2015年湖北省武汉市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（共10小题，每小题3分，共30分）下列各题中均有四个备选答案，其中有且只有一个是正确的，请在答题卡上将正确答案的代号涂黑．

1．（3分）（2015•武汉）在实数－3，0，5，3中，最小的实数是（　　）

A．－3　B．　0　C．5　D．3

考点：　实数大小比较．

分析：　正实数都大于0，负实数都小于0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可．

解答：　解：根据实数比较大小的方法，可得

$-3<0<3<5$，

所以在实数－3，0，5，3中，最小的实数是－3．

故选：A．

点评：　此题主要考查了实数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：正实数＞0＞负实数，两个负实数绝对值大的反而小．

2．（3分）（2015•武汉）若代数式$\sqrt{x-2}$在实数范围内有意义，则x的取值范围是（

）

A．$x\geq-2$　B．$x>-2$　C．$x\geq2$　D．$x\leq2$

考点：　二次根式有意义的条件．

分析：　根据二次根式的性质，被开方数大于等于0，就可以求解．

解答：　解：根据题意得：$x-2\geq0$，

解得$x\geq2$．

故选：C．

点评：　本题考查了二次根式有意义的条件，知识点为：二次根式的被开方数是非负数．

3．（3分）（2015•武汉）把a^2-2a分解因式，正确的是（　　）

A．$a(a-2)$　B．$a(a+2)$　C．$a(a^2-2)$　D．$a(2-a)$

考点：　因式分解-提公因式法．

专题：　计算题．

分析：　原式提取公因式得到结果，即可做出判断．

解答：　解：原式$=a(a-2)$，

故选A．

点评：　此题考查了因式分解－提公因式法，熟练掌握提取公因式的方法是解本题的关键．

4．（3分）（2015•武汉）一组数据3，8，12，17，40的中位数为（　　）

A．3　B．8　C．12　D．17

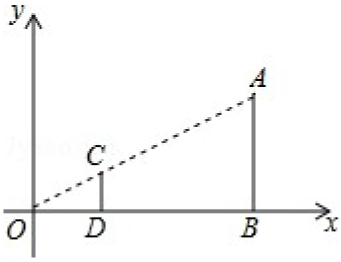
考　点：　中位数．

分析：　首先把这组数据3，8，12，17，40从小到大排列，然后判断出中间的数是多少，即可判断出这组数据的中位数为多少．

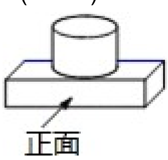
解答：　解：把3，8，12，17，40从小到大排列，可得

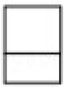
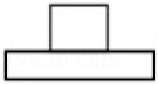
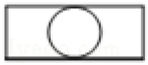
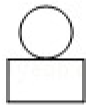
3，8，12，17，40，
所以这组数据3，8，12，17，40的中位数为12．
故选：C．
点评： 此题主要考查了中位数的含义和求法的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．

5．（3分）（2015•武汉）下列计算正确的是（　　）
A．$2a^2-4a^2=-2$　　B．$3a+a=3a^2$　　C．$3a•a=3a^2$　　D．$4a^6÷2a^3=2a^2$
解：A、原式$=-2a^2$，错误；
B、原式=4a，错误；
C、原式$=3a^2$，正确；
D、原式$=2a^3$，错误．
故选C．

6．（3分）（2015•武汉）如图，在直角坐标系中，有两点A（6，3），B（6，0），以原点O位似中心，相似比为$\frac{1}{3}$，在第一象限内把线段AB缩小后得到线段CD，则点C的坐标为（　　）


A．（2，1）　　B．（2，0）　　C．（3，3）　　D．（3，1）
解：由题意得，△ODC∽△OBA，相似比是$\frac{1}{3}$，
$\therefore\frac{OD}{OB}=\frac{DC}{AB}$，又OB=6，AB=3，
∴OD=2，CD=1，
∴点C的坐标为：（2，1），
故选：A．

