

2015年广东省广州市中考数学试卷(解析版)

一、选择题(本大题共10小题,每小题3分,满分30分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. (3分) (2015•广州) 四个数 -3.14 , 0 , 1 , 2 中为负数的是 ()

A -3.14 B 0 C 1 D 2

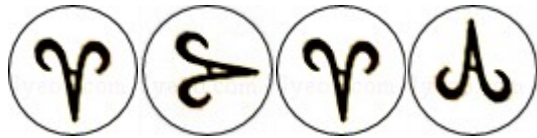
考点：正数和负数.

分析：根据负数是小于0的数,可得答案.

解答：解：四个数 -3.14 , 0 , 1 , 2 中为负数的是 -3.14 ,
故选：A.

点评：本题考查了正数和负数,解决本题的关键是小于0的数是负数.

2. (3分) (2015•广州) 将图中所示的图案以圆心为中心, 旋转 180° 后得到的图案是 ()



A. B. C. D.

考点：生活中的旋转现象.

分析：根据旋转的性质, 旋转前后图形不发生任何变化, 绕中心旋转 180° ,

即是对应点
绕旋转中心
旋转 180° ，
即可得出所
要图形。

解答：

解：将图中
所示的图案



以

圆心为中
心，旋转
 180° 后得到
的图案是



故选：D。

点评：

此题主要考
查了旋转
中，中心旋
转 180° 后图
形的性质，
此题应注意
图形的旋转
变换。

3. (3分) (2015•广州) 已知 $\odot O$ 的半径为5，直线 l 是 $\odot O$ 的切线，则点 O 到直线 l 的距
离是 ()

A 2.5

B 3

C 5

D 10

考点：切线的性
质。

分析：根据直线与
圆的位置关
系可直接得
到点 O 到直
线 l 的距离是
5。

解答： \because 直线 l

与半径为 r 的 $\odot O$ 相切，
 \therefore 点 O 到直线 l 的距离等于圆的半径，
即点 O 到直线 l 的距离为 5 。
故选 C 。

点评：

本题考查了切线的性质以及直线与圆的位置关系：设 $\odot O$ 的半径为 r ，圆心 O 到直线 l 的距离为 d ，直线 l 和 $\odot O$ 相交 $\Leftrightarrow d < r$ ；直线 l 和 $\odot O$ 相切 $\Leftrightarrow d = r$ ；当直线 l 和 $\odot O$ 相离 $\Leftrightarrow d > r$ 。

4. (3分) (2015•广州) 两名同学进行了 10 次三级蛙跳测试，经计算，他们的平均成绩相同，若要比 较这两名同学的成绩哪一位更稳定，通常还需要比较他们成绩的 ()

- A 众数 B 中位数 C 方差 D 以上都不对

考点：统计量的选择。

分析：根据方差的意义：是反映一组数据波动大小，稳定程度的量；方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动

越大，反之也成立．故要判断哪一名学生的成绩比较稳定，通常需要比较这两名学生三级蛙跳测试成绩的方差．

解答：

解：由于方差能反映数据的稳定性，需要比较这两名学生三级蛙跳成绩的方差．

故选：C．

点评：

本题考查方差的意义以及对其他统计量的意义的理解．它是反映一组数据波动大小，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，反之也成立．

5．（3分）（2015•广州）下列计算正确的是（　　）

A $ab \cdot ab = 2ab$

B $(2a)^3 = 2a^3$

C $3\sqrt{a} - \sqrt{a} = 3$ ($a \geq 0$)

D $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)

考点：

二次根式的加减法；幂

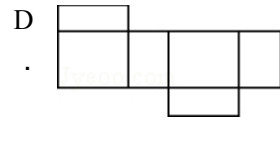
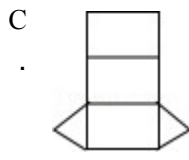
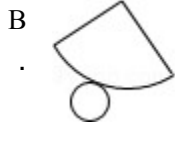
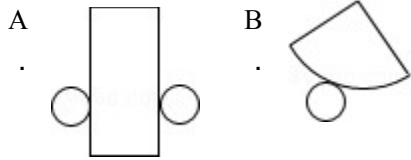
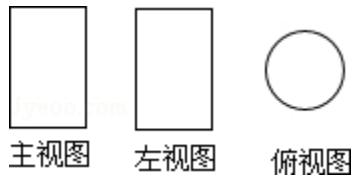
的乘方与积
的乘方；单
项式乘单项
式；二次根
式的乘除
法。

分析：分别利用积
的乘方以及
二次根式的
乘法运算法
则化简求出
即可。

解答：解：
A、 $ab \cdot ab = a^2b^2$ ，故此选项
错误；
B、
 $(2a)^3 = 8a^3$
，故此选项
错误；
C、 $3\sqrt{a} - \sqrt{a} = 2\sqrt{a}$
($a \geq 0$)，故
此选项错
误；
D、 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ ($a \geq 0$ ，
 $b \geq 0$)，正
确。
故选：D。

点评：此题主要考
查了二次根
式的加减运
算以及积的
乘方运算等
知识，正确
掌握相关性
质是解题关
键。

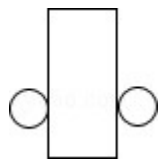
6. (3分) (2015•广州) 如图是一个几何体的三视图，则该几何体的展开图可以是 ()



