图形与几何：三角形（三角形概念、等腰与直角三角形）

一、教材内容

七年级第二学期：第十四章 第 1 节 三角形的有关概念与性质（5 课时）

第 3 节 等腰三角形（4 课时）

八年级第一学期：第十九章 第 3 节 直角三角形（9 课时）

二、“课标”要求

1．掌握三角形的任意两边之和大于第三边的性质；理解三角形的高、中线、角平分线等概念，并会画这些特殊线段。知道三角形的三条中线交于一点、三条角平分线交于一点、三条高所在直线线交于一点。

2．知道三角形的分类，初步体会分类讨论思想；通过自主探索，知道由三角形主要线段所得交点的位置状况。

3．展示“实验—归纳—猜测—证明”的数学研究方法，通过实验形成对三角形的内角和等于 180°的猜想再加以证实；初步尝试演绎推理，从中知道所得结论具有严格化的意义。知道三角形的外角，初步掌握三角形外角的性质。

4．通过观察、实验、操作等活动和对等腰三角形的轴对称性分析，发现和归纳等腰三角形的基本性质，再尝试采用演绎推理方法进行证实；掌握等腰三角形的性质和判定（其中涉及等边三角形）（等腰三角形的性质指“等边对等角”、“等角对等边”、“三线合一”等）

5．进行关于几何语言和说理的训练，了解“三段论”的推理形式和表达，初步体会几何推理的过程

6．体会几何研究从直观经验、操作实验到演绎推理的演进过程，认识归纳推理和演绎推理的作用；知道基本的逻辑术语，理解命题、定理、证明的意义；懂得推理过程中的因果关联，知道证明的步骤和规范表达的格式

7．通过对平行线和等腰三角形的有关定理的分析，理解逆命题与逆定理

8．掌握判定两个直角三角形全等的特殊方法；掌握直角三角形的有关性质和判定。在勾股定理及其逆定理的学习中，通过充分展开定理导出的过程和揭示它在度量几何中的作用，进一步理解形数之间的联系。会用等腰三角形的判定定理和性质定理证明简单的几

何问题。

三、“考纲”要求

考　点	要　求
14、三角形的有关概念，画三角形的高、中线、角平分线，三角形外角的性质	II
15、三角形的任意两边之和大于第三边的性质，三角形的内角和	III
18、等腰三角形的性质与判定（其中涉及等边三角形）	III
19、命题、定理、证明、逆命题、逆定理的有关概念	II
20、直角三角形全等的判定	III
21、直角三角形的性质、勾股定理及其逆定理	III
22、直角坐标平面内两点间距离的公式	II

图形与几何（3）

（三角形、等腰三角形、直角三角形）

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1.一个三角形的两边长分别是 4，9，而第三边长为奇数，则第三边长是（　）.

(A)3 或 5 或 7；　(B) 5 或 7 或 9；　(C) 7 或 9 或 11；　(D) 9 或 11 或 13.

2.三角形三边的垂直平分线的交点是三角形的　　　　　　（　）

（A）垂心；　（B）重心；　（C）内心；　（D）外心.

3.直角三角形两条直角边长为 3cm 和 4cm，斜边上的高为（　）

(A)3cm　（B）2cm　(C)2.4cm　(D)3.6cm

4．若等腰三角形腰上的高等于腰长的一半，那么等腰三角形的顶角等于（　）度.

(A)60°或 120°；（ B）30°或 150°；　(C)150°；　(D) 30°.

5．如图，在 Rt△ABC 中，CD 是斜边 AB 上的高，CE 是斜边 AB 上的中线，那么下列结论中不正确的是（　）

(A)∠ACD=∠B;　（B）∠ECB=∠DCE;

(C)∠ACD=∠ECB;　(D)∠ECB=∠A-∠ECD.

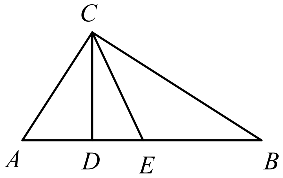
6．已知，如图，在⊿ABC 中，AB=AC，点 D 在 AC 上，且 BD=BC=AD，则∠A 的度数为（　）

(A)30°；

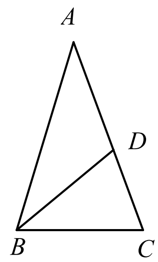
(B)45°；

(C)36°；

(D)72°.