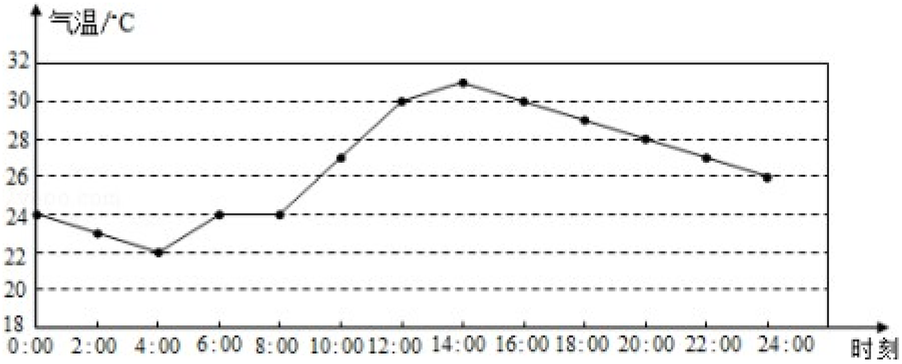
7．（3分）（2015•武汉）如图，是由一个圆柱体和一个长方体组成的几何体．其主视图是（　　）


A．　　B．　　C．　　D．

解：从正面看下面是一个比较长的矩形，上面是一个比较宽的矩形．

故选：B．

8．（3分）（2015•武汉）下面的折线图描述了某地某日的气温变化情况．根据图中信息，下列说法错误的是（　　）



A．4：00气温最低　　B．6：00气温为24℃

C．14：00气温最高　　D．气温是30℃的时刻为16：00

解：A、由横坐标看出4：00气温最低是24℃，故A正确；

B、由纵坐标看出6：00气温为24℃，故B正确；

C、由横坐标看出14：00气温最高31℃；

D、由横坐标看出气温是30℃的时刻是12：00，16：00，故D错误；

故选：D．

9．（3分）（2015•武汉）在反比例函数$y=\frac{1-3m}{x}$图象上有两点A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），$x_1<0<x_2$，$y_1<y_2$，则m的取值范围是（　　）

A．$m>\frac{1}{3}$　　B．$m<\frac{1}{3}$　　C．$m\geq\frac{1}{3}$　　D．$m\leq\frac{1}{3}$

解：∵$x_1<0<x_2$时，$y_1<y_2$，

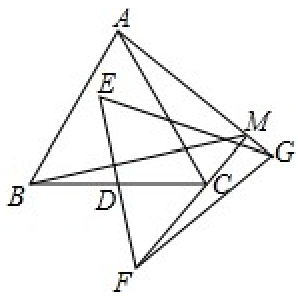
∴反比例函数图象在第一，三象限，

∴$1-3m>0$，

解得：$m<\frac{1}{3}$．

故选B．

10．（3分）（2015•武汉）如图，△ABC，△EFG均是边长为2的等边三角形，点D是边BC、EF的中点，直线AG、FC相交于点M．当△EFG绕点D旋转时，线段BM长的最小值是（　　）



A．$2-\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{3}+1$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}-1$

解：连接AD、DG、BO、OM，如图．

∵△ABC，△EFG均是边长为2的等边三角形，点D是边BC、EF的中点，

∴AD⊥BC，GD⊥EF，DA=DG，DC=DF，

∴∠ADG=90°﹣∠CDG=∠FDC，$\frac{DA}{DC}=\frac{DG}{DF}$，

∴△DAG∽△DCF，

∴∠DAG=∠DCF．

∴A、D、C、M四点共圆．

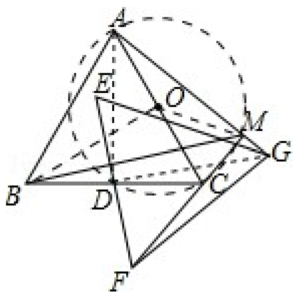
根据两点之间线段最短可得：BO≤BM+OM，即BM≥BO﹣OM，

当M在线段BO与该圆的交点处时，线段BM最小，

此时，BO=$\sqrt{BC^2-OC^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，OM=$\frac{1}{2}$AC=1，