考点： 由三视图判断几何体；
几何体的展开图。

分析： 由主视图和俯视图可得此几何体为柱体，根据左视图是圆可判断出此几何体为圆柱，再根据圆柱展开图的特点即可求解。

解答： 解： \because 主视图和左视图是长方形，
 \therefore 该几何体是柱体，
 \because 俯视图是圆，
 \therefore 该几何体是圆柱，
 \therefore 该几何体的展开图可以是



故选：A。

点评： 此题考查由三视图判断几何体，三视图里有两个相同可确定该几何体是柱体，锥体还是球体，由另一个视图确定其具体形状．同时考查了几何体的展开图．

7. (3分) (2015•广州) 已知 a, b 满足方程组 $\begin{cases} a+5b=12 \\ 3a-b=4 \end{cases}$ ，则 $a+b$ 的值为 ()
- A -4 B 4 C -2 D 2

考点： 解二元一次方程组．

专题： 计算题．

分析： 求出方程组的解得到 a 与 b 的值，即可确定出 $a+b$ 的值．

解答： 解：
$$\begin{cases} a+5b=12 \text{①} \\ 3a-b=4 \text{②} \end{cases}$$

，
①+②×5 得：
 $16a=32$ ，即
 $a=2$ ，
把 $a=2$ 代入
①得： $b=2$ ，
则 $a+b=4$ ，
故选 B．

点评： 此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的

思想，消元
的方法有：
代入消元法
与加减消元
法。

8. (3分) (2015•广州) 下列命题中，真命题的个数有 ()

- ① 对角线互相平分的四边形是平行四边形；
- ② 两组对角分别相等的四边形是平行四边形；
- ③ 一组对边平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形。

A 3个 B 2个 C 1个 D 0个

考点： 命题与定
理；平行四
边形的判
定。

分析： 分别利用平
行四边形的
判定方法：
(1) 两组对
边分别平行
的四边形是
平行四边
形；(2) 两
组对角分别
相等的四边
形是平行四
边形，进而
得出即可。

解答： 解：① 对
角线互相平
分的四边
形是平行四
边形，正确，
符合题意；
② 两组对
角分别相等
的四边形是
平行四边
形，正确，符合
题意；
③ 一组对边

平行，另一组对边相等的四边形是平行四边形，说法错误，例如等腰梯形，也符合一组对边平行，另一组对边相等。

故选：B。

点评：此题主要考查了命题与定理，正确把握相关定理是解题关键。

9. (3分) (2015•广州) 已知圆的半径是 $2\sqrt{3}$ ，则该圆的内接正六边形的面积是 ()
- A $3\sqrt{3}$ B $9\sqrt{3}$ C $18\sqrt{3}$ D $36\sqrt{3}$

考点：正多边形和圆。

分析：解题的关键要记住正六边形的特点，它被半径分成六个全等的等边三角形。

解答：解：连接正六边形的中心与各个顶点，得到六个等边三角形，等边三角形的边长是 $2\sqrt{3}$ ，高为 3，

因而等边三角形的面积是 $3\sqrt{3}$ ，
∴正六边形的面积 = $18\sqrt{3}$ ，
故选 C。

点评：

本题考查了正多边形和圆，正六边形被它的半径分成六个全等的等边三角形，这是需要熟记的内容。

10. (3分) (2015•广州) 已知 2 是关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + 3m = 0$ 的一个根，并且这个方程的两个根恰好是等腰三角形 ABC 的两条边长，则三角形 ABC 的周长为 ()

A 10

B 14

C 10 或 14

D 8 或 10

考点：

解一元二次方程-因式分解法；一元二次方程的解；三角形三边关系；等腰三角形的性质。

分析：

先将 $x=2$ 代入 $x^2 - 2mx + 3m = 0$ ，
求出 $m=4$ ，
则方程即为 $x^2 - 8x + 12 = 0$ ，
利用因式分解法求出方程的根
 $x_1=2$ ， $x_2=6$ ，
分两种情况：①当 6

是腰时，2 是等边；②当 6 是底边时，2 是腰进行讨论．注意两种情况都要用三角形三边关系定理进行检验．

解答：

解： \because 2 是关于 x 的方程

$$x^2 -$$

$$2mx + 3m = 0$$

的一个根，

$$\therefore 2^2 -$$

$$4m + 3m = 0,$$

$$m = 4,$$

$$\therefore x^2 -$$

$$8x + 12 = 0,$$

解得

$$x_1 = 2, x_2 = 6.$$

①当 6 是腰时，2 是等边，此时周长

$$= 6 + 6 + 2 = 14;$$

②当 6 是底边时，2 是腰， $2 + 2 < 6$ ，不能构成三角形．

所以它的周长是 14．

故选 B．

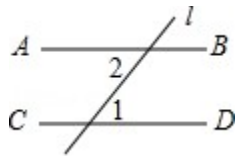
点评：

此题主要考查了一元二次方程的解，解一元二次方程 - 因式分解法，三角形三边关系定理以及等腰

三角形的性质，注意求出三角形的三边后，要用三边关系定理检验。

二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，满分18分）

11. (3分) (2015•广州) 如图， $AB \parallel CD$ ，直线 l 分别与 AB ， CD 相交，若 $\angle 1=50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 50° 。