第5题图



第6题图

二、填空题：（本大题共 12 题，每 4 分，满分 48 分）

7.命题“一等腰三角形的底角相等”的逆命题是______________.

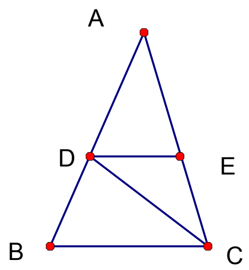
8. 直角三角形的两边长分别为 3 和 4，那么第 3 边的长为______________.

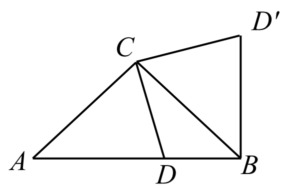
9．在△ABC 中，AB=AC=13，BC=10，那么边 BC 上的中线 AD=________．

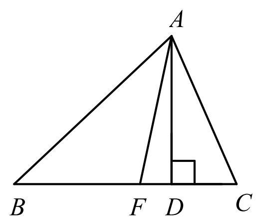
10.若在直角三角形中两锐角相差 15°，则这两个锐角分别等于_______.

11.若等腰直角三角形的斜边长为 10 厘米，则斜边上的高为______________厘米，面积为______平方厘米.

12.如图:CD 平分∠ACB,DE//BC, ∠AED=80^0 ,则∠EDC=_______________







第17题图

第 12 题图　　　　第 15 题图

13．已知等边三角形的边长为 4cm，那么它的高等于_______cm．

14.在⊿ABC 中，∠A:∠B:∠C=1:2:3,则 BC=________AB.

15.如图，点 D 是等腰直角ΔABC 斜边 AB 上的点，将ΔACD 绕点 C 逆时针旋转，使它与ΔBCD′重合，则∠D′BA=______________度.

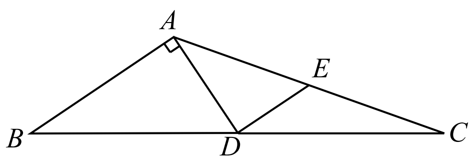
16．等腰三角形的两边长为 4 和 6，则这个等腰三角形的周长为______________

17．如图，AD 和 AF 分别是⊿ABC 的高和角平分线，已知∠B=36°，∠C=76°，则∠DAF=_____．

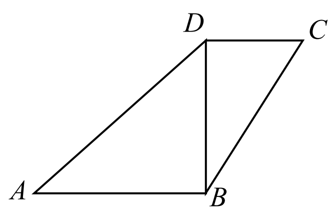
18．一个等腰三角形的一个内角为 70°，它一腰上的高与底边所夹角的度数为______.

三、简答题（本大题共 4 题，每小题 10 分，满分 40 分）

19．如图，在△ABC 中，D、E 分别是 BC、AC 的中点，且 AD⊥AB，AD=4，AB=6， 求 AC 的长.

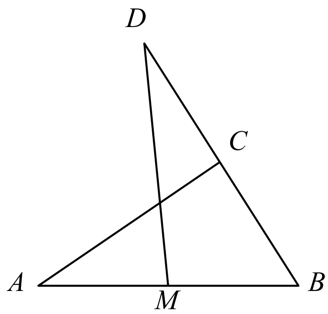


20．如图，在四边形 ABCD 中，对角线

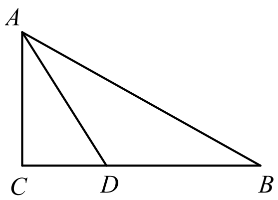


BD⊥AB，AD=20，AB=16，BC=15，CD=9，求证：四边形 ABCD 是梯形．

21．如图，M 是 Rt△ABC 斜边 AB 上的中点，D 是边 BC 延长线上一点，∠B=2∠D，AB=16cm，求线段 CD 的长．



22.如图，在⊿ABC 中，∠C=90°，AD 是∠CAB 的平分线，CD=1.5,BD=2.5,求 AC 的长.



