

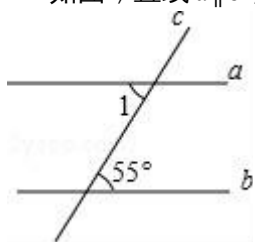
2016年广西桂林市中考数学试卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题3分，共36分

1. 下列实数中小于0的数是 ()

- A . 2016 B . - 2016 C . $\sqrt{2016}$ D . $\frac{1}{2016}$

2. 如图，直线 $a \parallel b$ ， c 是截线， $\angle 1$ 的度数是 ()

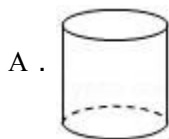


- A . 55° B . 75° C . 110° D . 125°

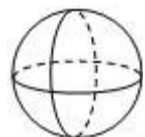
3. 一组数据 7, 8, 10, 12, 13 的平均数是 ()

- A . 7 B . 9 C . 10 D . 12

4. 下列几何体的三视图相同的是 ()



圆柱 B .



球 C .



圆锥 D .



长方体

5. 下列图形一定是轴对称图形的是 ()

- A . 直角三角形 B . 平行四边形 C . 直角梯形 D . 正方形

6. 计算 $3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$ 的结果是 ()

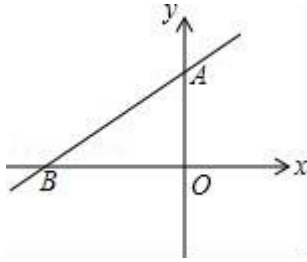
- A . $\sqrt{5}$ B . $2\sqrt{5}$ C . $3\sqrt{5}$ D . 6

7. 下列计算正确的是 ()

- A . $(xy)^3 = xy^3$ B . $x^5 \div x^5 = x$

C . $3x^2 \cdot 5x^3 = 15x^5$ D . $5x^2y^3 + 2x^2y^3 = 10x^4y^9$

8 . 如图，直线 $y = ax + b$ 过点 A (0, 2) 和点 B (-3, 0) ，则方程 $ax + b = 0$ 的解是 ()



A . $x = 2$ B . $x = 0$ C . $x = -1$ D . $x = -3$

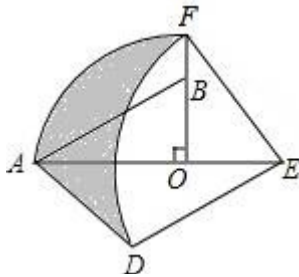
9 . 当 $x = 6$, $y = 3$ 时，代数式 $(\frac{x}{x+y} + \frac{2y}{x+y}) \cdot \frac{3xy}{x+2y}$ 的值是 ()

A . 2 B . 3 C . 6 D . 9

10 . 若关于 x 的一元二次方程 $(k - 1)x^2 + 4x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是 ()

A . $k < 5$ B . $k < 5$, 且 $k \neq 1$ C . $k \leq 5$, 且 $k \neq 1$ D . $k > 5$

11 . 如图，在 $Rt\triangle AOB$ 中， $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = 3$, $OB = 2$, 将 $Rt\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 后得 $Rt\triangle FOE$, 将线段 EF 绕点 E 逆时针旋转 90° 后得线段 ED , 分别以 O , E 为圆心， OA 、 ED 长为半径画弧 AF 和弧 DF , 连接 AD , 则图中阴影部分面积是 ()



A . π B . $\frac{5\pi}{4}$ C . $3 + \pi$ D . $8 - \pi$

12 . 已知直线 $y = -\sqrt{3}x + 3$ 与坐标轴分别交于点 A , B , 点 P 在抛物线 $y = -\frac{1}{3}(x - \sqrt{3})^2 + 4$ 上，能使

$\triangle ABP$ 为等腰三角形的点 P 的个数有 ()

A . 3 个 B . 4 个 C . 5 个 D . 6 个

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分

12 . 已知直线 $y = -\sqrt{3}x + 3$ 与坐标轴分别交于点 A , B , 点 P 在抛物线 $y = -\frac{1}{3}(x - \sqrt{3})^2 + 4$ 上，能使

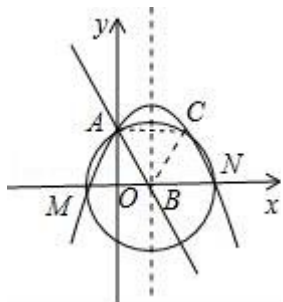
$\triangle ABP$ 为等腰三角形的点 P 的个数有 ()

A . 3 个 B . 4 个 C . 5 个 D . 6 个

【考点】 二次函数图象上点的坐标特征；一次函数图象上点的坐标特征；等腰三角形的判定 .

