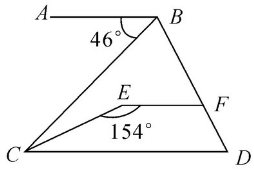
考点跟踪训练48　几何型综合问题

一、选择题

1．(2011·潜江)如图，$AB\parallel EF\parallel CD$，$\angle ABC=46°$，$\angle CEF=154°$，则$\angle BCE$等于(　　)



A．23° B．16°

C．20° D．26°

答案　C

解析　$\because AB\parallel CD$，

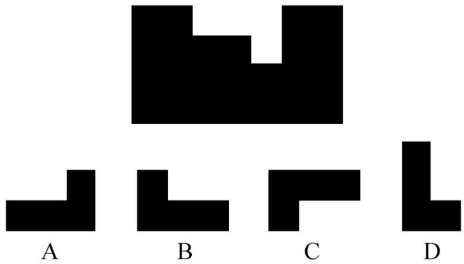
$\therefore \angle BCD=\angle ABC=46°$.

$\because EF\parallel CD$，

$\therefore \angle ECD+\angle CEF=180°$，$\angle ECD=26°$，

$\therefore \angle BCE=\angle BCD-\angle ECD=46°-26°=20°$.

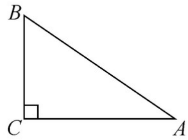
2．(2011·枣庄)如图，这是一个正面为黑、反面为白的未拼完的拼木盘，给出如下四块正面为黑、反面为白的拼木，现欲拼满拼木盘使其颜色一致，那么应该选择的拼木是(　)



答案　B

解析　把B旋转之后平移，可以拼满拼木盘．

3．(2011·桂林)如图，已知Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$BC=3$, $AC=4$，则$\sin A$的值为(　)



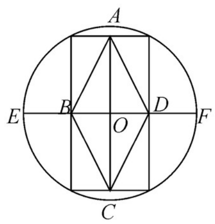
A.　B.　C.　D.

答案　C

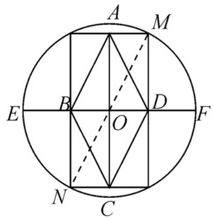
解析　在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$BC=3$，$AC=4$，

所以$AB=5$，$\sin A==$.

4．(2011·福州)如图，顺次连接圆内接矩形各边的中点，得到菱形$ABCD$，若$BD=6$，$DF=4$，则菱形$ABCD$的边长为(　　)



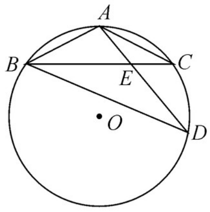
A．4　B．3　C．5　D．7



答案　D

解析　根据图形的轴对称性，得 $BE=DF=4$，所以 $EF=EB+BD+DF=14$，如图，连 MN，则 $MN=EF=14$，$OM=AD=MN=\times 14=7$.

5.(2011·鸡西)如图，A、B、C、D 是⊙O 上的四个点，$AB=AC$，AD 交 BC 于点 E，$AE=3$，$ED=4$，则 AB 的长为(　　)



A．3　B．2　C.　D．3

答案　C

解析　$\because AB=AC$，

$\therefore \angle ABC=\angle C$.

$\because \angle C=\angle D$，

$\therefore \angle ABC=\angle D$.

又$\because \angle BAE=\angle DAB$，

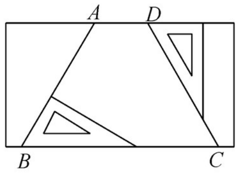
$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle ADB$.

$\therefore =$，$AB^2=AE\cdot AD=3\times(3+4)=21$，

$\therefore AB=$.

二、填空题

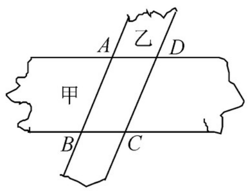
6．(2011·盐城)将两个形状相同的三角板放置在一张矩形纸片上，按图示画线得到四边形 $ABCD$，则四边形 $ABCD$ 的形状是__________．



答案　等腰梯形

解析　观察图形，易知 $AD\parallel BC$，$AD\neq BC$，且 $\angle ABC=\angle DCB=60°$，所以四边形 $ABCD$ 是等腰梯形．

7．(2011·黄石)有甲、乙两张纸条，甲纸条的宽是乙纸条宽的 2 倍，如图．将这两张纸条交叉重叠地放在一起，重合部分为四边形 $ABCD$，则 AB 与 BC 的数量关系为__________．

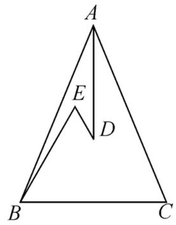


答案　$AB=2BC$

解析　设乙纸条宽为 a，则甲纸条宽为 $2a$，平行四边形的面积 $S=AB\cdot a$ 或 $S=BC\cdot 2a$，

所以 $AB\cdot a=BC\cdot 2a$，$AB=2BC$.

