

2012年从化市初三综合测试参考答案及评分标准

数学

- 说明：1. 本解答给出了一种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，各学校可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则。
2. 对解答题中的计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的得分，但所给分数不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分。
3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。
4. 只给整数分数，选择题和填空题不给中间分。

一、选择题：(本大题考查基本知识和基本运算，共10小题，每小题3分，共30分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	D	C	C	B	B	A	D	A	C

二、填空题：(本大题查基本知识和基本运算，体现选择性，共6小题，每小题3分，共18分)

11. 83 12. 20π 13. $k = -1$ 14. $a(x-2)(x+2)$ 15. 1:8 16.

$2\sqrt{5}$

三、解答题：(本大题共9小题，满分102分，解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。)

17. (本小题满分9分) 本题主要考查了解分式方程，考查了基本转化思想。

解：方程的两边同乘 $x(x+4)$ ，得2分

$x+4=5x$ 4分

解得： $x=1$ 6分

∴ 检验：把 $x=1$ 代入 $x(x+4)=5 \neq 0$ 8分

∴ 原方程的解为： $x=1$ 9分

18. (本小题满分9分) 本题主要考查了平方差公式、完全平方公式、整式的运算以及合并同类项等基础知识，考查了基本的代数计算能力。

解：原式= $a^2 + 2ab + b^2 + (a-b)(2a+b) - 3a^2$ 2分

= $a^2 + 2ab + b^2 + 2a^2 - ab - b^2 - 3a^2$ 4分

$=ab$ 6分

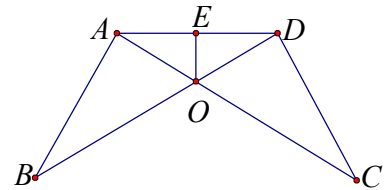
当 $a = 2 - \sqrt{3}$, $b = \sqrt{3} + 2$ 时,

原式 $= (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$ 9分

19. (本小题满分 10 分) 本题主要考查了全等三角形的判定、等腰三角形的性质等基础知识, 考查了几何推理能力和空间观念.

解: (1) 证明: 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中

$$\therefore \begin{cases} \angle B = \angle C \\ \angle AOB = \angle DOC \\ AB = DC \end{cases} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$



$\therefore \triangle AOB \cong \triangle DOC$ 5分

(2) $\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD$

$\therefore AO = DO$ 7分

$\therefore E$ 是 AD 的中点

$\therefore OE \perp AD$ 9分

$\therefore \angle AEO = 90^\circ$ 10分

20. (本小题满分 10 分) 本题主要考查了矩形、平行四边形、菱形、等边三角形的性质和判定等基础知识, 考查了几何推理能力.

解: (1) 证明: $\therefore DE \parallel AC, CE \parallel BD$

$\therefore OCED$ 是平行四边形2分

\therefore 矩形 $ABCD$

$\therefore AO = OC = OB = OD = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} BD$

.....3分

\therefore 四边形 $OCED$ 是菱形4分

(2) 过点 D 作 $DF \perp AC$ 于 F5分

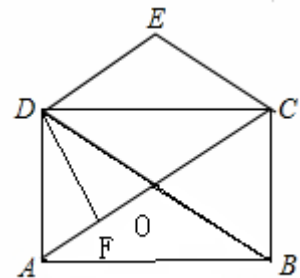
由上可知 $OA = OD = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ cm}$

$\therefore \angle DOA = 60^\circ$

$\therefore \triangle DOA$ 是等边三角形6分

$\therefore AF = \frac{1}{2} OA = 2 \text{ cm}$ 7分

$\therefore DF = \sqrt{DA^2 - AF^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$8分



∴菱形 OCED 的面积为： $OC \times DF = 4 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$ cm.....10 分

21 . (本小题满分 12 分) 本题主要考查了扇形统计图、条形统计图、概率等基础知识，考查了统计的思想 .

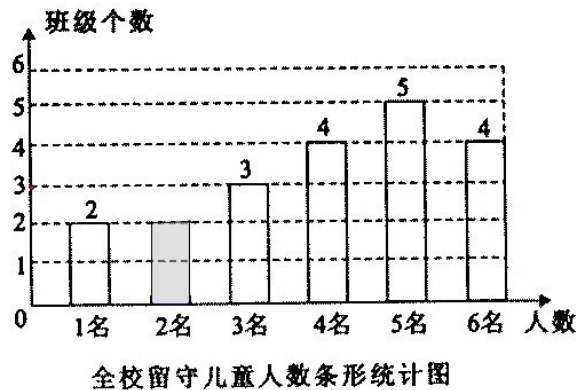
解：(1) 该校班级个数为： $4 \div 20\% = 20$ (个)2 分