【分析】以点 B 为圆心线段 AB 长为半径做圆，交抛物线于点 C、M、N 点，连接 AC、BC，由直线 $y = -\sqrt{3}x + 3$ 可求出点 A、B 的坐标，结合抛物线的解析式可得出 $\triangle ABC$ 等边三角形，再令抛物线解析式中 $y=0$ 求出抛物线与 x 轴的两交点的坐标，发现该两点与 M、N 重合，结合图形分三种情况研究 $\triangle ABP$ 为等腰三角形，由此即可得出结论。

【解答】解：以点 B 为圆心线段 AB 长为半径做圆，交抛物线于点 C、M、N 点，连接 AC、BC，如图所示。



令一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3$ 中 $x=0$ ，则 $y=3$ ，

\therefore 点 A 的坐标为 $(0, 3)$ ；

令一次函数 $y = -\sqrt{3}x + 3$ 中 $y=0$ ，则 $-\sqrt{3}x + 3 = 0$ ，

解得： $x = \sqrt{3}$ ，

\therefore 点 B 的坐标为 $(\sqrt{3}, 0)$ 。

$\therefore AB = 2\sqrt{3}$ 。

\therefore 抛物线的对称轴为 $x = \sqrt{3}$ ，

\therefore 点 C 的坐标为 $(2\sqrt{3}, 3)$ ，

$\therefore AC = 2\sqrt{3} = AB = BC$ ，

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形。

令 $y = -\frac{1}{3}(x - \sqrt{3})^2 + 4$ 中 $y=0$ ，则 $-\frac{1}{3}(x - \sqrt{3})^2 + 4 = 0$ ，

解得： $x = -\sqrt{3}$ ，或 $x = 3\sqrt{3}$ 。

\therefore 点 E 的坐标为 $(-\sqrt{3}, 0)$ ，点 F 的坐标为 $(3\sqrt{3}, 0)$ 。

$\triangle ABP$ 为等腰三角形分三种情况：

- ① 当 $AB=BP$ 时，以 B 点为圆心，AB 长度为半径做圆，与抛物线交于 C、M、N 三点；
- ② 当 $AB=AP$ 时，以 A 点为圆心，AB 长度为半径做圆，与抛物线交于 C、M 两点；
- ③ 当 $AP=BP$ 时，作线段 AB 的垂直平分线，交抛物线交于 C、M 两点；

∴能使△ABP为等腰三角形的点P的个数有3个。
故选A。

二、填空题：本大题共6小题，每小题3分，共18分

13. 分解因式： $x^2 - 36 = \underline{(x+6)(x-6)}$ 。

【考点】因式分解-运用公式法。

【分析】原式利用平方差公式分解即可。

【解答】解：原式= $(x+6)(x-6)$ ，

故答案为： $(x+6)(x-6)$

14. 若式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，则x的取值范围是 $\underline{x \geq 1}$ 。

【考点】二次根式有意义的条件。

【分析】先根据二次根式有意义的条件列出关于x的不等式，求出x的取值范围即可。

【解答】解：∵式子 $\sqrt{x-1}$ 在实数范围内有意义，

∴ $x-1 \geq 0$ ，

解得 $x \geq 1$ 。

故答案为： $x \geq 1$ 。

15. 把一副普通扑克牌中的数字2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10的9张牌洗均匀后正面向下放在桌面上，从中随机抽取一张，抽出的牌上的数恰为3的倍数的概率是 $\underline{\frac{1}{3}}$ 。

