考点跟踪训练33　图形的旋转

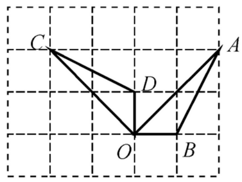
一、选择题

1．(2011·天津)下列汽车标志中，可以看作是中心对称图形的是(　　)

答案　A

解析　只有图形A旋转180°后与原图形能够完全重合，故选A.

2．(2011·嘉兴)如图，点A、B、C、D、O都在方格纸的格点上，若△COD是由△AOB绕点O按逆时针方向旋转而得，则旋转的角度为(　　)

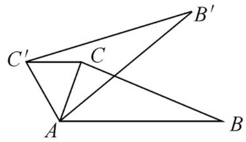


A．30° B．45° C．90° D．135°

答案　C

解析　线段OB旋转后与OD重合，$\angle BOD=90°$，所以旋转角度为90°.

3．(2010·杭州)如图，在△ABC中，$\angle CAB=70°$.在同一平面内，将△ABC绕点A旋转到△$AB'C'$的位置，使得$CC'\parallel AB$，则$\angle BAB'=$(　　)

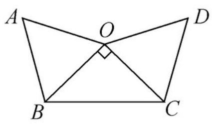


A．30° B．35° C．40° D．50°

答案　C

解析　由$CC'\parallel AB$，得$\angle C'CA=\angle CAB=70°$，由旋转，得$AC'=AC$，∴$\angle CC'A=\angle C'CA=70°$，∴旋转角$\angle C'AC=40°$，$\angle B'AB=40°$.

4. (2011·湖州)如图，已知△OAB是正三角形，$OC\perp OB$，$OC=OB$，将△OAB绕点O按逆时针方向旋转，使得OA与OC重合，得到△OCD，则旋转的角度是(　　)

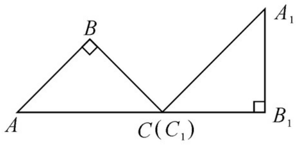


A．150° B．120° C．90° D．60°

答案　A

解析　∵△OAB是正三角形，∴$\angle AOB=60°$.又∵$OC\perp OB$，$\angle BOC=90°$，∴$\angle AOC=60°+90°=150°$.旋转的角度是150°.

5．(2011·大理)如图，等腰Rt△ABC绕C点按顺时针旋转到△$A_1B_1C_1$的位置(A，C，B_1在同一直线上)，$\angle B=90°$，如果$AB=1$，那么AC运动到A_1C_1所经过的图形面积是(　　)



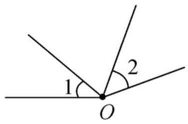
A.　B.　C.　D.

答案　D

解析　在△ABC中，$\angle B=90°$，$AB=BC=1$，所以$AC=$ ，$S=\pi\times()^2=$.

二、填空题

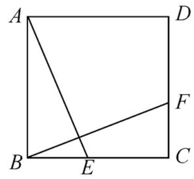
6．(2011·泉州)如图所示，以点 O 为旋转中心，将∠1 按顺时针方向旋转 110°得到∠2，若∠1＝40°，则∠2 的余角为__________度．



答案　50

解析　由旋转的性质得∠1＝∠2＝40°，所以∠2 的余角为 90°－40°＝50°.

7．(2011·南京)如图，E、F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 BC、CD 上的点，$BE=CF$，连接 AE、BF，将△ABE 绕正方形的中心按逆时针方向转到△BCF，旋转角为 $a(0°<a<180°)$，则∠a＝________.



答案　90°

解析　∵△ABE≌△BCF，

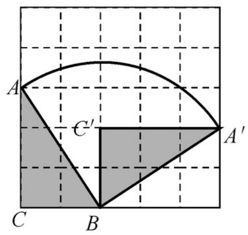
∴∠BAE＝∠CBF.

∵∠BAE＋∠BEA＝90°，

∴∠CBF＋∠BEA＝90°

∴AE 与 BF 所成的夹角等于 90°，即∠a＝90°.