则BM=BO﹣OM=$\sqrt{3}-1$．

故选D．



二、填空题（共6小题，每小题3分，共18分）请将答案填在答题卡对应题号的位置上．

11．（3分）（2015•武汉）计算：﹣10+（+6）=__﹣4__．

考点：　有理数的加法．

专题：　计算题．

分析：　原式利用异号两数相加的法则计算即可得到结果．

解答：　解：原式=﹣（10﹣6）=﹣4．

故答案为：﹣4．

点评：　此题考查了有理数的加法，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

12．（3分）（2015•武汉）中国的领水面积约为370 000km^2，将数370 000用科学记数法表示为__3.7×10^5__．

解：370 000=3.7×10^5，

故答案为：3.7×10^5．

13．（3 分）（2015•武汉）一组数据 2，3，6，8，11 的平均数是 6 ．

解：（2+3+6+8+11）÷5

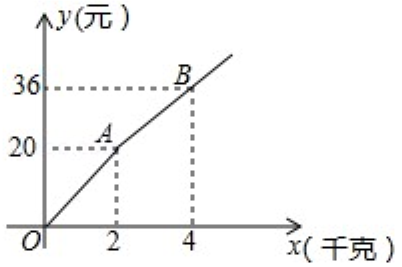
=30÷5

=6

所以一组数据 2，3，6，8，11 的平均数是 6．

故答案为：6．

14．（3 分）（2015•武汉）如图所示，购买一种苹果，所付款金额 y（元）与购买量 x（千克）之间的函数图象由线段 OA 和射线 AB 组成，则一次购买 3 千克这种苹果比分三次每次购买 1 千克这种苹果可节省 2 元．



解：由线段 OA 的图象可知，当 $0<x<2$ 时，$y=10x$，

1 千克苹果的价钱为：$y=10$，

设射线 AB 的解析式为 $y=kx+b$（$x\geq 2$），

把（2，20），（4，36）代入得：$\begin{cases}2k+b=20\\4k+b=36\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=8\\b=4\end{cases}$，

$\therefore y=8x+4$，

当 $x=3$ 时，$y=8\times 3+4=28$．

当购买 3 千克这种苹果分三次分别购买 1 千克时，所花钱为：$10\times 3=30$（元），

$30-28=2$（元）．

则一次购买 3 千克这种苹果比分三次每次购买 1 千克这种苹果可节省 2 元．

15．（3 分）（2015•武汉）定义运算“*”，规定 $x*y=ax^2+by$，其中 a、b 为常数，且 $1*2=5$，$2*1=6$，则 $2*3=$ 10 ．

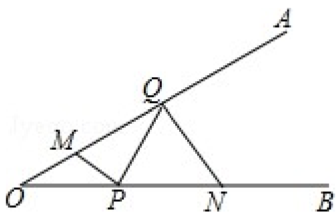
解：根据题中的新定义化简已知等式得：$\begin{cases}a+2b=5\\4a+b=6\end{cases}$，

解得：$a=1$，$b=2$，

则 $2*3=4a+3b=4+6=10$，

故答案为：10．

16．（3 分）（2015•武汉）如图，$\angle AOB=30°$，点 M、N 分别在边 OA、OB 上，且 $OM=1$，$ON=3$，点 P、Q 分别在边 OB、OA 上，则 $MP+PQ+QN$ 的最小值是 $\sqrt{10}$ ．



