

考点跟踪训练 13 反比例函数及其图象(233—234 页)

一、选择题

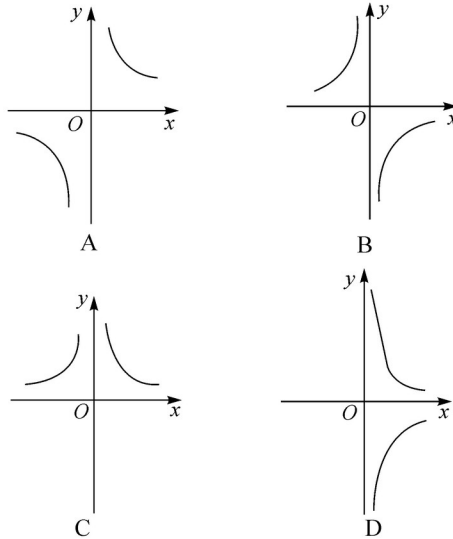
1. (2011·扬州)某反比例函数图象经过点, 则下列各点中, 此函数图象也经过的点是()

- A. B.
C. D.

答案 A

解析 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 则 $k = -1 \times 6 = -6$, $y = \frac{-6}{x}$. 只有 $-3 \times 2 = -6$, 点 $(-3, 2)$ 在双曲线 $y = \frac{-6}{x}$ 上.

2. (2011·铜仁)反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的大致图象是()



答案 B

解析 双曲线 $y = \frac{k}{x}$, 当 $k < 0$ 时, 分布于第二、四象限, 关于原点中心对称.

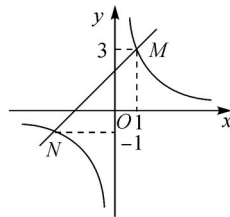
3. (2010·兰州)已知点 $(-1, y_1)$, $(2, y_2)$, $(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上. 下列结论中正确的是()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$
C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_2 > y_3 > y_1$

答案 B

解析 比例系数 $-k^2 - 1 \leq -1 < 0$, 图象分布第二、四象限, $y_1 > 0, 0 > y_3 > y_2$, 故 $y_1 > y_3 > y_2$.

4. (2011·台州)如图, 双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 与直线 $y = kx + b$ 交于点 M 、 N , 并且点 M 的坐标为 $(1, 3)$, 点 N 的纵坐标为 -1 . 根据图象信息可得关于 x 的方程 $kx + b = \frac{3}{x}$ 的解为()

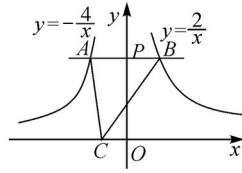


- A. $-3, 1$ B. $-3, 3$
C. $-1, 1$ D. $-1, 3$

答案 A

解析 点 $M(1, 3)$ 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上, 可知 $m = 1 \times 3 = 3$, $y = \frac{3}{x}$, 当 $y = -1$ 时, $x = -3$, $N(-3, -1)$. 当 $x = 1$ 和 -3 时, $y = kx + b$. 所以方程的解为 $x_1 = 1, x_2 = -3$.

5. (2011·陕西)如图, 过 y 轴上任意一点 p , 作 x 轴的平行线, 分别与反比例函数 $y = -\frac{1}{x}$ 和 $y = \frac{1}{x}$ 的图象交于 A 点和 B 点. 若 C 为 x 轴上任意一点, 连接 AC 、 BC , 则 $\triangle ABC$ 的面积为()



A . 3 B . 4 C . 5 D . 6

答案 A

解析 设 $P(0, p)$, 则 $A(-, p)$, $B(, p)$,

$AB = ,$

所以 $S_{\triangle ABC} = AB \cdot OP = \cdot = 3.$

二、填空题

6 . (2011·济宁)反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象在第一、三象限, 则 m 的取值范围是_____ .

答案 $m > 1$

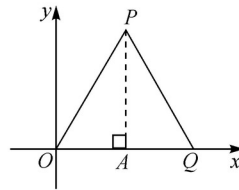
解析 因为 $m - 1 > 0$, 所以 $m > 1.$

7 . (2011·南充)过反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 图象上一点 A , 分别作 x 轴、 y 轴的垂线, 垂足分别为 B 、 C , 如果 $\triangle ABC$ 的面积为 3. 则 k 的值为_____ .

答案 6 或 -6

解析 $S_{\triangle ABC} = |k| = 3, |k| = 6, k = \pm 6.$

8 . (2011·福州)如图, $\triangle OPQ$ 是边长为 2 的等边三角形, 若反比例函数的图象过点 P , 则它的解析式是_____ .