8．(2011·泰州)如图，△ABC 的三个顶点都在 5×5 的网格(每个小正方形的边长均为 1 个单位长度)的格点上，将△ABC 绕点 B 顺时针旋转到△$A'BC'$的位置，且点 A'、C'仍落在格点上，则线段 AB 扫过的图形的面积是__________平方单位(结果保留 π)．

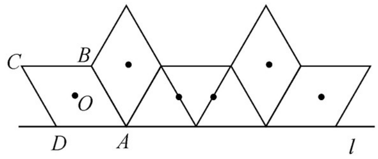


答案

解析　在 Rt△ABC 中，AB＝＝.

又∵∠$A'BA$＝∠$C'BC$＝90°，∴线段 AB 扫过的图形的面积是×π×()²＝π.

9．(2010·台州)如图，菱形 $ABCD$ 中，$AB=2$，∠C＝60°，菱形 $ABCD$ 在直线 l 上向右作无滑动的翻滚，每绕着一个顶点旋转 60°叫一次操作，则经过 36 次这样的操作，菱形中心 O 所经过的路径总长为________．(结果保留 π)



答案　(8　＋4)π

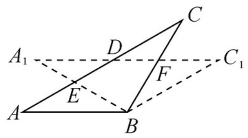
解析　在第一次、第二次操作中，中心 O 所经过的路径为弧长 π×＝π；

在第三次操作中，中心 O 所经过的路径为弧长 π×1＝π；

所以路径总长为 12×＝(8　＋4)π.

10．(2011·宜宾)如图，在△ABC 中，$AB=BC$，将△ABC 绕点 B 顺时针旋转 α 度，得到△A_1BC_1，A_1B 交 AC 于点 E，A_1C_1 分别交 AC、BC 于点 D、F，下列结论：①∠CDF＝α；②

$A_1E=CF$；③ $DF=FC$；④ $AD=CE$；⑤ $A_1F=CE$.其中正确的是__________．(写出正确结论的序号)



答案　①②⑤

解析　$\because AB=BC$，

$\therefore \angle A=\angle C=\angle C_1$.

又$\because \angle ABA_1=\angle CBC_1=\alpha$，$AB=A_1B=C_1B$，

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle C_1BF$.

$\therefore BE=BF$，$AE=FC_1$.

在$\triangle CDF$与$\triangle BC_1F$中，

$\angle C=\angle C_1$，

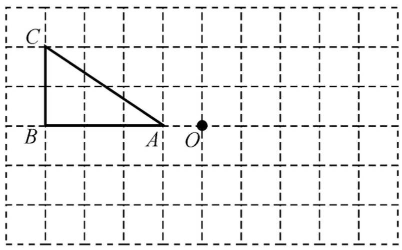
$\angle CFD=\angle C_1FB$，

$\therefore \angle CDF=\angle CBC_1=\alpha$.

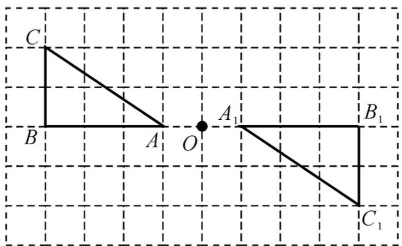
由$A_1B-BE=BC-BF$，得$A_1E=CF$，$A_1C_1-FC_1=AC-AE$，得$A_1F=CE$，故结论①、②、⑤正确．

三、解答题

11．(2011·茂名)画图题：如图，将$\triangle ABC$绕点O顺时针旋转180°后得到$\triangle A_1B_1C_1$.请你画出旋转后的$\triangle A_1B_1C_1$.