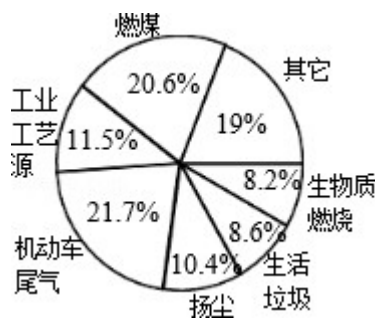
考点： 平行线的性质。

分析： 根据平行线的性质得出 $\angle 1=\angle 2$ ，代入求出即可。

解答： 解：
 $\because AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle 1=\angle 2$ ，
 $\because \angle 1=50^\circ$ ，
 $\therefore \angle 2=50^\circ$ ，
故答案为：
 50° 。

点评： 本题考查了平行线的性质的应用，能求出 $\angle 1=\angle 2$ 是解此题的关键，注意：两直线平行，内错角相等。

12. (3分) (2015•广州) 根据环保局公布的广州市2013年至2014年PM2.5的主要来源的数据，制成扇形统计图，其中所占百分比最大的主要来源是 机动车尾气。（填主要来源的名称）



考点： 扇形统计图。

分析： 根据扇形统计图即可直接作出解答。

解答： 解：所占百分比最大的主要来源是：机动车尾气。
故答案是：机动车尾气。

点评： 本题考查的是扇形统计图的运用，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键。扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小。

13. (3分) (2015•广州) 分解因式： $2mx - 6my = \underline{2m(x - 3y)}$ 。

考点： 因式分解-提公因式法。

专题： 计算题。

分析： 原式提取公

因式即可得
到结果．

解答：

解：原式
 $=2m(x - 3y)$ ．

故答案为：
 $2m(x - 3y)$ ．

点评：

此题考查了
因式分解 -
提公因式
法，熟练掌
握因式分解
的方法是解
本题的关
键．

14．（3分）（2015•广州）某水库的水位在5小时内持续上涨，初始的水位高度为6米，水位以每小时0.3米的速度匀速上升，则水库的水位高度 y 米与时间 x 小时（ $0 \leq x \leq 5$ ）的函数关系式为 $y=6+0.3x$ ．

考点：

根据实际问
题列一次函
数关系式．

分析：

根据高度等
于速度乘以
时间列出关
系式解答即
可．

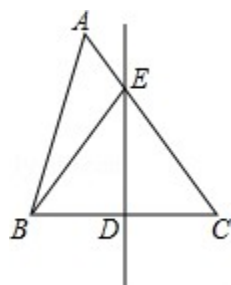
解答：

解：根据题
意可得：
 $y=6+0.3x$ （ $0 \leq x \leq 5$ ），
故答案为：
 $y=6+0.3x$ ．

点评：

此题考查函
数关系式，
关键是根据
题中水位以
每小时0.3米
的速度匀速
上升列出关
系式．

15. (3分) (2015•广州) 如图, $\triangle ABC$ 中, DE 是 BC 的垂直平分线, DE 交 AC 于点 E , 连接 BE . 若 $BE=9$, $BC=12$, 则 $\cos C = \frac{2}{3}$.



考点： 线段垂直平分线的性质；解直角三角形.

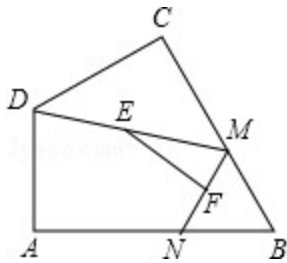
分析： 根据线段垂直平分线的性质, 可得出 $CE=BE$, 再根据等腰三角形的性质可得出 $CD=BD$, 从而得出 $CD:CE$, 即为 $\cos C$.

解答： 解： $\because DE$ 是 BC 的垂直平分线,
 $\therefore CE=BE$,
 $\therefore CD=BD$,
 $\because BE=9$, $BC=12$,
 $\therefore CD=6$, $CE=9$,
 $\therefore \cos C = \frac{CD}{CE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$,
 故答案为 $\frac{2}{3}$.

点评： 本题考查了

线段垂直平分线的性质以及等腰三角形的性质。此题难度不大，注意掌握数形结合思想的应用。

16. (3分) (2015•广州) 如图，四边形 ABCD 中， $\angle A=90^\circ$ ， $AB=3\sqrt{3}$ ， $AD=3$ ，点 M, N 分别为线段 BC, AB 上的动点 (含端点，但点 M 不与点 B 重合)，点 E, F 分别为 DM, MN 的中点，则 EF 长度的最大值为 3。



考点： 三角形中位线定理；勾股定理。
专题： 动点型。
分析： 根据三角形的中位线定理得出 $EF=\frac{1}{2}DN$ ，从而可知 DN 最大时，EF 最大，因为 N 与 B 重合时 DN 最大，此时根据勾股定理求得 $DN=DB=6$ ，从而求得 EF 的最大值为 3。

解答： 解：
 $\because E, F$ 分别为 DM, MN 的中点，
 $\therefore EF = \frac{1}{2}DN$ ，

$MF=FN$,
 $\therefore EF=\frac{1}{2}DN$
 ,
 $\therefore DN$ 最大
 时, EF 最
 大,
 $\because N$ 与 B 重
 合时 DN 最
 大,
 此时
 $DN=DB=$
 $\sqrt{AD^2+AB^2}$
 $=6$,
 $\therefore EF$ 的最大
 值为 3 .
 故答案为 3 .