解：作 M 关于 OB 的对称点 M′，作 N 关于 OA 的对称点 N′，

连接 M′N′，即为 MP+PQ+QN 的最小值．

根据轴对称的定义可知：∠N′OQ=∠M′OB=30°，∠ONN′=60°，

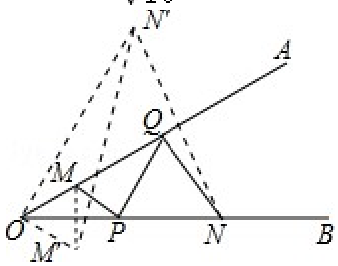
∴△ONN′为等边三角形，△OMM′为等边三角形，

∴∠N′OM′=90°，

∴在 Rt△M′ON′中，

M′N′=$\sqrt{3^2+1^2}$=$\sqrt{10}$．

故答案为$\sqrt{10}$．



三、解答题（共 8 小题，共 72 分）下列各题解答应写出文字说明，证明过程或演算过程．

17．（8 分）（2015•武汉）已知一次函数 y=kx+3 的图象经过点（1，4）．

（1）求这个一次函数的解析式；

（2）求关于 x 的不等式 kx+3≤6 的解集．

解：（1）∵一次函数 y=kx+3 的图象经过点（1，4），

∴4=k+3，

∴k=1，

∴这个一次函数的解析式是：y=x+3．

（2）∵k=1，

∴x+3≤6，

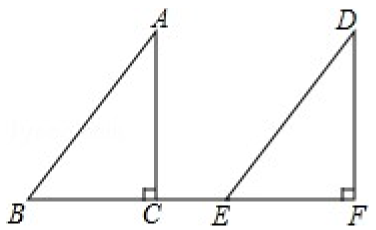
∴x≤3，

即关于 x 的不等式 kx+3≤6 的解集是：x≤3．

18．（8 分）（2015•武汉）如图，点 B、C、E、F 在同一直线上，BC=EF，AC⊥BC 于点 C，DF⊥EF 于点 F，AC=DF．求证：

（1）△ABC≌△DEF；

（2）AB∥DE．



证明：（1）∵AC⊥BC于点C，DF⊥EF于点F，

∴∠ACB=∠DFE=90°，

在△ABC和△DEF中，$\begin{cases} BC=EF \\ \angle ACB=\angle DFE \\ AC=DF \end{cases}$，

∴△ABC≌△DEF（SAS）；

（2）∵△ABC≌△DEF，

∴∠B=∠DEF，

∴AB∥DE．

19．（8分）（2015•武汉）一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，它们分别标号为1，2，3，4．

（1）随机摸取一个小球，直接写出“摸出的小球标号是3”的概率；

（2）随机摸取一个小球然后放回，再随机摸出一个小球，直接写出下列结果：

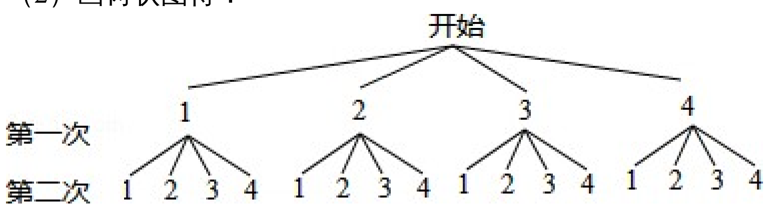
① 两次取出的小球一个标号是1，另一个标号是2的概率；

② 第一次取出标号是1的小球且第二次取出标号是2的小球的概率．

解：（1）∵一个不透明的口袋中有四个完全相同的小球，它们分别标号为1，2，3，4，

∴随机摸取一个小球，直接写出“摸出的小球标号是3”的概率为：$\frac{1}{4}$；

（2）画树状图得：



则共有16种等可能的结果；

①∵两次取出的小球一个标号是1，另一个标号是2的有2种情况，

∴两次取出的小球一个标号是1，另一个标号是2的概率为：$\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$；