8．(2011·宁波)如图，在△ABC 中，$AB=AC$，D、E 是△ABC 内两点，AD 平分∠BAC，∠EBC＝∠E＝60°，若 $BE=6$ cm，$DE=2$ cm，则 BC＝________cm.

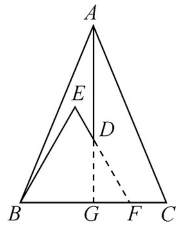


答案　8

解析　延长 ED 交 BC 于 F，

∵∠EBC＝∠E＝60°，

∴△BFE 是等边三角形，$BE=BF=EF=6$.



延长 AD 交 BC 于 G.

∵$AB=AC$，AD 平分∠BAC，

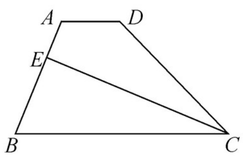
∴$AG\perp BC$.

在 Rt△DFG 中，$DF=6-2=4$.

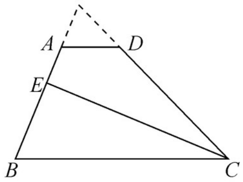
∴$GF=DF=2$，

∴$BG=6-2=4$，$BC=2BG=2\times 4=8$.

9．(2011·呼和浩特市)如图所示，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，CE 是∠BCD 的平分线，且 $CE\perp AB$，E 为垂足，$BE=2AE$，若四边形 $AECD$ 的面积为 1，则梯形 $ABCD$ 的面积为__________．



答案



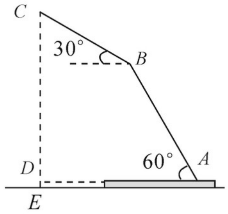
解析　分别延长 BA、CD 交于 F，易证△CBE≌△CFE，所以 $BE=FE$，又 $BE=2AE$，则 $FE=2AE$，$FA=EA$.由 $AD\parallel BC$，得△FAD∽△FBC，$S_{\triangle FBC}=16S_{\triangle FAD}$.

设 $S_{\triangle FAD}=x$，则 $S_{\triangle FEC}=1+x$，$S_{\triangle FBC}=2+2x$.

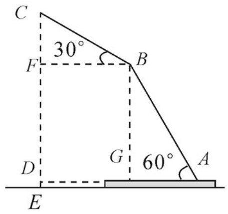
∴$2+2x=16x.14x=2$，$x=$.

故 $S_{梯形ABCD}=16\times-=$.

10．(2011·盐城)如图，放置在水平桌面上的台灯的灯臂 AB 长为 40 cm，灯罩 BC 长为 30 cm，底座厚度为 2 cm，灯臂与底座构成的∠BAD＝60°. 使用发现，光线最佳时灯罩 BC 与水平线所成的角为 30°，此时灯罩顶端 C 到桌面的高度 CE________cm.(结果精确到 0.1 cm，参考数据：≈1.732)



答案　51.6



解析　过点 B 作 $BF\perp CD$ 于 F，作 $BG\perp AD$ 于 G.

在 Rt△BCF 中，$\angle CBF=30°$，

$\therefore CF=BC\cdot\sin 30°=30\times=15$.

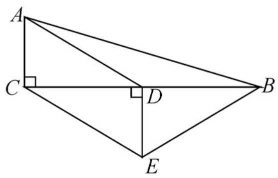
在 Rt△ABG 中，$\angle BAG=60°$，

$\therefore BG=AB\cdot\sin 60°=40\times=20$.

$\therefore CE=CF+FD+DE=15+20\ \ +2=17+20\approx 51.64\approx 51.6$(cm).

三、解答题

11．(2011·北京)如图，在△ABC 中，D 是 BC 的中点，$DE\perp BC$，$CE\parallel AD$，若 $AC=2$，$CE=4$，求四边形 $ACEB$ 的周长．



解　$\because ACB=90°$，$DE\perp BC$，

$\therefore AC\parallel DE$.

又$\because CE\parallel AD$，

$\therefore$ 四边形 $ACED$ 是平行四边形，

$\therefore DE=AC=2$.

在 Rt△CDE 中，由勾股定理得 $CD=\ =2$.

$\because D$ 是 BC 的中点，

$\therefore BC=2CD=4$.

在 Rt△ABC 中，

由勾股定理得 $AB=\ =2$.

$\because D$ 是 BC 的中点，$DE\perp BC$，

$\therefore EB=EC=4$，

$\therefore$ 四边形 $ACEB$ 的周长 $=AC+CE+EB+BA=10+2$.