点评：

本题考查了
 三角形中位
 线定理，勾
 股定理的应
 用，熟练掌
 握定理是解
 题的关键．

三、解答题（本大题共 9 小题，满分 102 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17．（9 分）（2015•广州）解方程： $5x=3(x-4)$

考点：解一元一次方程．

专题：计算题．

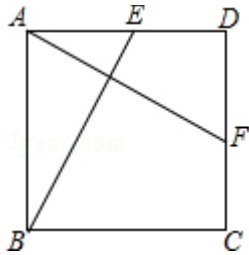
分析：方程去括号，移项合并，把 x 系数化为 1，即可求出解．

解答：解：方程去括号得：
 $5x=3x-12$ ，
 移项合并
 得： $2x=-$
 12 ，

解得： $x = -6$ 。

点评：此题考查了解一元一次方程，熟练掌握运算法则是解本题的关键。

18. (9分) (2015·广州) 如图，正方形 ABCD 中，点 E, F 分别在 AD, CD 上，且 $AE = DF$ ，连接 BE, AF。求证： $BE = AF$ 。



考点：全等三角形的判定与性质；正方形的性质。

专题：证明题。
分析：根据正方形的四条边都相等可得 $AB = AD$ ，每一个角都是直角可得 $\angle BAE = \angle D = 90^\circ$ ，然后利用“边角边”证明 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADF$ 全等，根据全等三角形对应边相等证明即可。

解答：证明：在正方形 ABCD 中， $AB = AD$ ， $\angle BAE = \angle D = 90^\circ$ ，

在 $\triangle ABE$ 和
 $\triangle ADF$ 中，

$$\begin{cases} AB=AD \\ \angle BAE=\angle DAF \\ AE=DF \end{cases}$$
，
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle ADF$ (SAS)
)，
 $\therefore BE=AF$ 。

点评：

本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定与性质，以及垂直的定义，求出两三角形全等，从而得到 $BE=AF$ 是解题的关键。

19. (10分) (2015·广州) 已知 $A = \frac{x^2+2x+1}{x^2-1} - \frac{x}{x-1}$

(1) 化简 A；

(2) 当 x 满足不等式组 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$ ，且 x 为整数时，求 A 的值。

考点：分式的化简求值；一元一次不等式组的整数解。

分析：(1) 根据分式四则混合运算的运算法则，把 A 式进行化简即可。
 (2) 首先求

出不等式组的解集，然后根据 x 为整数求出 x 的值，再把求出的 x 的值代入化简后的 A 式进行计算即可。

解答：

解：(1) $A =$

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} -$$

$$\frac{x}{x - 1}$$

$=$

$$\frac{(x+1)}{(x+1)(x-1)} -$$

$$\frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1} -$$

$$\frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{1}{x-1}$$

(2) \because

$$\begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x - 3 < 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x \geq 1 \\ x < 3 \end{cases}$$

$$\therefore 1 \leq x < 3,$$

$\because x$ 为整数，

$\therefore x = 1$ 或

$x = 2,$

① 当 $x = 1$

时，

$\because x - 1 \neq 0,$

$$\therefore A = \frac{1}{x-1} \text{中}$$

$x \neq 1$,

\therefore 当 $x=1$

$$\text{时, } A = \frac{1}{x-1}$$

无意义.

② 当 $x=2$

时,

$$A = \frac{1}{x-1}$$

$$\frac{1}{2-1} = 1.$$

点评:

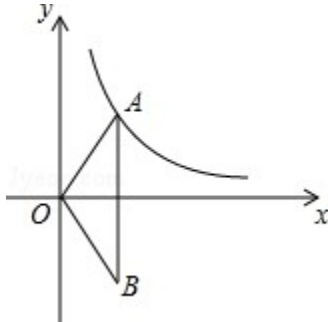
(1) 此题主要考查了分式的化简求值, 注意化简时不能跨度太大, 而缺少必要的步骤.

(2) 此题还考查了求一元一次不等式组的整数解问题, 要熟练掌握, 解决此类问题的关键在于正确解得不等式组或不等式的解集, 然后再根据题目中对于解集的限制得到下一步所需要的条件, 再根据得到的条件求得不等式组的整数解即可.

20. (10分) (2015·广州) 已知反比例函数 $y = \frac{m-7}{x}$ 的图象的一支位于第一象限.

(1) 判断该函数图象的另一支所在的象限, 并求 m 的取值范围;

(2) 如图, O 为坐标原点, 点 A 在该反比例函数位于第一象限的图象上, 点 B 与点 A 关于 x 轴对称, 若 $\triangle OAB$ 的面积为 6, 求 m 的值.