【考点】概率公式。

【分析】先确定9张扑克牌上的数字为3的倍数的张数，再根据随机事件A的概率 $P(A) =$

$\frac{\text{事件A可能出现的结果数}}{\text{所有可能出现的结果数}}$ ，求解即可。

【解答】解：∵数字为3的倍数的扑克牌一共有3张，且共有9张扑克牌，

∴ $P = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ 。

故答案为： $\frac{1}{3}$ 。

16. 正六边形的每个外角是 $\underline{60}$ 度。

【考点】多边形内角与外角。

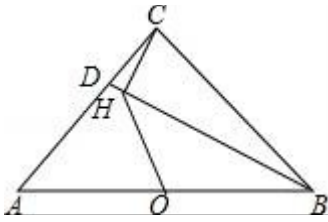
【分析】正多边形的外角和是360度，且每个外角都相等，据此即可求解。

【解答】解：正六边形的一个外角度数是： $360 \div 6 = 60^\circ$ 。

故答案为：60。

17. 如图，在 $Rt\triangle ACB$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=BC=3$ ， $CD=1$ ， $CH\perp BD$ 于 H ，点 O 是 AB 中点，连接 OH ，

则 $OH = \underline{\underline{\frac{3\sqrt{5}}{5}}}$.



【考点】 相似三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；等腰直角三角形．

【分析】 在 BD 上截取 $BE=CH$ ，连接 CO ， OE ，根据相似三角形的性质得到 $\frac{CH}{BC} = \frac{CD}{BD}$ ，求得 $CH = \frac{3\sqrt{10}}{10}$ ，

根据等腰直角三角形的性质得到 $AO=OB=OC$ ， $\angle A = \angle ACO = \angle BCO = \angle ABC = 45^\circ$ ，等量代换得到 $\angle OCH = \angle ABD$ ，根据全等三角形的性质得到 $OE=OH$ ， $\angle BOE = \angle HOC$ 推出 $\triangle HOE$ 是等腰直角三角形，根据等腰直角三角形的性质即可得到结论．

【解答】 解：在 BD 上截取 $BE=CH$ ，连接 CO ， OE ，

$$\because \angle ACB=90^\circ, CH \perp BD,$$

$$\because AC=BC=3, CD=1,$$

$$\therefore BD = \sqrt{10},$$

$$\therefore \triangle CDH \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{CH}{BC} = \frac{CD}{BD},$$

$$\therefore CH = \frac{3\sqrt{10}}{10},$$

$\because \triangle ACB$ 是等腰直角三角形，点 O 是 AB 中点，

$$\therefore AO=OB=OC, \angle A = \angle ACO = \angle BCO = \angle ABC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle OCH + \angle DCH = 45^\circ, \angle ABD + \angle DBC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle DCH = \angle CBD, \therefore \angle OCH = \angle ABD,$$

在 $\triangle CHO$ 与 $\triangle BEO$ 中，
$$\begin{cases} CH=BE \\ \angle HCO = \angle EBO \\ OC=OB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle CHO \cong \triangle BEO,$$

$$\therefore OE=OH, \angle BOE = \angle HOC,$$

$$\because OC \perp BO,$$

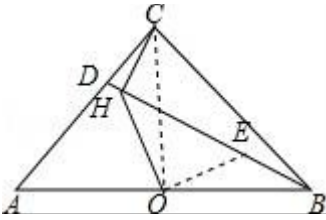
$$\therefore \angle EOH = 90^\circ,$$

即 $\triangle HOE$ 是等腰直角三角形，

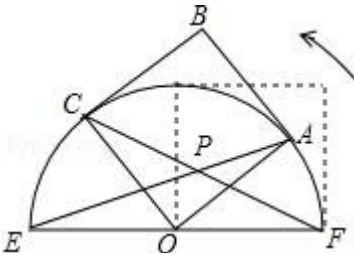
$$\because EH=BD - DH - CH = \sqrt{10} - \frac{\sqrt{10}}{10} - \frac{3\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{5},$$

$$\therefore OH = EH \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{5},$$

故答案为： $\frac{3\sqrt{5}}{5}$.



18. 如图，正方形OABC的边长为2，以O为圆心，EF为直径的半圆经过点A，连接AE，CF相交于点P，将正方形OABC从OA与OF重合的位置开始，绕着点O逆时针旋转 90° ，交点P运动的路径长是 $\sqrt{2}\pi$.