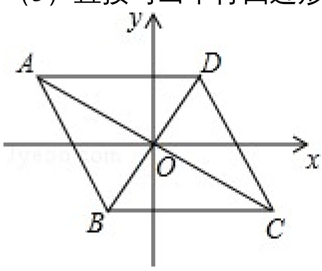
②∵第一次取出标号是1的小球且第二次取出标号是2的小球的只有1种情况，

∴第一次取出标号是1的小球且第二次取出标号是2的小球的概率为：$\frac{1}{16}$．

20．（8分）（2015•武汉）如图，已知点A（﹣4，2），B（﹣1，﹣2），平行四边形ABCD的对角线交于坐标原点O．

（1）请直接写出点C、D的坐标；

（2）写出从线段AB到线段CD的变换过程；
（3）直接写出平行四边形ABCD的面积．

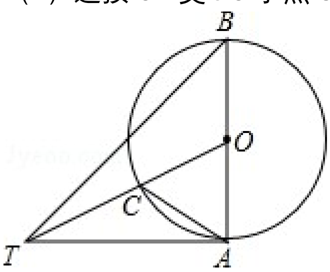


解：（1）∵四边形ABCD是平行四边形，
∴四边形ABCD关于O中心对称，
∵A（﹣4，2），B（﹣1，﹣2），
∴C（4，﹣2），D（1，2）；

（2）线段AB到线段CD的变换过程是：线段AB向右平移5个单位得到线段CD；

（3）由（1）得：A到y轴距离为：4，D到y轴距离为：1，
A到x轴距离为：2，B到x轴距离为：2，
∴S_{ABCD}的可以转化为边长为；5和4的矩形面积，
∴$S_{ABCD}=5\times4=20$．

21．（8分）（2015•武汉）如图，AB是⊙O的直径，∠ABT=45°，AT=AB．
（1）求证：AT是⊙O的切线；
（2）连接OT交⊙O于点C，连接AC，求tan∠TAC．

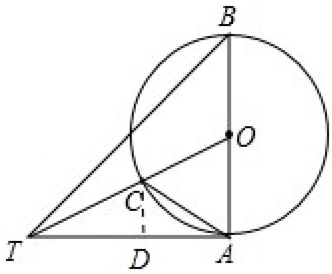


解：（1）∵∠ABT=45°，AT=AB．
∴∠TAB=90°，
∴TA⊥AB，
∴AT是⊙O的切线；
（2）作CD⊥AT于D，
∵TA⊥AB，TA=AB=2OA，
设OA=x，则AT=2x，
∴$OT=\sqrt{5}x$，
∴$TC=(\sqrt{5}-1)x$，
∵CD⊥AT，TA⊥AB
∴CD∥AB，
∴$\frac{CD}{OA}=\frac{TC}{OT}=\frac{TD}{TA}$，即$\frac{CD}{x}=\frac{(\sqrt{5}-1)x}{\sqrt{5}x}=\frac{TD}{2x}$，

$\therefore CD=(1-\frac{\sqrt{5}}{5})x$，$TD=2(1-\frac{\sqrt{5}}{5})x$，

$\therefore AD=2x-2(1-\frac{\sqrt{5}}{5})x=\frac{2\sqrt{5}}{5}x$，

$\therefore \tan\angle TAC=\frac{CD}{AD}=\frac{(1-\frac{\sqrt{5}}{5})x}{\frac{\sqrt{5}}{5}x}=\sqrt{5}-1$．



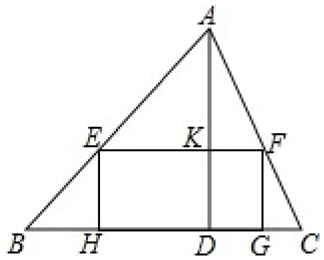
22．（10分）（2015•武汉）已知锐角△ABC中，边BC长为12，高AD长为8．

（1）如图，矩形EFGH的边GH在BC边上，其余两个顶点E、F分别在AB、AC边上，EF交AD于点K．

①求$\frac{EF}{AK}$的值；

②设EH=x，矩形EFGH的面积为S，求S与x的函数关系式，并求S的最大值；

（2）若AB=AC，正方形PQMN的两个顶点在△ABC一边上，另两个顶点分别在△ABC的另两边上，直接写出正方形PQMN的边长．



解：（1）①∵EF∥BC，

$\therefore \frac{AK}{AD}=\frac{EF}{BC}$，

$\therefore \frac{EF}{AK}=\frac{BC}{AD}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$，