考点： 反比例函数的性质；反比例函数的图象；反比例函数图象上点的坐标特征；关于 x 轴、 y 轴对称的点的坐标.

分析： (1) 根据反比例函数的图象是双曲线. 当 $k > 0$ 时, 则图象在一、三象限, 且双曲线是关于原点对称的;

(2) 由对称性得到 $\triangle OAC$ 的面积为 3. 设 $A(x, \frac{m-7}{x})$, 则利用三角形的面积公式得到关于 m 的方

程，借助于方程来求 m 的值。

解答：

解：(1) 根据反比例函数的图象关于原点对称知，该函数图象的另一支在第三象限，且 $m - 7 > 0$ ，则 $m > 7$ ；

(2) \because 点 B 与点 A 关于 x 轴对称，若 $\triangle OAB$ 的面积为 6，

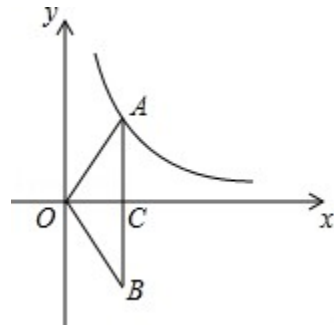
$\therefore \triangle OAC$ 的面积为 3。

设 $A(x, \frac{m-7}{x})$ ，

则

$$\frac{1}{2}x \cdot \frac{m-7}{x} = 3$$

解得 $m = 13$ 。



点评：

本题考查了反比例函数的性质、图象，反比例函数图象上点的坐标特

征等知识
点．根据题
意得到
 $\triangle OAC$ 的面
积是解题的
关键．

21．（12分）（2015•广州）某地区 2013 年投入教育经费 2500 万元，2015 年投入教育经费 3025 万元．

- （1）求 2013 年至 2015 年该地区投入教育经费的年平均增长率；
- （2）根据（1）所得的年平均增长率，预计 2016 年该地区将投入教育经费多少万元．

考点：一元二次方程的应用．

专题：增长率问题．

分析：（1）一般用
增长后的量=
增长前的量×
(1+增长
率)，2014
年要投入教
育经费是
2500 (1+x)
万元，在
2014 年的基
础上再增长
x，就是 2015
年的教育经
费数额，即
可列出方程
求解．

（2）利用
（1）中求得
的增长率来
求 2016 年该
地区将投入
教育经费．

解答：解：设增长
率为 x，根据
题意 2014 年
为
2500 (1+x)

万元，2015
 年为
 $2500(1+x)$
 $(1+x)$ 万
 元．
 则
 $2500(1+x)$
 $(1+x) = 3025$ ，
 解得
 $x = 0.1 = 10\%$ ，
 或 $x = -2.1$
 （不合题意
 舍去）．
 答：这两年
 投入教育经
 费的平均增
 长率为
 10% ．

(2) $3025 \times$
 $(1+10\%) =$
 3327.5 (万
 元)．
 故根据 (1)
 所得的年平均
 增长率，
 预计 2016 年
 该地区将投入
 教育经费
 3327.5 万
 元．

点评：

本题考查了
 一元二次方
 程中增长率
 的知识．增
 长前的量 \times
 $(1+\text{年平均}$
 增长率)^{年数}
 $=$ 增长后的
 量．

22．(12分) (2015•广州) 4 件同型号的产品中，有 1 件不合格品和 3 件合格品．

- (1) 从这 4 件产品中随机抽取 1 件进行检测，求抽到的是不合格品的概率；
- (2) 从这 4 件产品中随机抽取 2 件进行检测，求抽到的都是合格品的概率；
- (3) 在这 4 件产品中加入 x 件合格品后，进行如下试验：随机抽取 1 件进行检测，然后放回，多次重复这个试验，通过大量重复试验后发现，抽到合格品的频率稳定在 0.95，则可以推算出 x 的值大约是多少？

考点： 利用频率估计概率；概率公式；列表法与树状图法。

分析： (1) 用不合格品的数量除以总量即可求得抽到不合格品的概率；

(2) 利用独立事件同时发生的概率等于两个独立事件单独发生的概率的积即可计算；

(3) 根据频率估计出概率，利用概率公式列式计算即可求得 x 的值；

解答： 解：(1) \because 4 件同型号的产品中，有 1 件不合格品，
 $\therefore P(\text{不合格品}) = \frac{1}{4}$ ；

(2) 这 4 件产品中随机抽取 2 件进

行检测，求抽到的都是合格品的概

$$\text{率} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$$

；

(3) ∵大量重复试验后发现，抽到合格品的频率稳定在

0.95，

∴抽到合格品的概率等于0.95，

$$\therefore \frac{x+3}{x+4} = 0.95$$

，

解得：

$$x = 16.$$

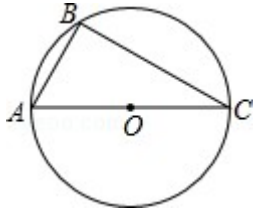
点评：

本题考查了概率的公式、列表法与树状图法及用频率估计概率的知识，解题的关键是了解大量重复试验中事件发生的频率可以估计概率。

23. (12分) (2015·广州) 如图，AC是⊙O的直径，点B在⊙O上，∠ACB=30°

(1) 利用尺规作∠ABC的平分线BD，交AC于点E，交⊙O于点D，连接CD (保留作图痕迹，不写作法)

