一些数学思想在解题中的应用

在直线，射线，线段这一部分内容中，渗透了许多重要的数学思想和方法，下面举例说明。

一. 数形结合思想

例1. 同学们去公路旁植树，每隔3m植一棵树，问在21m长的公路旁最多可植几棵树？你可能会不假思索地在回答，三七二十一，可植树7棵，那就错了，结合图形观察后就知道了。

解：从图1看，显然可植8棵。

图1

说明：对于这类题目要注意考虑线段的端点，否定容易出错。

二. 方程思想

例2. 点D、E在线段AB上，且都在AB中点的同侧，点D分AB为2：5两部分，点E分AB为4：5两部分，若DE=5cm，则AB的长为（　）。

图2

解：由题意，得如图2所示，设AB=x，则 $AD=\frac{2}{7}x$，$AE=\frac{4}{9}x$，由 $AE-AD=DE$，得 $\frac{4}{9}x-\frac{2}{7}x=5$，解得 $x=31.5$，即 $AB=31.5cm$。

三. 整体思想

例3. 已知：如图3所示，C是线段AB上一点，点D、E分别是

AC、CB的中点，若 $AB=10cm$ ，求线段DE的长。

图3

解：∵D、E分别是AC、BC的中点

$\therefore DC=\frac{1}{2}AC$，$CE=\frac{1}{2}CB$

$\therefore DE=DC+CE=\frac{1}{2}AC+\frac{1}{2}CB=\frac{1}{2}(AC+CB)=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 10=5$

说明：解答本题的关键是逆用分配律得出待求线段和已知线段这个整体的关系。

四. 分类讨论思想

例4. 已知线段AB=8cm，在直线AB上画线段BC使它等于3cm，求线段AC的长。

图4

分析：由于点C可能在线段AB上，也可能在线段AB外，因此需要分类讨论。

解：当点C在线段AB上时，如图4所示，$AC=AB-BC=5cm$ 。

当点C在线段AB外时，如图5所示，$AC=AB+BC=11cm$ 。

图5

因此线段AC长为5cm或11cm。

五. 归纳猜想思想

例5. （2001年江苏无锡中考题）

根据题意，完成下列填空：如图6所示，l_1与l_2是同一平面内的两条相交直线，它们有一个交点，如果在这个平面内，再画第3条直线l_3，那么这3条直线最多可有（　　）个交点；如果在这个平面内再画第4条直线l_4，那么这4条直线最多可有（　　）个交点；由此我们可以猜想：在同一平面内，6条直线最多可有（　　）个交点。n（n为大于1的整数）条直线最多可有（　　）个交点（用含n的代数式表示）。

解：（1）画图观察

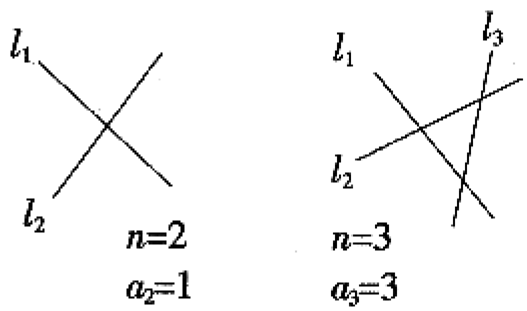
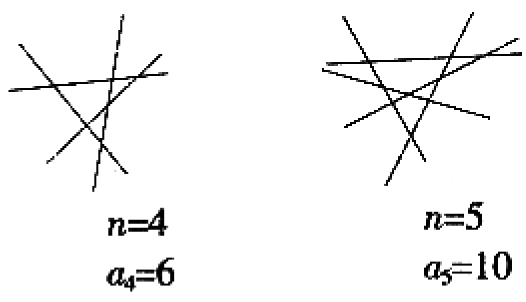


图6



（2）列表归纳

直线条数 n	2	3	4	5	6	…	n
增加点数	1	2	3	4	5	…	n-1
点的个数 a_n	1	3	6	10	15	…	?

（3）猜想：

$a_2=1$，$a_3=a_2+2=1+2$，$a_4=a_3+3=1+2+3$，$a_5=a_4+4=1+2+3+4$，

……

于是，可猜想n条直线最多可有交点个数为：

$$a_n=a_{n-1}+(n-1)=1+2+3+4+\ldots+(n-1)=\frac{1}{2}n(n-1)$$

于是，当$n=6$时，$\frac{1}{2}n(n-1)=15$个交点。