答案 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$

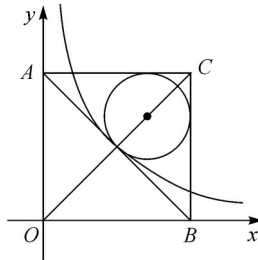
解析 作 $PA \perp OQ$ 于 A . 在 $\text{Rt}\triangle OAP$ 中, $OP = 2, \angle POA = 60^\circ$, 则 $OA = 1, PA = \sqrt{3}$, $P(1, \sqrt{3})$. 设函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$, 所以 $k = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}, y = \frac{\sqrt{3}}{x}.$

9 . (2011·广东)已知一次函数 $y = x - b$ 与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象, 有一个交点的纵坐标是 2, 则 b 的值为_____ .

答案 -1

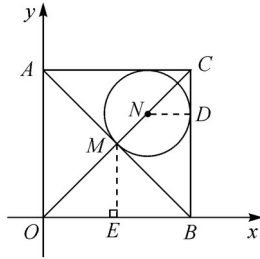
解析 当 $y = 2$ 时, $2 = \frac{2}{x}, x = 1$, 把代入 $y = x - b$, 得 $2 = 1 - b, b = -1.$

10 . (2011·芜湖)如图, 在平面直角坐标系中有一正方形 $AOBC$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 经过正方形 $AOBC$ 对角线的交点, 半径为 $4 - 2\sqrt{2}$ 的圆内切于 $\triangle ABC$, 则 k 的值为_____ .



答案 4

解析 如图,

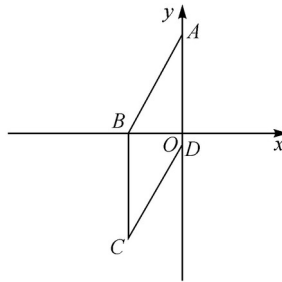


连接 DN ，则 $NC = (4 - 2) = 4 - 4$ ， $MC = (4 - 4) + (4 - 2) = 2$ 。作 $ME \perp OB$ 于 E ，在 $\text{Rt}\triangle OME$ 中， $OE = ME = 2$ 。

$\therefore M(2, 2)$ ， $k = 2 \times 2 = 4$ 。

三、解答题

11. (2011·江西)如图，四边形 $ABCD$ 为菱形，已知 $A(0, 4)$ ， $B(-3, 0)$ 。



(1)求点 D 的坐标；

(2)求经过点 C 的反比例函数解析式。

解 (1) $\because A(0, 4)$ ， $B(-3, 0)$ ， $\therefore OB = 3$ ， $OA = 4$ ， $\therefore AB = 5$ 。

在菱形 $ABCD$ 中， $AD = AB = 5$ ， $\therefore OD = 1$ ， $\therefore D$ 。

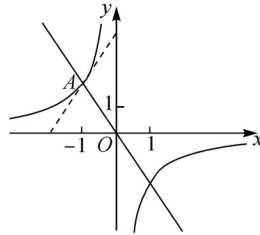
(2) $\because BC \parallel AD$ ， $BC = AB = 5$ ， $\therefore C$ 。

设经过点 C 的反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$ 。

把代入 $y = \frac{k}{x}$ 中，得： $-5 = \frac{k}{-4}$ ， $\therefore k = 15$ ，

$\therefore y = \frac{15}{x}$ 。

12. (2011·北京)如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = -2x$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一个交点为 $A(-1, n)$ 。



(1)求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式；

(2)若 P 是坐标轴上一点，且满足 $PA = OA$ ，直接写出点 P 的坐标。

解 (1) \because 点 $A(-1, n)$ 在一次函数 $y = -2x$ 的图象上，

$\therefore n = -2 \times (-1) = 2$ 。

\therefore 点 A 的坐标为 $(-1, 2)$ 。

\because 点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，

$\therefore k = -1 \times 2 = -2$ ，

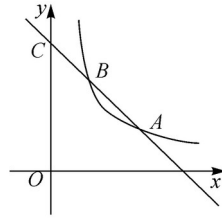
\therefore 反比例函数的解析式为 $y = \frac{-2}{x}$ 。