【考点】 轨迹；正方形的性质；旋转的性质 .

【分析】 如图点P运动的路径是以G为圆心的弧 \widehat{EF} ，在 $\odot G$ 上取一点H，连接EH、FH，只要证明 $\angle EGF=90^\circ$ ，求出GE的长即可解决问题 .

【解答】 解：如图点P运动的路径是以G为圆心的弧 \widehat{EF} ，在 $\odot G$ 上取一点H，连接EH、FH .

\because 四边形AOCB是正方形，

$\therefore \angle AOC=90^\circ$ ，

$\therefore \angle AFP = \frac{1}{2} \angle AOC = 45^\circ$ ，

\because EF是 $\odot O$ 直径，

$\therefore \angle EAF=90^\circ$ ，

$\therefore \angle APF = \angle AFP = 45^\circ$ ，

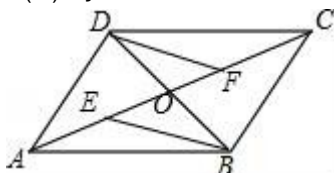
$\therefore \angle H = \angle APF = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle EGF = 2 \angle H = 90^\circ$ ，

\because EF=4，GE=GF，

21. 如图，平行四边形 ABCD 的对角线 AC、BD 相交于点 O，E，F 分别是 OA，OC 的中点，连接 BE，DF

- (1) 根据题意，补全原形；
 (2) 求证：BE=DF.



【考点】 平行四边形的性质；全等三角形的判定与性质.

【分析】 (1) 如图所示；

(2) 由全等三角形的判定定理 SAS 证得 $\triangle BEO \cong \triangle DFO$ ，得出全等三角形的对应边相等即可.

【解答】 (1) 解：如图所示：

(2) 证明： \because 四边形 ABCD 是平行四边形，对角线 AC、BD 交于点 O，
 $\therefore OB=OD$ ， $OA=OC$.

又： \because E，F 分别是 OA、OC 的中点，

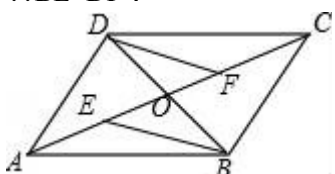
$$\therefore OE = \frac{1}{2}OA, OF = \frac{1}{2}OC,$$

$$\therefore OE = OF.$$

$$\therefore \text{在 } \triangle BEO \text{ 与 } \triangle DFO \text{ 中, } \begin{cases} OE=OF \\ \angle BOE = \angle DOF \\ OB=OD \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BEO \cong \triangle DFO \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BE = DF.$$

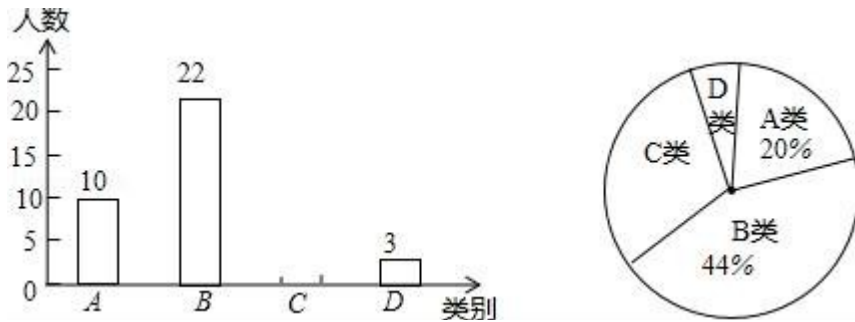


22. 某校为了解本校九年级男生“引体向上”项目的训练情况，随机抽取该年级部分男生进行了一次测试（满分 15 分，成绩均记为整数分），并按测试成绩（单位：分）分成四类：A 类（ $12 \leq m \leq 15$ ），B 类（ $9 \leq m \leq 11$ ），C 类（ $6 \leq m \leq 8$ ），D 类（ $m \leq 5$ ）绘制出以下两幅不完整的统计图，请根据图中信息解答下列问题：