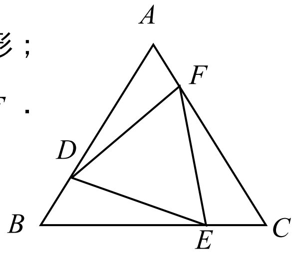
第22题图

四、解答题（本大题共 3 题，23-24 每题 12 分，25 题 14 分，满分 38 分）

23．（本题 12 分），△ABC 是等边三角形，点 D、E、F 分别是线段 AB、BC、CA 上的点.

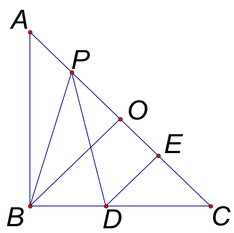
（1）若 $AD=BE=CF$，求证：△DEF 是等边三角形；

（2）若△DEF 是等边三角形，求证：$AD=BE=CF$．



24. (12 分) 老师请同学们在一张长为 17cm，宽为 16cm 的长方形纸板上，剪下一个腰长为 10cm 的等腰三角形（要求等腰三角形的一个顶点与长方形的一个顶点重合，其余两个顶点在长方形的边上）.请你帮同学们计算剪下的等腰三角形的面积.

25．如图，在等腰直角三角形 ABC 中，O 是斜边 AC 的中点，P 是斜边 AC 上的一个动点，D 为 BC 上的一点，且 PB=PD，DE⊥AC,垂足为点 E. 求证：（1）PE=BO；（2）设 AC=2，AP=x，四边形 PBDE 的面积为 y，求 y 与 x 之间的函数关系式，并写出函数的定义域．



参考答案

一、

1．C 2．D 3．C 4． B. 5. B 6.C

二、

7. 一个三角形的两个内角相等，这个三角形是等腰三角形； 8．5 或 $\sqrt{7}$ ；

9．12； 10.52.5°，37.5°；   11.5，25 ； 12.40° ； 13. $2\sqrt{3}$ ；   14 ．1/2;

15．90; 16．14 或 16； 17．20°； 18．20°或 35°；

19. **解：**∵D,E 分别是 BC AC 的中点

∴DE∥AB,DE= $\frac{1}{2}$ AB ………………………….3 分

∵AB=6

∴DE=3 ………………………….1 分

∵AD⊥AB

∴∠BAD=90°

又∵AB∥DE

∴∠ADE =∠BAD=90° ………………………….2 分

∴$AE^2=AD^2+DE^2$… ……………………….2 分

又∵AD=4

∴AE=5 ……………………….1 分

∵E 是 AC 的中点

∴AC=2AE=10 ……………………….1 分

20．∵BD⊥AB

∴∠ABD=90° ……………………………….1 分

∵AD=20,AB=16

∴BD= $\sqrt{AD^2-AB^2}=\sqrt{20^2-16^2}=12$ ……………………………….2 分

∵ $CD^2+BD^2=9^2+12^2=225$，$BC^2=15^2=225$

∴ $CD^2+BD^2=BC^2$ ………………………………2 分

∴∠BDC=90° ………………………………2 分

∴∠ABD=∠BDC

∴AB//CD ………………………………1 分

又∵AD 与 BC 不平行 ………………………………1 分

∴四边形 ABCD 是梯形. ………………………………1 分

21．解：联结 MC

∵M 是 Rt△ABC 斜边 AB 的中点

∴MC=MB=1/2AB ………………………………2 分

∴∠B=∠MCB ………………………………1 分

∵∠B=2∠D

∴∠MCB=2∠D ………………………………1 分

又∵∠MCB=∠D+∠DMC ………………………………2 分

∴∠D=∠DMC ………………………………1 分

∴DC=MC ………………………………1 分

又∵AB=16

∴CD=8 ………………………………1 分

答：线段 CD 的长为 8cm ………………………………1 分

22．解：过 D 作 DE⊥AB 于点 E，

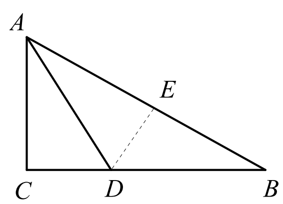
∵∠C=∠DEA=90°，$\angle CAD=\angle EAD, AD=AD$

∴ $\Delta ACD\cong\Delta AED, DE=CD=1.5.$

……………3 分

在 Rt⊿DBE 中，∵ $BD=2.5, DE=1.5, \therefore BE=2$

………3 分



第22题图

又 $AC=AE$,设$AC=x$,则$AB=x+2$, $BC=4$.