(2) 在(1)所作的图形中，求△ABE与△CDE的面积之比。



考点： 作图—复杂作图；圆周角定理．

分析： (1) ①以点 B 为圆心，以任意长为半径画弧，两弧交角 ABC 两边于点 M, N；②分别以点 M, N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}$ MN 的长度为半径画弧，两弧交于一点；③作射线 BE 交 AC 于 E，交 $\odot O$ 于点 D，则线段 BD 为 $\triangle ABC$ 的角平分线；

(2) 连接 OD，设 $\odot O$ 的半径为 r，证得 $\triangle ABE \sim \triangle DCE$ ，在 $Rt\triangle ACB$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ，得到 $AB = \frac{1}{2}AC = r$ ，推出

$\triangle ADC$ 是等腰直角三角形，在 $Rt\triangle ODC$ 中，求得 $DC = \sqrt{OD^2 + OC^2} = \sqrt{2}r$ ，于是问题可得。

解答：

(1) 如图所示；

(2) 如图 2，连接 OD ，设 $\odot O$ 的半径为 r ，
 $\because \angle BAE = \angle CDE$ ，
 $\angle AEB = \angle DEC$ ，
 $\therefore \triangle ABE \sim \triangle DCE$ ，
 在 $Rt\triangle ACB$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ ，
 $\therefore AB = \frac{1}{2}AC = r$ ，
 $\because \angle ABD = \angle ACD = 45^\circ$ ，
 $\because OD = OC$ ，
 $\therefore \angle ABD = \angle ACD = 45^\circ$ ，
 $\therefore \angle DOC = 90^\circ$ ，
 在 $Rt\triangle ODC$ 中， $DC = \sqrt{OD^2 + OC^2} = \sqrt{2}r$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle CDE}} &= \\ \left(\frac{AB}{DC}\right)^2 &= \\ \left(\frac{r}{\sqrt{2}r}\right)^2 &= \\ \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

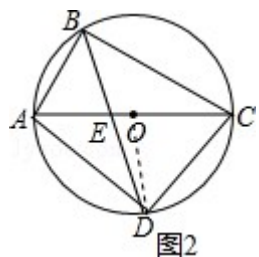
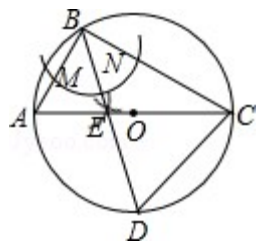


图2



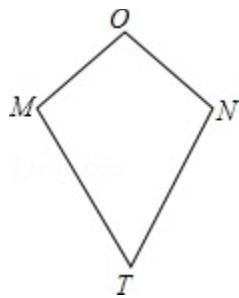
点评： 本题主要考查基本作图，圆周角定理，勾股定理，作一个角的平分线，牢记一些基本作图是解答本题的关键。

24. (14分) (2015·广州) 如图，四边形OMTN中，OM=ON，TM=TN，我们把这种两组邻边分别相等的四边形叫做筝形。

(1) 试探究筝形对角线之间的位置关系，并证明你的结论；

(2) 在筝形ABCD中，已知AB=AD=5，BC=CD，BC>AB，BD、AC为对角线，BD=8
① 是否存在一个圆使得A，B，C，D四个点都在这个圆上？若存在，求出圆的半径；若不存在，请说明理由；

② 过点B作BF⊥CD，垂足为F，BF交AC于点E，连接DE，当四边形ABED为菱形时，求点F到AB的距离。



考点： 四边形综合题．

分析： (1) 证明 $\triangle OMP \cong \triangle ONP$ ，即可证得 $MN \perp OT$ ，且 OT 平分 MN ；

(2) ①若经过 A, B, C, D 四个点的圆存在，则圆心一定是 AC 和 BD 的中垂线的交点，即 AC 和 BD 互相平分，据此即可判断；

② 已知 $FM \perp AB$ ，作 $EG \perp AB$ 于 G ，根据菱形的面积公式求得 GE 的长，然后根据 $\triangle BNE \sim \triangle BFD$ 求得 BF 的长，再根据 $\triangle BEG \sim \triangle BFM$ 求得 FM