(1) 本次抽取样本容量为 50，扇形统计图中 A 类所对的圆心角是 72 度；

(2) 请补全统计图；

(3) 若该校九年级男生有 300 名，请估计该校九年级男生“引体向上”项目成绩为 C 类的有多少名？



【考点】 条形统计图；总体、个体、样本、样本容量；用样本估计总体；扇形统计图。

【分析】 (1) 根据统计图可以得到抽查的学生数，从而可以求得样本容量，由扇形统计图可以求得扇形圆心角的度数；

(2) 根据统计图可以求得 C 类学生数和 C 类与 D 类所占的百分比，从而可以将统计图补充完整；

(3) 根据统计图可以估计该校九年级男生“引体向上”项目成绩为 C 类的有多少名。

【解答】 解：(1) 由题意可得，

抽取的学生数为： $10 \div 20\% = 50$ ，

扇形统计图中 A 类所对的圆心角是： $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ，

故答案为：50，72；

(2) C 类学生数为： $50 - 10 - 22 - 3 = 15$ ，

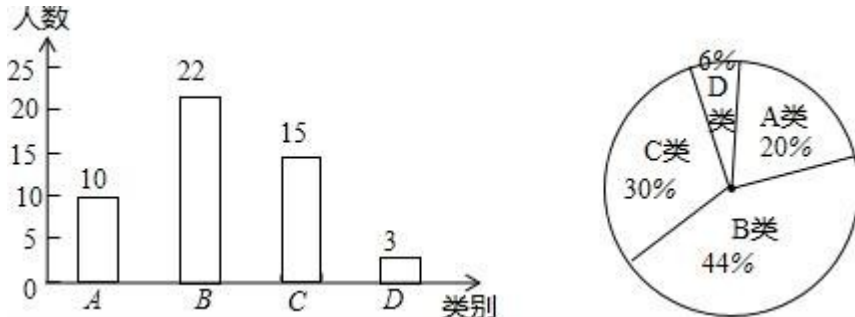
C 类占抽取样本的百分比为： $15 \div 50 \times 100\% = 30\%$ ，

D 类占抽取样本的百分比为： $3 \div 50 \times 100\% = 6\%$ ，

补全的统计图如右图所示，

(3) $300 \times 30\% = 90$ (名)

即该校九年级男生“引体向上”项目成绩为 C 类的有 90 名。



23. 已知任意三角形的三边长，如何求三角形面积？

古希腊的几何学家海伦解决了这个问题，在他的著作《度量论》一书中给出了计算公式——海伦公式 $S =$

$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (其中 a, b, c 是三角形的三边长， $p = \frac{a+b+c}{2}$ ， S 为三角形的面积)，并给出

了证明

例如：在 $\triangle ABC$ 中， $a=3, b=4, c=5$ ，那么它的面积可以这样计算：

$\because a=3, b=4, c=5$

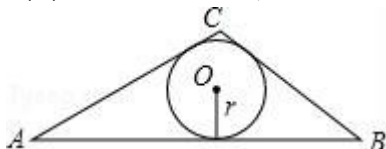
$$\therefore p = \frac{a+b+c}{2} = 6$$

$$\therefore S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{6 \times 3 \times 2 \times 1} = 6$$

事实上，对于已知三角形的三边长求三角形面积的问题，还可用我国南宋时期数学家秦九韶提出的秦九韶公式等方法解决。

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC=5$ ， $AC=6$ ， $AB=9$

- (1) 用海伦公式求 $\triangle ABC$ 的面积；
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的内切圆半径 r 。



【考点】 三角形的内切圆与内心；二次根式的应用。

【分析】 (1) 先根据 BC 、 AC 、 AB 的长求出 P ，再代入到公式 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ 即可求得 S 的值；

(2) 根据公式 $S = \frac{1}{2}r(AC+BC+AB)$ ，代入可得关于 r 的方程，解方程得 r 的值。

【解答】 解：(1) $\because BC=5$ ， $AC=6$ ， $AB=9$ ，

$$\therefore p = \frac{BC+AC+AB}{2} = \frac{5+6+9}{2} = 10,$$

$$\therefore S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10 \times 5 \times 4 \times 1} = 10\sqrt{2};$$