只有 2 名留守儿童的班级个数为： $20 - (2 + 3 + 4 + 5 + 4) = 2$ (个)3 分

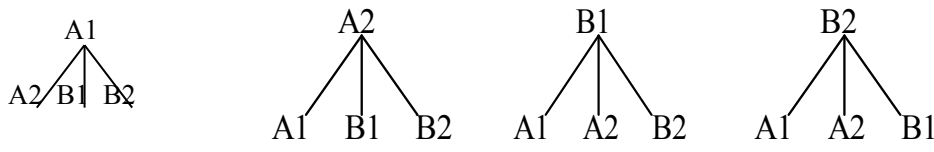
该校平均每班留守儿童人数为：

$$\frac{1 \times 2 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 5 + 6 \times 4}{20} = 4 \text{ (名)} \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

补充图如下：



(2) 由 (1) 知只有 2 名留守儿童的班级有 2 个，共有 4 名学生，设 A1、A2 来自一个班，B1、B2 来自另一个班，画树状图如下：



或列表如下：

	A1	A2	B1	B2
A1		(A2,A1)	(B1, A1)	(B2,A1)
A2	(A1, A2)		(B1,A2)	(B2,A2)
B1	(A1, B1)	(A2, B1)		(B2,B1)

.....10 分

由树状图或列表可知，共有 12 种等可能情况，其中来自同一个班级的有 4 种，所以所选两名留守儿童来自同一个班级的概率 $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ 12 分

22 . (本小题满分 12 分) 本题主要考查了直角三角形、方向角等基础知识，考查了转化的思想和计算能力 .

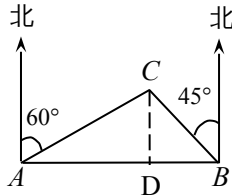
解：依题意得： $AB = 50 \times 20 = 1000$ 米1 分

过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D，2 分

在 $Rt\triangle BCD$ 中， $\angle CBD = 45^\circ$

则 $BD = CD$ 4 分

设 $BD = x$ ，则 $AD = 1000 - x$ 5 分



在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\angle CAD = 30^\circ$,

$$\tan \angle CAD = \frac{CD}{AD} \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

$$\therefore \frac{x}{1000-x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

解得: $x = 500\sqrt{3} - 500 \dots\dots\dots 10 \text{分}$

≈ 366 (米) $\dots\dots\dots 11 \text{分}$

答: 建筑物 C 到公路 AB 的距离约为 366 米. $\dots\dots\dots 12 \text{分}$

23. (本小题满分 12 分) 本题主要考查了二元一次方程组、一元一次不等式(组)的应用等基础知识, 考查了解决简单实际问题的能力.

解: (1) 根据题意得: $\begin{cases} a - b = 2 \\ 3b - 2a = 6 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{分}$

$$\therefore \begin{cases} a = 12 \\ b = 10 \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) 设购买污水处理设备 A 型设备 x 台, B 型设备 $(10 - x)$ 台, 则:

$$12x + 10(10 - x) \leq 105 \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$$\therefore x \leq 2.5 \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$\therefore x$ 取非负整数

$$\therefore x = 0, 1, 2 \dots\dots\dots 7 \text{分}$$

\therefore 有三种购买方案:

① A 型设备 0 台, B 型设备 10 台;

② A 型设备 1 台, B 型设备 9 台;

③ A 型设备 2 台, B 型设备 8 台. $\dots\dots\dots 8 \text{分}$

(3) 由题意: $240x + 200(10 - x) \geq 2040 \dots\dots\dots 9 \text{分}$

$$\therefore x \geq 1$$

又 $\therefore x \leq 2.5$, x 取非负整数

$$\therefore x \text{ 为 } 1, 2. \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

当 $x = 1$ 时, 购买资金为: $12 \times 1 + 10 \times 9 = 102$ (万元)

当 $x = 2$ 时, 购买资金为: $12 \times 2 + 10 \times 8 = 104$ (万元)

\therefore 为了节约资金, 应选购 A 型设备 1 台, B 型设备 9 台. $\dots\dots\dots 12 \text{分}$

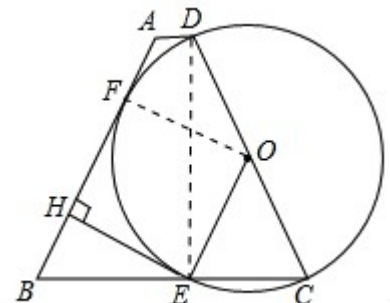
24. (本题满分 14 分) 本题主要考查了相似三角形的判定与性质、平行线、等腰梯形、切线的性质及勾股定理等基础知识, 考查了运算能力、推理能力和空间观念.