解答：

的长．

解：

(1) $MN \perp$
 OT ，且 OT
平分 MN ．

理由是：连
接 MN 、 OT
相交于点 P ．

在 $\triangle OMT$ 和
 $\triangle ONT$ 中，

$$\begin{cases} OM=ON \\ OT=OT, \\ TM=TN \end{cases}$$

$\therefore \triangle OMT \cong \triangle$
 ONT ，

$\therefore \angle MOT = \angle$
 NPT ，

\therefore 在 $\triangle OMP$
和 $\triangle ONP$
中，

$$\begin{cases} OM=ON \\ \angle MOT = \angle NP \\ OP=OP \end{cases}$$

，
 $\therefore \triangle OMP \cong \triangle$
 ONP ，

$\therefore MP=NP$ ，
 $\angle OPM = \angle O$
 $PN=90^\circ$ ，即
 $MN \perp OT$ ；

(2) ①经过
 A, B, C, D
四个点的圆
不一定存
在，

理由是：若
经过

A, B, C, D
四个点的圆
存在，则圆
心一定是 AC
和 BD 的中垂
线的交点，

根据 (1) 可得 AC 垂直平分 BD，而垂足不一定是 AC 的中点；

② 作

$FM \perp AB$ ，

作 $EG \perp AB$

于 G。

\because 四边形

ABED 是菱形，

$\therefore AE \perp BD$ ，

且 $BN = \frac{1}{2}$

$BD = 4$ ，

$\therefore AN = NE =$

$$\sqrt{AB^2 - BN^2}$$

$$= \sqrt{5^2 - 1^2} =$$

3， $AE = 6$ 。

$\therefore S_{\text{菱形 ABED}} =$

$$\frac{1}{2} AE \cdot BD = \frac{1}{2} \times$$

$$6 \times 8 = 24，$$

又 $\because S_{\text{菱形}}$

$$ABED = AB \cdot EG$$

，

$$\therefore EG = \frac{24}{5}。$$

$\because \angle DBF = \angle$

DBF ， $\angle BNE$

$= \angle BFD$ ，

$\therefore \triangle BNE \sim \triangle$

BFD ，

$$\therefore \frac{BF}{BN} = \frac{BD}{BE}，$$

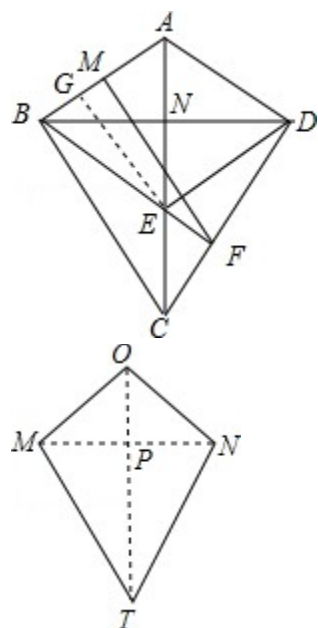
$$\text{即 } \frac{BF}{4} = \frac{8}{5}，$$

$$\therefore BF = \frac{32}{5}。$$

$\because GE \perp AB$ ，

$$\begin{aligned}
 & FM \perp AB, \\
 & \therefore GE \parallel FM, \\
 & \therefore \triangle BEG \sim \triangle BFM, \\
 & \therefore \frac{FM}{GE} = \frac{BF}{BE}, \\
 & \text{即 } \frac{FM}{\frac{32}{24}} = \frac{5}{5},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{解得：} FM = \\
 & \frac{768}{125}.
 \end{aligned}$$



点评：

本题考查了菱形的判定与性质，以及相似三角形的判定与性质，正确作出辅助线是关键，在初中范围内求线段长的基本方法是解直角三角形和利用三角形相似求解。

25. (14分) (2015•广州) 已知O为坐标原点, 抛物线 $y_1=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与x轴相交于点A ($x_1, 0$), B ($x_2, 0$), 与y轴交于点C, 且O, C两点间的距离为3, $x_1 \cdot x_2 < 0$, $|x_1|+|x_2|=4$, 点A, C在直线 $y_2=-3x+t$ 上.

(1) 求点C的坐标;

(2) 当 y_1 随着 x 的增大而增大时, 求自变量 x 的取值范围;

(3) 将抛物线 y_1 向左平移 n ($n > 0$) 个单位, 记平移后 y 随着 x 的增大而增大的部分为P, 直线 y_2 向下平移 n 个单位, 当平移后的直线与P有公共点时, 求 $2n^2 - 5n$ 的最小值.

考点: 二次函数综合题.

分析: (1) 利用y轴上点的坐标性质表示出C点坐标, 再利用O, C两点间的距离为3求出即可;
 (2) 分别利用①若C (0, 3), 即 $c=3$, 以及②若C (0, -3), 即 $c=-3$, 得出A, B点坐标, 进而求出函数解析式, 进而得出答案;
 (3) 利用①若 $c=3$, 则 $y_1 = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$, $y_2 = -3x + 3$, 得出 y_1 向左平移 n 个单位后, 则解析式为: $y_3 = -(x+1+n)^2 + 4$

4, 进而求出
 平移后的直
 线与P有公
 共点时得出 n
 的取值范
 围, ②若 c=
 - 3, 则
 $y_1 = x^2 - 2x -$
 $3 = (x - 1)^2$
 $- 4, y_2 = -$
 $3x - 3, y_1$ 向
 左平移 n 个
 单位后, 则
 解析式为:
 $y_3 = (x -$
 $1 + n)^2 - 4,$
 进而求出平
 移后的直线
 与P有公共
 点时得出 n
 的取值范
 围, 进而利
 用配方法求
 出函数最
 值.