故 $\triangle ABC$ 的面积 $10\sqrt{2}$ ；

$$(2) \because S = \frac{1}{2}r(AC+BC+AB),$$

$$\therefore 10\sqrt{2} = \frac{1}{2}r(5+6+9),$$

$$\text{解得：} r = \sqrt{2},$$

故 $\triangle ABC$ 的内切圆半径 $r = \sqrt{2}$ 。

24. 五月初，我市多地遭遇了持续强降雨的恶劣天气，造成部分地区出现严重洪涝灾害，某爱心组织紧急筹集了部分资金，计划购买甲、乙两种救灾物品共2000件送往灾区，已知每件甲种物品的价格比每件乙种物品的价格贵10元，用350元购买甲种物品的件数恰好与用300元购买乙种物品的件数相同

- (1) 求甲、乙两种救灾物品每件的价格各是多少元？
- (2) 经调查，灾地对乙种物品件数的需求量是甲种物品件数的3倍，若该爱心组织按照此需求的比例购买这2000件物品，需筹集资金多少元？

【考点】分式方程的应用；一元一次方程的应用．

【分析】(1) 设每件乙种物品的价格是 x 元，则每件甲种物品的价格是 $(x+10)$ 元，根据用 350 元购买甲种物品的件数恰好与用 300 元购买乙种物品的件数相同

列出方程，求解即可；

(2) 设甲种物品件数为 m 件，则乙种物品件数为 $3m$ 件，根据该爱心组织按照此需求的比例购买这 2000 件物品列出方程，求解即可．

【解答】解：(1) 设每件乙种物品的价格是 x 元，则每件甲种物品的价格是 $(x+10)$ 元，

根据题意得，
$$\frac{350}{x+10} = \frac{300}{x}$$
，

解得： $x=60$ ．

经检验， $x=60$ 是原方程的解．

答：甲、乙两种救灾物品每件的价格各是 70 元、60 元；

(2) 设甲种物品件数为 m 件，则乙种物品件数为 $3m$ 件，

根据题意得， $m+3m=2000$ ，

解得 $m=500$ ，

即甲种物品件数为 500 件，则乙种物品件数为 1500 件，此时需筹集资金： $70 \times 500 + 60 \times 1500 = 125000$ (元)．

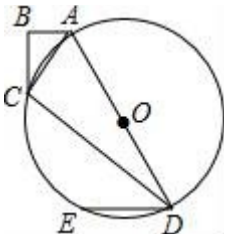
答：若该爱心组织按照此需求的比例购买这 2000 件物品，需筹集资金 125000 元．

25. 如图，在四边形 ABCD 中， $AB=6$ ， $BC=8$ ， $CD=24$ ， $AD=26$ ， $\angle B=90^\circ$ ，以 AD 为直径作圆 O，过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交圆 O 于点 E

(1) 证明点 C 在圆 O 上；

(2) 求 $\tan \angle CDE$ 的值；

(3) 求圆心 O 到弦 ED 的距离．



【考点】实数的运算．

【分析】(1) 如图 1，连结 CO．先由勾股定理求出 $AC=10$ ，再利用勾股定理的逆定理证明 $\triangle ACD$ 是直角三角形， $\angle C=90^\circ$ ，那么 OC 为 $\text{Rt}\triangle ACD$ 斜边上的中线，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半得

出 $OC = \frac{1}{2}AD = r$ ，即点 C 在圆 O 上；

(2) 如图 2，延长 BC、DE 交于点 F， $\angle BFD=90^\circ$ ．根据同角的余角相等得出 $\angle CDE = \angle ACB$ ．在 $\text{Rt}\triangle ABC$

中，利用正切函数定义求出 $\tan \angle ACB = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ ，则 $\tan \angle CDE = \tan \angle ACB = \frac{3}{4}$ ；

(3) 如图 3, 连结 AE, 作 $OG \perp ED$ 于点 G, 则 $OG \parallel AE$, 且 $OG = \frac{1}{2}AE$. 易证 $\triangle ABC \sim \triangle CFD$, 根据相似

三角形对应边成比例求出 $CF = \frac{72}{5}$, 那么 $BF = BC + CF = \frac{112}{5}$. 再证明四边形 ABFE 是矩形, 得出 $AE = BF =$

$\frac{112}{5}$, 所以 $OG = \frac{1}{2}AE = \frac{56}{5}$.