即$\frac{EF}{AK}$的值是$\frac{3}{2}$．

②∵EH=x，

∴KD=EH=x，AK=8﹣x，

$\because \frac{EF}{AK}=\frac{3}{2}$，

$\therefore EF=\frac{3}{2}(8-x)$，

$\therefore S=EH\bullet EF=\frac{3}{2}x(8-x)=-\frac{3}{2}(x-4)^2+24$，

∴当 x=4 时，S 的最大值是 24．

（2）设正方形的边长为 a，

① 当正方形 PQMN 的两个顶点在 BC 边上时，

$\frac{8-a}{a}=\frac{8}{12}$，

解得 $a=\frac{24}{5}$．

② 当正方形 PQMN 的两个顶点在 AB 或 AC 边上时，

∵AB=AC，AD⊥BC，

∴BD=CD=12÷2=6，

$\therefore AB=AC=\sqrt{AD^2+BD^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10$，

∴AB 或 AC 边上的高等于：

AD•BC÷AB

=8×12÷10

$=\frac{48}{5}$

$\therefore \frac{\frac{48}{5}-a}{a}=\frac{\frac{48}{5}}{10}$，

解得 $a=\frac{240}{49}$．

综上，可得

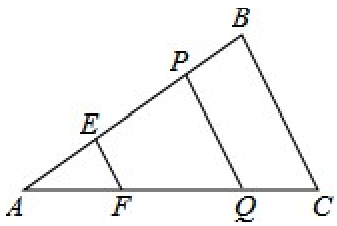
正方形 PQMN 的边长是 $\frac{24}{5}$ 或 $\frac{240}{49}$．

23．（10 分）（2015•武汉）如图，△ABC 中，点 E、P 在边 AB 上，且 AE=BP，过点 E、P 作 BC 的平行线，分别交 AC 于点 F、Q，记△AEF 的面积为 S_1，四边形 EFQP 的面积为 S_2，四边形 PQCB 的面积为 S_3．

（1）求证：EF+PQ=BC；

（2）若 $S_1+S_3=S_2$，求 $\frac{PE}{AE}$ 的值；

（3）若 $S_3+S_1=S_2$，直接写出 $\frac{PE}{AE}$ 的值．



（1）证明：$\because EF\parallel BC$，$PQ\parallel BC$，

$\therefore \frac{EF}{BC}=\frac{AE}{AB}$，$\frac{PQ}{BC}=\frac{AP}{AB}$，

$\because AE=BP$，

$\therefore AP=BE$，

$\therefore \frac{EF}{BC}+\frac{PQ}{BC}=\frac{AE}{AB}+\frac{BE}{AB}=1$，

$\therefore \frac{EF+PQ}{BC}=1$，

$\therefore EF+PQ=BC$；

（2）解：过点A作$AH\perp BC$于H，分别交PQ于M、N，如图所示：

设$EF=a$，$PQ=b$，$AM=h$，

则$BC=a+b$，

$\because EF\parallel PQ$，

$\therefore \triangle AEF\backsim\triangle APQ$，

$\therefore \frac{AM}{AN}=\frac{EF}{PQ}$，

$\therefore AN=\frac{b}{a}h$，$MN=\left(\frac{b}{a}-1\right)h$，

$\therefore S_1=\frac{1}{2}ah$，$S_2=\frac{1}{2}(a+b)\left(\frac{b}{a}-1\right)h$，$S_3=\frac{1}{2}(b+a+b)h$，

$\because S_1+S_3=S_2$，

$\therefore \frac{1}{2}ah+\frac{1}{2}(a+b+b)h=\frac{1}{2}(a+b)\left(\frac{b}{a}-1\right)h$，

解得：$b=3a$，

$\therefore \frac{PQ}{AE}=3$，

$\therefore \frac{PE}{AE}=2$；

（3）解：$\because S_3-S_1=S_2$，

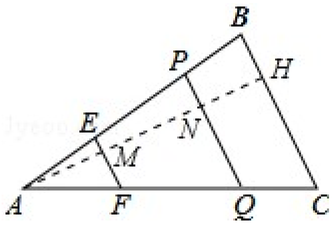
$\therefore \frac{1}{2}(a+b+b)h-\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}(a+b)\left(\frac{b}{a}-1\right)h$，