解答:

解: (1) 令
 $x=0,$ 则
 $y=c,$
 故
 $C(0, c)$
 ,
 $\therefore OC$ 的距离
 为 3,
 $\therefore |c|=3,$ 即
 $c=\pm 3,$
 $\therefore C(0, 3)$
 或 $(0, -$
 $3);$

(2) $\therefore x_1 x_2$
 $< 0,$
 $\therefore x_1, x_2$ 异
 号,

①若

$C(0, 3)$,

即 $c=3$,

把

$C(0, 3)$ 代

入 $y_2 = -$

$3x+t$, 则

$0+t=3$, 即

$t=3$,

$\therefore y_2 = -$

$3x+3$,

把

$A(x_1, 0)$

代入 $y_2 = -$

$3x+3$, 则

$3x_1+3=0$,

即 $x_1=1$,

$\therefore A(1, 0)$

,

$\because x_1, x_2$ 异

号, $x_1=1 >$

0 , $\therefore x_2 < 0$,

$\therefore |x_1| + |x_2|$

$=4$,

$\therefore 1 - x_2 = 4$,

解得: $x_2 = -$

3 , 则 $B(-$

$3, 0)$,

代入

$y_1 = ax^2 + bx + 3$

得,

$$\begin{cases} a+b+3=0 \\ 9a-3b+3=0 \end{cases}$$

,

解得:

$$\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$\therefore y_1 = -x^2 -$

$2x+3 = -$

$(x+1)^2 + 4$

,

则当 $x \leq -1$

时, y 随 x 增大而增大.

② 若 $C(0, -3)$, 即

$$c = -3,$$

把 $C(0, -3)$ 代入 $y_2 =$

$$-3x + t, \text{ 则}$$

$$0 + t = -3, \text{ 即}$$

$$t = -3,$$

$$\therefore y_2 = -3x - 3,$$

把

$$A(x_1, 0)$$

, 代入 $y_2 = -$

$$3x - 3,$$

$$\text{则 } -3x_1 -$$

$$3 = 0,$$

$$\text{即 } x_1 = -1,$$

$$\therefore A(-$$

$$1, 0),$$

$\because x_1, x_2$ 异

号, $x_1 = -1$

$$< 0, \therefore x_2 > 0$$

$$\therefore |x_1| + |x_2|$$

$$= 4,$$

$$\therefore 1 + x_2 = 4,$$

解得:

$$x_2 = 3, \text{ 则}$$

$$B(3, 0)$$

,

代入

$$y_1 = ax^2 + bx + 3$$

得,

$$\begin{cases} a - b - 3 = 0 \\ 9a + 3b - 3 = 0 \end{cases}$$

,

解得:

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases},$$

$$\therefore y_1 = x^2 - 2x$$

$$- 3 = (x -$$

$1) ^2 - 4$,
 则当 $x \geq 1$
 时, y 随 x 增
 大而增大,
 综上所述,
 若 $c=3$, 当 y
 随 x 增大而
 增大时, $x \leq$
 -1 ;
 若 $c=-3$, 当
 y 随 x 增大而
 增大
 时, $x \geq 1$;

(3) ①若
 $c=3$, 则 $y_1 =$
 $-x^2 - 2x + 3 =$
 $-$
 $(x+1)^2 + 4$
 $, y_2 = -$
 $3x + 3$,
 y_1 向左平移 n
 个单位后,
 则解析式
 为: $y_3 = -$
 $(x+1+n)^2 +$
 4 ,
 则当 $x \leq -1 -$
 n 时, y 随 x
 增大而增
 大,
 y_2 向下平移 n
 个单位后,
 则解析式
 为: $y_4 = -$
 $3x + 3 - n$,
 要使平移后
 直线与 P 有
 公共点, 则
 当 $x = -1 -$
 n , $y_3 \geq y_4$,
 即 $-(-1 -$
 $n+1+n)^2 + 4 \geq$

$$-3(-1-n) + 3 - n,$$

解得： $n \leq -$

$$1,$$

$$\because n >$$

$$0, \therefore n \leq -1$$

不符合条

件，应舍

去；

② 若 $c = -$

$$3, \text{ 则 } y_1 = x^2$$

$$- 2x - 3 = (x$$

$$- 1)^2 -$$

$$4, y_2 = - 3x$$

$$- 3,$$

y_1 向左平移 n

个单位后，

则解析式

$$\text{为：} y_3 = (x$$

$$- 1 + n)^2 -$$

$$4,$$

则当 $x \geq 1 - n$

时， y 随 x 增

大而增大，

y_2 向下平移 n

个单位后，

则解析式

$$\text{为：} y_4 = - 3x$$

$$- 3 - n,$$

要使平移后

直线与 P 有

公共点，则

$$\text{当 } x = 1 -$$

$$n, y_3 \leq y_4,$$

$$\text{即 } (1 - n -$$

$$1 + n)^2 - 4 \leq$$

$$- 3(1 - n)$$

$$- 3 - n,$$

解得： $n \geq 1,$

综上所述：

$$n \geq 1,$$

$$2n^2 -$$

$$5n=2\left(n-\frac{5}{4}\right)^2-\frac{25}{8},$$

$$\therefore \text{当 } n=\frac{5}{4}$$

$$\text{时, } 2n^2-5n$$

的最小值

$$\text{为: } -\frac{25}{8}.$$

点评：

此题主要考查了二次函数综合以及二次函数的平移以及二次函数增减性等知识，利用分类讨论得出 n 的取值范围是解题关键。