【解答】 (1) 证明: 如图 1, 连结 CO.

$\because AB=6, BC=8, \angle B=90^\circ,$

$\therefore AC=10.$

又 $\because CD=24, AD=26, 10^2+24^2=26^2,$

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形, $\angle C=90^\circ.$

$\because AD$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore AO=OD, OC$ 为 $Rt\triangle ACD$ 斜边上的中线,

$\therefore OC = \frac{1}{2}AD = r,$

\therefore 点 C 在圆 O 上;

(2) 解: 如图 2, 延长 BC、DE 交于点 F, $\angle BFD=90^\circ.$

$\because \angle BFD=90^\circ,$

$\therefore \angle CDE + \angle FCD = 90^\circ,$

又 $\because \angle ACD=90^\circ,$

$\therefore \angle ACB + \angle FCD = 90^\circ,$

$\therefore \angle CDE = \angle ACB.$

在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\tan \angle ACB = \frac{6}{8} = \frac{3}{4},$

$\therefore \tan \angle CDE = \tan \angle ACB = \frac{3}{4};$

(3) 解: 如图 3, 连结 AE, 作 $OG \perp ED$ 于点 G, 则 $OG \parallel AE$, 且 $OG = \frac{1}{2}AE.$

易证 $\triangle ABC \sim \triangle CFD,$

$\therefore \frac{AB}{CF} = \frac{AC}{CD},$ 即 $\frac{6}{CF} = \frac{10}{24},$

$\therefore CF = \frac{72}{5},$

$$\therefore BF=BC+CF=8+\frac{72}{5}=\frac{112}{5}.$$

$\because \angle B=\angle F=\angle AED=90^\circ$,
 \therefore 四边形 ABFE 是矩形,

$$\therefore AE=BF=\frac{112}{5},$$

$$\therefore OG=\frac{1}{2}AE=\frac{56}{5},$$

即圆心 O 到弦 ED 的距离为 $\frac{56}{5}$.

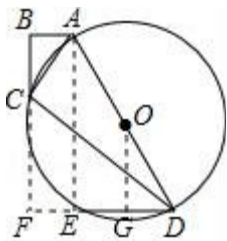
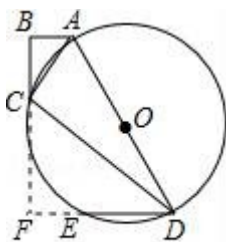


图3



如图2

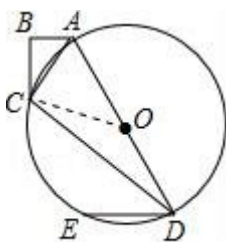
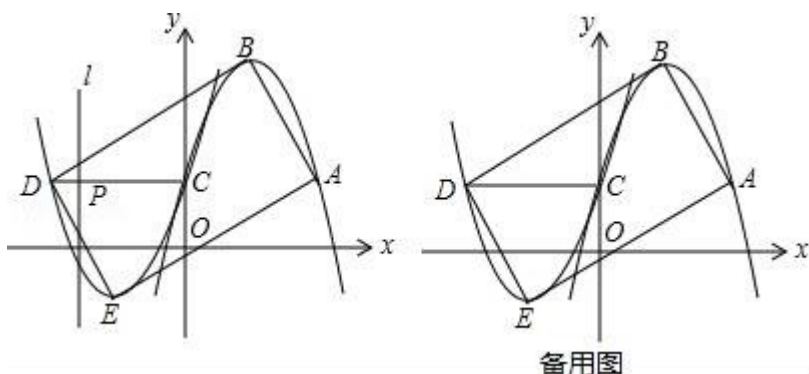


图1

26. 如图1, 已知开口向下的抛物线 $y_1=ax^2-2ax+1$ 过点 A (m, 1), 与 y 轴交于点 C, 顶点为 B, 将抛物线 y_1 绕点 C 旋转 180° 后得到抛物线 y_2 , 点 A, B 的对应点分别为点 D, E.

