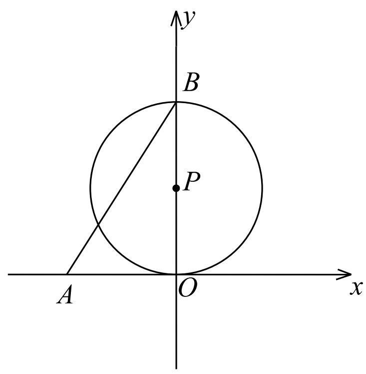
第 20 题图

21.已知：⊙O_1与⊙O_2相交于 A、B 两点，公共弦 AB=16cm，若两圆半径分别为 10cm 和 17cm，求两圆的圆心距.

22.如图所示，已知 A(-6,0)，B (0,8)，以 OB 为直径的⊙P 与 AB 的另一交点为 C，

（1）求 P 到 AB 的距离；

（2）C 点坐标.

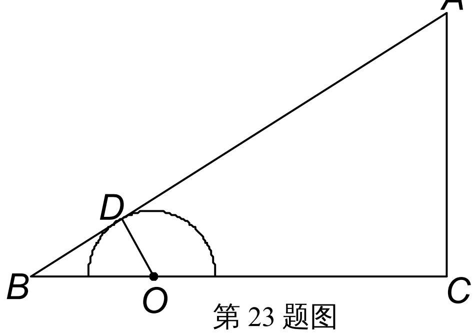


第 22 题图

23.如图,在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=3，BC=4，O 是 BC 边上一动点，O 不与 B、C 重合，以 O 为圆心的半圆与 AB 切于 D 点，设 OD=x，OC=y.

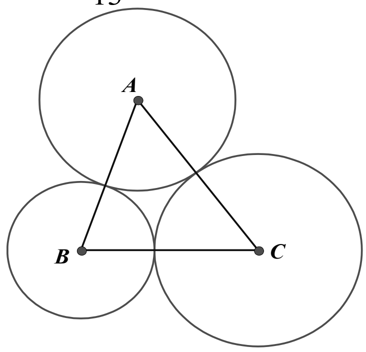
(1)求 y 与 x 的函数关系式并写出定义域；

（2）当 x 为何值时，半圆与 AC 相切.



第 23 题图

24.如图：⊙A、⊙B、⊙C 两两外切，$r_A=7$，$r_B=6$，$cos\angle B=\frac{5}{13}$，求：r_C



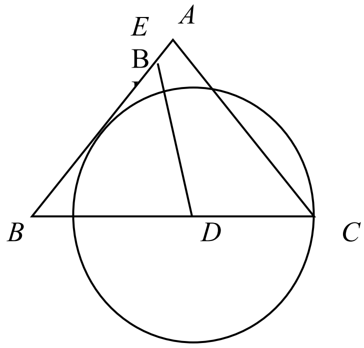
第 24 题图

25．如图，已知，在等腰△ABC 中，AB=AC=5，BC=6.点 D 为 BC 边上一动点（不与 B 点重合），过 D 作射线 DE 交 AB 边于 E，使∠BDE =∠A.以 D 为圆心，DC 的长为半径作⊙D.

（1）设 BD=x，AE =y，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出定义域；

（2）当⊙D 与 AB 边相切时，求 BD 的长；

（3）如果⊙E 是以 E 为圆心，AE 的长为半径的圆，那么当 BD 为何值时，⊙D 与⊙E 相切？



第 25 题图

参考答案

一、1.C；2.D；3.C；4.C；5.D；6.C.

二、7.直径所在的直线；8.5；9.“<”；10.24π ；11.5；12.135；

13.2 或 8；14.相交；15.4.8；16.$\sqrt{3}$；17.12；18.2 或 10.

三、19.解：∵CD 是拱高,

$\therefore AD=\frac{1}{2}AB=12$ 米，$CD\perp AB$ ……………………………………(2 分)

设圆弧所在圆的圆心为 O，$CD=x$ 米，

由勾股定理得：$OD^2+AD^2=OA^2$;…………………………………(3 分)

$\therefore (13-x)^2+12^2=13^2$ ……………………………………….(1 分)

解得：$x=8$ 或 $x=18$（舍去）………………………………………(2 分)

CD=8 米……………………………………….(1 分)

答：拱高 CD 的高度为 8 米. ……………………………………….(1 分)

20.解：连接 OA ,设⊙O 的半径为 x . ……………………………………….(1 分)

∵PA 与⊙O 相切于点 A,

$\therefore OA\perp PA$ ……………………………………….(1 分)

$\therefore \angle OAP=90^\circ$ ……………………………………….(1 分)

$\therefore OA^2+PA^2=OP^2$ ……………………………………….(2 分)

∵ PA=4，PB=2,

$\therefore x^2+4^2=(x+2)^2$ ……………………………………….(1 分)

解得：$x=3$ ……………………………………….(1 分)

$\therefore AP=5$ ……………………………………….(1 分)

$\therefore \cos P=\frac{AP}{OP}=\frac{4}{5}$ ……………………………………(2 分)

21.解：（1）当两圆心 O_1、O_2 在 AB 的两侧时

∵ ⊙O_1 与⊙O_2 相交于 A、B 两点；

∴O_1O_2 垂直平分 AB, 设交点为 C，………………………(2 分)

则 $AC=\frac{1}{2}AB=8cm, \angle ACO_1=\angle ACO_2=90^{\circ}$ …………(1 分)

$\therefore O_1C=\sqrt{O_1A^2-AC^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6(cm)$ …………(2 分)