解得：$b=(1\pm\sqrt{2})a$（负值舍去），

$\therefore b=(1+\sqrt{2})a$，

$\therefore \frac{PQ}{AE}=1+\sqrt{2}$，

$\therefore \frac{PE}{AE}=\sqrt{2}$．



24．（12分）（2015•武汉）已知抛物线$y=\frac{1}{2}x^2+c$与x轴交于A（－1，0），B两点，交y轴于点C．

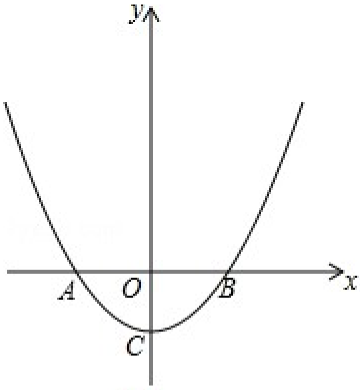


图1

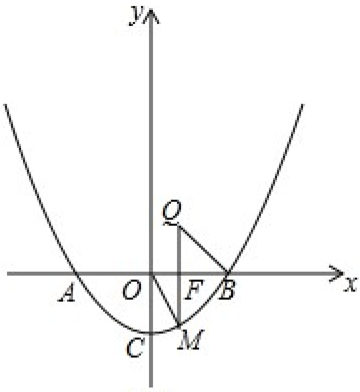


图2

（1）求抛物线的解析式；

（2）点E（m，n）是第二象限内一点，过点E作EF⊥x轴交抛物线于点F，过点F作FG⊥y轴于点G，连接CE、CF，若∠CEF=∠CFG．求n的值并直接写出m的取值范围（利用图1完成你的探究）．

（3）如图2，点P是线段OB上一动点（不包括点O、B），PM⊥x轴交抛物线于点M，∠OBQ=∠OMP，BQ交直线PM于点Q，设点P的横坐标为t，求△PBQ的周长．

解：（1）把A（－1，0）代入$y=\frac{1}{2}x^2+c$

得$c=-\frac{1}{2}$，

∴抛物线解析式为$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$

（2）如图1，过点C作CH⊥EF于点H，

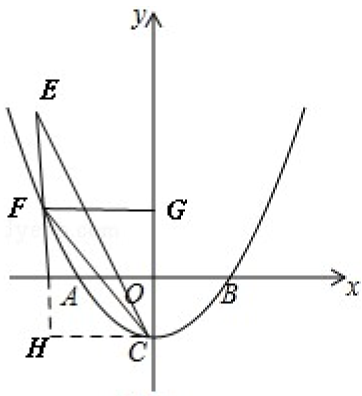


图1

∵∠CEF=∠CFG，FG⊥y轴于点G

$\therefore \triangle EHC \backsim \triangle FGC$

$\because E(m, n)$

$\therefore F(m, \frac{1}{2}m^2-\frac{1}{2})$

又$\because C(0, \frac{1}{2})$

$\therefore EH=n+\frac{1}{2}$，$CH=-m$，$FG=-m$，$CG=\frac{1}{2}m^2$

又$\because \frac{EH}{CH}=\frac{FG}{CG}$，

则$\frac{n+\frac{1}{2}}{-m}=\frac{-m}{\frac{1}{2}m^2}$

$\therefore n+\frac{1}{2}=2$

$\therefore n=\frac{3}{2}$（$-2<m<0$）

（3）由题意可知 $P(t, 0)$，$M(t, \frac{1}{2}t^2-\frac{1}{2})$

$\because PM\perp x$ 轴交抛物线于点 M，$\angle OBQ=\angle OMP$，

$\therefore \triangle OPM \backsim \triangle QPB$．

$\therefore \frac{OP}{PM}=\frac{PQ}{PB}$．

其中 $OP=t$，$PM=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}t^2$，$PB=1-t$，

$\therefore PQ=\frac{2t}{1+t}$．

$BQ=\sqrt{PB^2+PQ^2}=\frac{t^2+1}{t+1}$

$\therefore PQ+BQ+PB=\frac{2t}{1+t}+\frac{t^2+1}{1+t}+1-t=2$．

$\therefore \triangle PBQ$ 的周长为 2．