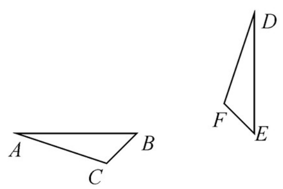
解　如图所示：



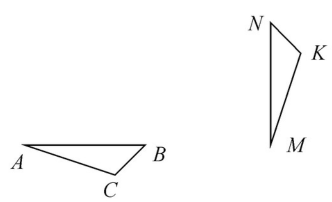
12．(2011·威海)我们学习过：在平面内，将一个图形绕一个定点沿着某一个方向转动一个角度，这样的图形运动叫做旋转，这个定点叫旋转中心．

(1)如图①，$\triangle ABC\cong\triangle DEF$，$\triangle DEF$能否由$\triangle ABC$通过一次旋转得到？若能，请用直尺和圆规画出旋转中心；若不能，试简要说明理由．

(2)如图②，$\triangle ABC\cong\triangle MNK$，$\triangle MNK$能否由$\triangle ABC$通过一次旋转得到？若能，请用直尺和圆规画出旋转中心；若不能，试简要说明理由．(保留必要的作图痕迹)

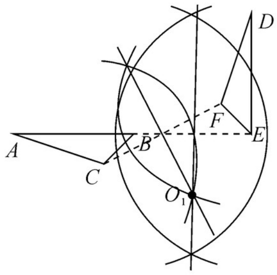


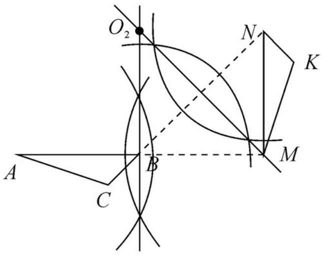
图①



图②

解　(1)能，点O_1就是所求作的旋转中心.





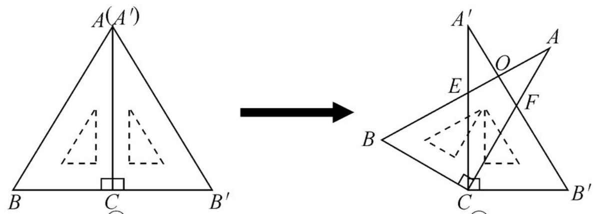
图①　　图②

(2)能，点 O_2 就是所求作的旋转中心．

13．(2011·聊城)将两块大小相同的含 30°角的直角三角板($\angle BAC = \angle B'A'C = 30°$)按图①方式放置，固定三角板 $A'B'C$，然后将三角板 ABC 绕直角顶点 C 顺时针方向旋转(旋转角小于 90°)至图②所示的位置，AB 与 $A'C$ 交于点 E，AC 与 $A'B'$ 交于点 F，AB 与 $A'B'$ 相交于点 O.

(1)求证：$\triangle BCE \cong \triangle B'CF$；

(2)当旋转角等于 30°时，AB 与 $A'B'$ 垂直吗？请说明理由．



①　　②

解　(1)∵$\angle BCE + \angle A'CA = 90° = \angle A'CA + \angle B'CF$，

∴$\angle BCE = \angle B'CF$，

又∵$\angle B = \angle B'$，$BC = B'C$，

∴$\triangle BCE \cong \triangle B'CF$.

(2)AB 与 $A'B'$ 垂直，理由如下：

旋转角等于 30°，即$\angle ECF = 30°$，所以$\angle FCB' = 60°$，又$\angle B = \angle B' = 60°$，根据四边形的内角和可知$\angle BOB'$的度数为 $360° - 60° - 60° - 150° = 90°$，所以 AB 与 $A'B'$ 垂直．

14．(2010·鸡西)平面内有一等腰直角三角板($\angle ACB = 90°$)和一直线 MN.过点 C 作 $CE \perp MN$ 于点 E，过点 B 作 $BF \perp MN$ 于点 F.当点 E 与点 A 重合时(如图 1)，易证：$AF + BF = 2CE$.当三角板绕点 A 顺时针旋转至图 2、图 3 的位置时，上述结论是否仍然成立？若成立，请给予证明；若不成立，线段 AF、BF、CE 之间又有怎样的数量关系，请直接写出你的猜想，不需证明．

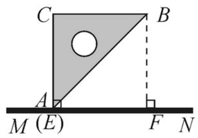


图1

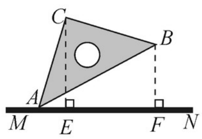


图2

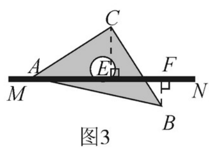
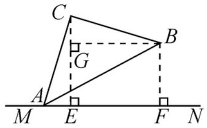


图3



解　图 2 中，$AF = BF = 2CE$ 成立，理由如下：

过 B 画 $BG \perp CE$ 于 G.