同理：$O_2C=15(cm)$ ……………………………………(1 分)

$\therefore O_1O_2=O_1C+O_2C=21(cm)$ ……………………………(1 分)

（2）当两圆心 O_1、O_2 在 AB 的同侧时，

$\therefore O_1O_2=O_2C-O_1C=9(cm)$ ……………………………(2 分)

答：两圆的圆心距为 21cm 或 9cm……………………………(1 分)

22.解：作 $PD\perp AB$ 于点 D，……………………………(1 分)

$\therefore \angle PDB=90^{\circ}$

$\because \angle AOB=90^{\circ}$

$\therefore \angle PDB=\angle AOB$ ……………………………(1 分)

$\because \angle ABO=\angle PBD$

$\therefore \Delta PBD\backsim\Delta ABO$ ……………………………(1 分)

$\therefore \frac{PB}{AB}=\frac{PD}{OA}$ ……………………………(1 分)

∵A(-6,0)，B (0,8)

$OA=6, OB=8;$

$\therefore AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=10$ ……………………………(1 分)

∵OB 是⊙P 的直径 $\therefore PB=4$

$\therefore \frac{4}{10}=\frac{PD}{6}$ $\therefore PD=\frac{12}{5}$ ....(1 分)

即：P 到 AB 的距离为$\frac{12}{5}$；

（2）∵P 是圆心, $PD \perp BC$

$\therefore BC=2BD=2\sqrt{PB^2-PD^2}=\frac{32}{5}$ ....(1 分)

$\therefore AC=10-\frac{32}{5}=\frac{18}{5}$

作$CE \perp OA$垂足为 E;

同理：$AE=\frac{54}{25}, CE=\frac{72}{25}$ ....(1 分)

$\therefore OE=OA-OE=\frac{96}{25}$ ....(1 分)

∴点 C 的坐标为（$-\frac{96}{25}, \frac{72}{25}$）................................(1 分)

其它方法:求出 $CE=3.84$,即点 C 横坐标为-3.84,给 2 分.求出直线 AB 的解析式

$y=\frac{4}{3}x+8$,给 2 分. 点 C 纵坐标为 2.88,给 1 分.

23.解：∵以 O 为圆心的半圆与 AB 切于 D 点

$\therefore \angle ODB=90^\circ$ ....(1 分)

$\angle C=90^\circ$

$\therefore \angle ODB=\angle C$ ....(1 分)

$\because \angle B=\angle B$

$\therefore \Delta BDO \backsim BCA$ ....(2 分)

$\therefore \frac{OD}{AC}=\frac{OB}{BA}$ ....(1 分)

∵AC=3，BC=4，$\therefore AB=5$

∵OD=x，OC=y

$\therefore \frac{x}{3}=\frac{4-y}{5}$ ....(1 分)

$\therefore y=\frac{12-5x}{3}(0<x<\frac{12}{5})$ .... (1 分+1 分)

（2）当半圆与AC相切，即y= x……………………………(2分)

可得：$x=\frac{3}{2}$ ………………………………(1分)

∴当 $x=\frac{3}{2}$ 时，半圆与AC相切……………………………(1分)

24. 解：过点A作 $AF\perp BC$ 垂足为F，……………………………(1分)

∵⊙A、⊚B、⊚C两两外切.

$\therefore AC=r_C+7, BC=r_C+6$，AB=13，………………… (1分+1分+1分)

在 $Rt\Delta ABE$ 中，$\cos\angle B=\frac{BF}{AB}=\frac{5}{13}$ ……………………………(2分)

∴BF=5，AF=12，$CF=r_c+1$ ……………………………(1分+1分+1分)

由勾股定理得: $r_C=8$ ……………………………(3分)

25．解：（1）∵∠BDE=∠A，∠B=∠B，　∴△BDE∽△BAC，----------------（2分）

$\therefore\frac{BD}{BE}=\frac{BA}{BC}$ 即 $\frac{x}{5-y}=\frac{5}{6}$ $\therefore y=5-\frac{6}{5}x$，$(0<x\le\frac{25}{6})$---------（2分+1分）

（2）设切点为H，连DH，则DH⊥AB，DH=6-x -----------------------（1分）

过点A作AM⊥BC于M，∵AB=AC=5，BC=6，∴BM=3，AM=4------（1分）

$\because\frac{HD}{BD}=\sin\angle B=\frac{AM}{AB}$，$\therefore\frac{6-x}{x}=\frac{4}{5}$，$\therefore x=\frac{10}{3}$ ------------------（2分）

（3）∵△BDE∽△BAC，AB=AC，∴DE=BD=x ---------------------（1分）

∵⊙D与⊚E相切，∴有三种情况：

① DE=R_D+R_E，即 $x=6-x+5-\frac{6}{5}x$，得 $x=\frac{55}{16}$；----------------（2分）

② DE=R_D-R_E，即 $x=6-x-5+\frac{6}{5}x$，得 $x=\frac{5}{4}$；-----------------（1分）

③ DE=R_E-R_D，即 $x=5-\frac{6}{5}x-6+x$，得 $x=-\frac{5}{6}$（不合题意，舍去）--（1分）

$\because x=\frac{55}{16}<\frac{25}{6}$，$x=\frac{5}{4}<\frac{25}{6}$，∴当 BD= $\frac{55}{16}$ 或 $\frac{5}{4}$ 时，⊙D 与⊙E 相切.

（注：情况③不写，但说明 $R_E < R_D$，则不扣分）