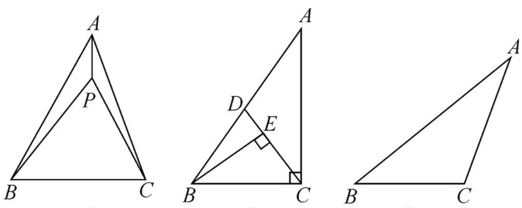
12．(2011·南京)如图①，P 为△ABC 内一点，连接 PA、PB、PC，在△PAB、△PBC 和△PAC 中，如果存在一个三角形与△ABC 相似，那么就称 P 为△ABC 的自相似点．

(1)如图②，已知 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC>\angle A$，CD 是 AB 上的中线，过点 B 作 $BE\perp CD$，垂足为 E.试说明 E 是△ABC 的自相似点；

(2)在△ABC 中，$\angle A<\angle B<\angle C$.

① 如图③，利用尺规作出△ABC 的自相似点 P(写出作法并保留作图痕迹)；

② 若△ABC 的内心 P 是该三角形的自相似点，求该三角形三个内角的度数．



解　(1)在Rt△ABC中，$\angle ACB=90°$，CD是AB上的中线，$\therefore CD=AB$，$\therefore CD=BD$.

$\therefore \angle BCE=\angle ABC$.

$\because BE\perp CD$，$\therefore \angle BEC=90°$，

$\therefore \angle BEC=\angle ACB$.

$\therefore \triangle BCE\backsim\triangle ACB$.

$\therefore E$是△ABC的自相似点．

(2)① 如图所示，作法如下：

(i)在$\angle ABC$内，作$\angle CBD=\angle A$；

(ii)在$\angle ACB$内，作$\angle BCE=\angle ABC$，BD交CE于点P.

则P为△ABC的自相似点．

② 连接PB、PC.

$\because P$是△ABC的内心，

$\therefore \angle PBC=\angle ABC$，$\angle PCB=\angle ACB$.

$\because P$为△ABC的自相似点，

$\therefore \triangle BCP\backsim\triangle ABC$.

$\therefore \angle PBC=\angle A$，$\angle BCP=\angle ABC=2\angle PBC=2\angle A$，

$\angle ACB=2\angle BCP=4\angle A$.

$\because \angle A+\angle ABC+\angle ACB=180°$，

$\therefore \angle A+2\angle A+4\angle A=180°$.

$\therefore \angle A=$.

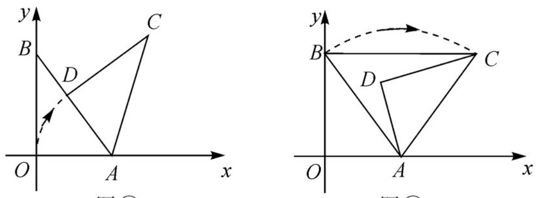
$\therefore$该三角形三个内角的度数为：、、.

13．(2011·天津)在平面直角坐标系中，已知O为坐标原点，点$A(3,0)$，$B(0,4)$．以点A为旋转中心，把△ABO顺时针旋转，得△ACD.记旋转转角为α，$\angle ABO$为β.

(1)如图①，当旋转后点D恰好落在AB边上时，求点D的坐标；

(2)如图②，当旋转后满足$BC\parallel x$轴时，求α与β之间的数量关系；

(3)当旋转后满足$\angle AOD=\beta$时，求直线CD的解析式．(直接写出结果即可)

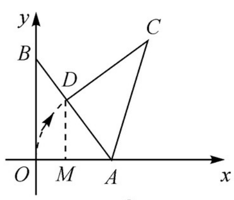


图①　　图②

解　(1)$\because$点$A(3,0)$，$B(0,4)$，得$OA=3$，$OB=4$.

$\therefore$在Rt△ABO中，由勾股定理，得$AB=5$.

根据题意，有$DA=OA=3$.



图①

如图①，过点D作$DM\perp x$轴于点M，则$MD\parallel OB$.

$\therefore \triangle ADM\backsim\triangle ABO$.

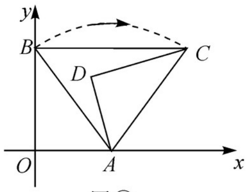
∴＝＝，

得 $AM=\cdot AO=$ ，

$DM=\cdot BO=$.

又∵$OM=OA-AM$，得 $OM=3-=$ ，

∴点 D 的坐标为(，)．



图②

(2)如图②，由已知，得$\angle CAB=\alpha$，$AC=AB$，

∴$\angle ABC=\angle ACB$.

∴在△ABC中，由$\angle ABC+\angle ACB+\angle CAB=180°$，

得 $\alpha=180°—2\angle ABC$.

又∵$BC\parallel x$轴，

∴$\angle OBC=90°$，

∴$\angle ABC=90°—\angle ABO=90°—\beta$，

∴$\alpha=2\beta$.

(3)直线 CD 的解析式为：$y=-x+4$ 或 $y=x-4$.