解: (1) 证明: 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$.

$$\therefore AB = DC, \angle B = \angle C \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$\therefore OE = OC$$

$$\therefore \angle OEC = \angle C \dots\dots\dots 2 \text{分}$$



$\therefore \angle B = \angle OEC$ 3分

$\therefore OE \parallel AB$ 4分

(2) 证明：连结 OF,

$\because \odot O$ 与 AB 切于点 F,

$\therefore OF \perp AB,$

$\therefore EH \perp AB$

$\therefore OF \parallel EH$ 6分

又 $\because OE \parallel AB$

\therefore 四边形 OEHF 为平行四边形7分

$\therefore EH = OF$

$\therefore OF = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} AB$

$\therefore EH = \frac{1}{2} AB$ 9分

(3) 解：连结 DE，设 $\odot O$ 的半径为 r,

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle DEC = 90^\circ$

则 $\angle DEC = \angle EHB$

又 $\because \angle B = \angle C$

$\therefore \triangle EHB \sim \triangle DEC$ 10分

$\therefore \frac{DE}{EH} = \frac{EC}{BH}$

$\therefore BH = 1, EC = \sqrt{3}$

$\therefore DE = \sqrt{3}EH = \sqrt{3}r$ 12分

在 $Rt\triangle DEC$ 中， $DE^2 + EC^2 = CD^2$

$\therefore (\sqrt{3}r)^2 + (\sqrt{3})^2 = (2r)^2, r > 0$

解得： $r = \sqrt{3}$

$\therefore \odot O$ 的半径为 $\sqrt{3}$ 14分

25. (本小题满分 14 分) 本题主要考查了二次函数、顶点坐标、平行四边形的性质、三角形的面积等基础知识，考查了计算能力。

解：(1) \because 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3a$ 经过 A (-1, 0)、B (0, 3) 两点，

$\therefore \begin{cases} 0 = a - b - 3a \\ 3 = -3a \end{cases}$ 解得： $\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$

抛物线的解析式为： $y = -x^2 + 2x + 3$ 2分

∵由 $-x^2 + 2x + 3 = 0$ ，解得： $x_1 = -1, x_2 = 3$

∴ $C(3,0)$ 3分

∵由 $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$

∴ $D(1,4)$ 4分

(2) ∵四边形 AEBF 是平行四边形，

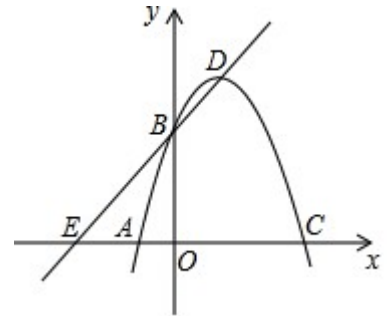
∴ $BF=AE$ 5分

设直线 BD 的解析式为： $y = kx + b$ ，则

∵ $B(0,3), D(1,4)$

$$\begin{cases} 3 = b \\ 4 = k + b \end{cases} \quad \text{解得：} \quad \begin{cases} k = 1 \\ b = 3 \end{cases}$$

∴直线 BD 的解析式为： $y = x + 3$ 7分



当 $y=0$ 时， $x=-3$ ∴ $E(-3, 0)$ ，∴ $OE=3$ ，

∴ $A(-1, 0)$

∴ $OA=1$ ，∴ $AE=2$ ∴ $BF=2$ ，

∴ F 的横坐标为 2，∴ $y=3$ ，∴ $F(2, 3)$ ；9分

(3) 如图，设 $Q(a, -a^2 + 2a + 3)$ ，作 $PS \perp x$ 轴， $QR \perp x$ 轴于点 S, R ，且

$P(2, 3)$ ，

∴ $AR = a + 1$ ， $QR = -a^2 + 2a + 3$ ， $PS = 3$ ， $RS = 2 - a$ ， $AS = 3$ 10分

∴ $S_{\triangle PQA} = S_{\text{四边形 PSRQ}} + S_{\triangle QRA} - S_{\triangle PSA}$

$$= \frac{(PS + QR)}{2} \times RS + \frac{AR \times QR}{2} - \frac{PS \times AS}{2} \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

$$= \frac{(3 - a^2 + 2a + 3)}{2} \times (2 - a) + \frac{(a + 1) \times (-a^2 + 2a + 3)}{2} - \frac{3 \times 3}{2}$$

$$\therefore S_{\triangle PQA} = -\frac{3}{2}a^2 + \frac{3}{2}a + 3$$

$$= -\frac{3}{2}\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{8} \dots\dots\dots 12 \text{分}$$

∴当 $a = \frac{1}{2}$ 时， $S_{\triangle PQA}$ 的最大面积为 $\frac{27}{8}$ ，13分

此时 $Q\left(\frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right)$ 14分