∴ $x^2+4^2=(x+2)^2$, $x=3$. ∴ $AC=3$.

……………4 分

四.

23. （1）证明：∵△ABC 是等边三角形

∴∠A=∠B=∠C=60°,AB=BC=AC………………………………1 分

∵AD=BE=CF

∴BD=CE=AF ………………………………1 分

∴△ADF≌△BED≌△CFE ………………………………2 分

∴DF=DE=EF

∴△DEF 是等边三角形 ………………………………1 分

（2）证明：∵△ABC 是等边三角形

∴∠A=∠B=∠C=60° ……………1 分

∵△DEF 是等边三角形

∴DF=DE=EF ∠DEF=60° ……………1 分

∵∠DEF=∠B+∠BDE ……………1 分

∴60°+∠CEF=60°+∠BDE

∴∠CEF=∠BDE ……………1 分

∴△CEF≌△BDF ……………1 分

∴BE=CF ……………1 分

同理 BE=AD

∴AD=BE=CF ……………1 分

24. 有三种情况：

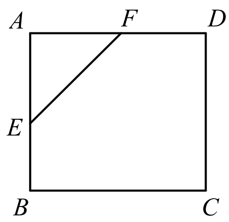


图1

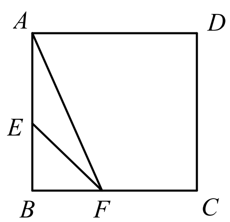


图2

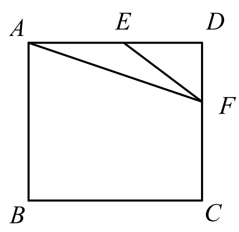


图3

（1）当 AE=AF=10cm 时（图 1），$S_{\Delta AEF}=\frac{1}{2}AE\cdot AF=50(cm)^2$.........4 分

（2）当 AE=AF=10cm 时（图 2），BF=$\sqrt{EF^2-EB^2}=8(cm)$，

$S_{\Delta AEF}=\frac{1}{2}AE\cdot BF=40(cm)^2$. ....4 分

（3）当 AE=AF=10cm 时（图 3），DF=$\sqrt{EF^2-ED^2}=\sqrt{51}(cm)$，

$S_{\Delta AEF}=\frac{1}{2}AE\cdot DF=5\sqrt{51}(cm)^2$. ....4 分

25. (1)证明: ∵O 是等腰直角三角形 ABC 斜边 AC 的中点

∴OB⊥AC;∠OBC= $\frac{1}{2}$ ∠ABC=45° ....1 分

又∵DE⊥AC

∴∠BOP=∠PED=90° ....1 分

∵AB=BC, ∠ABC=90°

∴∠C=∠A=45°

∵∠PDB=∠C+∠DPE

∴∠PDB=45°+∠DPE ....1 分

∵PB=PD

∴∠PBD=∠PDB

∴∠PBO+45°=45°+∠DPE

∴∠PBO=∠DPE ....2 分

∴△POB≌△DEP ....1 分

∴PE=BO ....1 分

(2)解：∵O 是等腰直角三角形 ABC 斜边 AC 的中点

∴OB=$\frac{1}{2}$AC，OB⊥AC ....1 分

∵AC=2

∴PE=OB=1

∵AP=x

∴CE=2-1-X=1-X

∴S△APB=$\frac{1}{2}X \times 1=\frac{1}{2}X$ ………………………1 分

∵DE⊥AC ∠C=45°DE=CE=1-x

∴S△APB=$\frac{1}{2}(1-X)^2$ ………………………1 分

∴y=$\frac{1}{2}\times 2\times 1-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}(1-X)^2$ ………………………1 分

∴y=$-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ ………………………1 分

定义域($0\le x\le 1$) ………………………2 分