- (1) 直接写出点 A, C, D 的坐标;
- (2) 当四边形 ABCD 是矩形时, 求 a 的值及抛物线 y_2 的解析式;
- (3) 在 (2) 的条件下, 连接 DC, 线段 DC 上的动点 P 从点 D 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度运动到点 C 停止, 在点 P 运动的过程中, 过点 P 作直线 $l \perp x$ 轴, 将矩形 ABDE 沿直线 l 折叠, 设矩形折叠后相互重合部分面积为 S 平方单位, 点 P 的运动时间为 t 秒, 求 S 与 t 的函数关系.



【考点】 二次函数综合题 .

【分析】 (1) 直接将点 A 的坐标代入 $y_1=ax^2-2ax+1$ 得出 m 的值, 因为由图象可知点 A 在第一象限, 所以 $m \neq 0$, 则 $m=2$, 写出 A, C 的坐标, 点 D 与点 A 关于点 C 对称, 由此写出点 D 的坐标;

(2) 根据顶点坐标公式得出抛物线 y_1 的顶点 B 的坐标, 再由矩形对角线相等且平分得: $BC=CD$, 在直角 $\triangle BMC$ 中, 由勾股定理列方程求出 a 的值得出抛物线 y_1 的解析式, 由旋转的性质得出抛物线 y_2 的解析式;

(3) 分两种情况讨论: ①当 $0 \leq t \leq 1$ 时, $S=S_{\triangle GHD}=S_{\triangle PDH}+S_{\triangle PDG}$, 作辅助线构建直角三角形, 求出 PG 和 PH, 利用面积公式计算; ②当 $1 < t \leq 2$ 时, $S=S_{\text{直角三角形}}+S_{\text{矩形}}-S_{\text{不重合}}$, 这里不重合的图形就是 $\triangle GE'F$, 利用 30° 角和 60° 角的直角三角形的性质进行计算得出结论 .

【解答】 解: (1) 由题意得:

将 A (m, 1) 代入 $y_1=ax^2-2ax+1$ 得: $am^2-2am+1=1$,

解得: $m_1=2, m_2=0$ (舍),

$\therefore A(2, 1), C(0, 1), D(-2, 1)$;

(2) 如图 1, 由 (1) 知: $B(1, 1-a)$, 过点 B 作 $BM \perp y$ 轴, 若四边形 ABDE 为矩形, 则 $BC=CD$,

$$\therefore BM^2+CM^2=BC^2=CD^2,$$

$$\therefore 1^2+(-a)^2=2^2,$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{3},$$

$\because y_1$ 抛物线开口向下,

$$\therefore a = -\sqrt{3},$$

$\because y_2$ 由 y_1 绕点 C 旋转 180° 得到, 则顶点 $E(-1, 1-\sqrt{3})$,

$$\therefore \text{设 } y_2=a(x+1)^2+1-\sqrt{3}, \text{ 则 } a=\sqrt{3},$$

$$\therefore y_2=\sqrt{3}x^2+2\sqrt{3}x+1;$$

(3) 如图 1, 当 $0 \leq t \leq 1$ 时, 则 $DP=t$, 构建直角 $\triangle BQD$,

得 $BQ=\sqrt{3}, DQ=3$, 则 $BD=2\sqrt{3}$,

$$\therefore \angle BDQ=30^\circ,$$

$$\therefore PH=\frac{\sqrt{3}}{3}t, PG=\sqrt{3}t,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} (PE + PF) \times DP = \frac{2\sqrt{3}}{3} t^2,$$

如图2, 当 $1 < t \leq 2$ 时, $EG = E'G = \frac{2\sqrt{3}}{3} (t - 1)$, $EF = 2(t - 1)$,

$$S_{\text{不重合}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} (t - 1)^2,$$

$$S = S_1 + S_2 - S_{\text{不重合}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{4\sqrt{3}}{3} (t - 1) - \frac{2\sqrt{3}}{3} (t - 1)^2,$$

$$= -\frac{2\sqrt{3}}{3} t^2 + \frac{8\sqrt{3}}{3} t - \frac{4\sqrt{3}}{3};$$

综上所述: $S = \frac{2\sqrt{3}}{3} t^2$ ($0 \leq t \leq 1$) 或 $S = -\frac{2\sqrt{3}}{3} t^2 + \frac{8\sqrt{3}}{3} t - \frac{4\sqrt{3}}{3}$ ($1 < t \leq 2$).