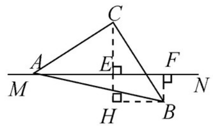
易证$\triangle ACE \cong \triangle CBG$，四边形 $EFBG$ 是矩形，

∴$BG = CE$，$AE = CG$，$BF = GE$，

$EF = BG$.

∴$AF + BF = AE + EF + BF = CG + BG + EG = 2CE$；

图 3 中，$AF + BF = 2CE$ 不成立，应为 $AF - BF = 2CE$.



过 B 画 $BH \perp CE$ 于 H，

易证 $\triangle ACE \cong \triangle CBH$，

四边形 $EFBH$ 是矩形，

$\therefore BH = CE$，$AE = CH$，$BF = EH$，

$EF = BH$.

$\therefore AF - BF = AE + EF - (CH - CE) = 2CE$.

15．(2011·安徽)在 $\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，$\angle ABC = 30°$，将 $\triangle ABC$ 绕顶点 C 顺时针旋转，旋转角为 $\theta(0° < \theta < 180°)$，得到 $\triangle A'B'C$.

(1)如图 1，当 $AB \parallel CB'$ 时，设 $A'B'$ 与 CB 相交于点 D.

证明：$\triangle A'CD$ 是等边三角形；

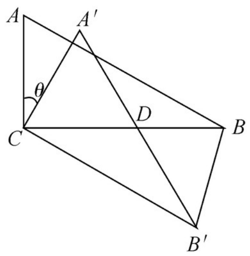


图 1

(2)如图 2，连接 $A'A$、$B'B$，设 $\triangle ACA'$ 和 $\triangle BCB'$ 的面积分别为 $S_{\triangle ACA'}$ 和 $S_{\triangle BCB'}$.

求证：$S_{\triangle ACA'} : S_{\triangle BCB'} = 1:3$；

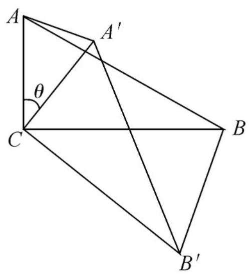


图 2

(3)如图 3，设 AC 中点为 E，$A'B'$ 中点为 P，$AC = a$，连接 EP，当 $\theta =$ ______度时，EP 长度最大，最大值为__________．

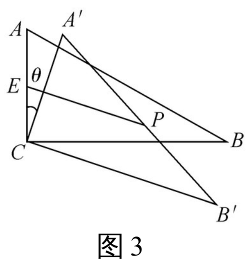


图 3

解　(1)$\because AB \parallel CB'$，$\therefore \angle ABC = \angle BCB' = 30°$，

$\therefore \angle A'CD = 60°$.

又$\because \angle A' = 60°$，

$\therefore \angle A'CD = \angle A' = \angle A'DC = 60°$，

$\therefore \triangle A'CD$ 是等边三角形．

(2)$\because \angle ACA' = \angle BCB'$，$AC = A'C$，$BC = B'C$，

$\therefore \triangle ACA' \backsim \triangle BCB'$，相似比为 $AC:BC = 1:$，

$\therefore S_{\triangle ACA'} : S_{\triangle BCB'} = 1:3$.

(3)120°；a.

当 E、C、P 三点不共线时，$EC+CP>EP$；

当 E、C、P 三点共线时，$EC+CP=EP$；

综上所述，$EP\leq EC+CP$；

则当旋转 120°时，E、C、P 三点共线，EP 长度最大，此时 $EP=EC+CP=a+a=a$.