(2) 点 P 的坐标为 $(-2, 0)$ 或 $(0, 4)$ 。

13. (2011·安徽)如图，函数 $y_1 = k_1x + b$ 的图象与函数 $y = \frac{k_2}{x} (x > 0)$ 的图象交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于 C 点。已知 A 点的坐标为 $(2, 1)$ ， C 点坐标为 $(0, 3)$ 。

(1)求函数 y_1 的表达式和 B 点坐标；

(2)观察图象，比较当 $x > 0$ 时， y_1 和 y_2 的大小。



解 (1)由题意，得 解得

$$\therefore y_1 = -x + 3.$$

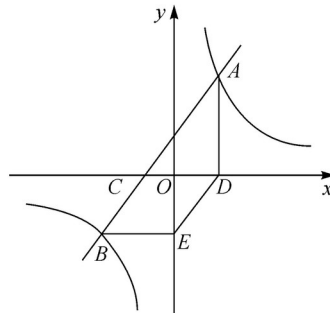
又 A 点在函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 上，所以 $1 = \frac{k}{2}$ ，解得 $k_2 = 2$ ，

\therefore 解方程组 得

\therefore 所以点 B 的坐标为 $(1, 2)$ 。

(2)当 $0 < x < 1$ 或 $x > 2$ 时， $y_1 < y_2$ ；当 $1 < x < 2$ 时， $y_1 > y_2$ ；当 $x = 1$ 或 $x = 2$ 时， $y_1 = y_2$ 。

14. (2011·潜江)如图，已知直线 AB 与 x 轴交于点 C ，与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 交于 $A(3, \frac{20}{3})$ 、 $B(-5, a)$ 两点。 $AD \perp x$ 轴于点 D ， $BE \parallel x$ 轴且与 y 轴交于点 E 。



(1)求点 B 的坐标及直线 AB 的解析式；

(2)判断四边形 $CBED$ 的形状，并说明理由。

解 (1) \because 双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 过 $A(3, \frac{20}{3})$ ， $\therefore k = 20$ 。

把 $B(-5, a)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$ ，得 $a = -4$ 。

\therefore 点 B 的坐标是 $(-5, -4)$ 。

设直线 AB 的解析式为 $y = mx + n$ ，

将 $A(3, \frac{20}{3})$ 、 $B(-5, -4)$ 代入得，

$$\text{解得：} m = \frac{1}{2}, n = \frac{11}{2}.$$

\therefore 直线 AB 的解析式为： $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$ 。

(2)四边形 $CBED$ 是菱形。理由如下：

易求得点 D 的坐标是 $(3, 0)$ ，点 C 的坐标是 $(-2, 0)$ 。

$\because BE \parallel x$ 轴， \therefore 点 E 的坐标是 $(0, -4)$ 。

而 $CD = 5, BE = 5$ ，且 $BE \parallel CD$ 。

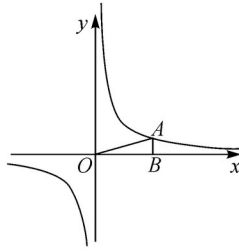
\therefore 四边形 $CBED$ 是平行四边形。

在 $Rt\triangle OED$ 中， $ED^2 = OE^2 + OD^2$ 。

$\therefore ED = 5$ ， $\therefore ED = CD$ 。

$\therefore \square CBED$ 是菱形。

15. (2011·义乌)如图，在直角坐标系中， O 为坐标原点。已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象经过点 $A(2, m)$ ，过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于点 B ，且 $\triangle AOB$ 的面积为。



- (1)求 k 和 m 的值；
 (2)点 $C(x, y)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，求当 $1 \leq x \leq 3$ 时函数值 y 的取值范围；
 (3)过原点 O 的直线 l 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于 P 、 Q 两点，试根据图象直接写出线段 PQ 长度的最小值.

解 (1) $\because A(2, m)$, $\therefore OB = 2$, $AB = m$,
 $\therefore S_{\triangle AOB} = OB \cdot AB = \frac{1}{2} \times 2 \times m = m$, $\therefore m = 1$.

\therefore 点 A 的坐标为 $(2, 1)$.

把 $A(2, 1)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $1 = \frac{k}{2}$, $\therefore k = 2$.

(2) \because 当 $x = 1$ 时, $y = 2$; 当 $x = 3$ 时, $y = \frac{2}{3}$,
 又 \because 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 在 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而减小,
 \therefore 当 $1 \leq x \leq 3$ 时, y 的取值范围为 $\frac{2}{3} \leq y \leq 2$.

(3) 由图象可得, 线段 PQ 长度的最小值为 $2\sqrt{2}$.