2012 年东城区初三一模试卷

数学卷

一、选择题(本题共 32 分，每小题 4 分)下面各题均有四个选项，其中只有一个是符合题意的．

1．计算：$2-\sqrt{9}$ =(　)

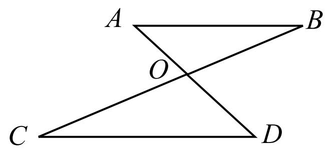
A．-1　　B．-3　　C．3　　D．5

2．我市深入实施环境污染整治，某经济开发区的 40 家化工企业中已关停、整改 32 家，每年排放的污水减少了 167000 吨．将 167000 用科学记数法表示为(　)

A．167×10^{3}　　B．16.7×10^{4}　　C．1.67×10^{5}　　D．0.167×10^{6}

3．已知，如图，AD 与 BC 相交于点 O，$AB\parallel CD$，如果$\angle B=20°$，$\angle D=40°$，那么$\angle BOD$ 为(　)

A．40°　　B．50°　　C．60°　　D．70°

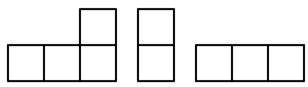


4．因式分解$(x-1)^{2}-9$的结果是(　)

A．$(x+2)(x-4)$　　B．$(x+8)(x+1)$　　C．$(x-2)(x+4)$　　D．$(x-10)(x+8)$

5．如图，是由一些相同的小正方体搭成的几何体的三视图，搭成这个几何体的小正方体的个数有(　)

A．2 个　　B．3 个　　C．4 个　　D．6 个



6．已知抛一枚均匀硬币正面朝上的概率为$\frac{1}{2}$，下列说法正确的是(　)

A．连续抛一枚均匀硬币 2 次必有 1 次正面朝上

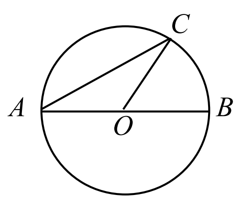
B．连续抛一枚均匀硬币 10 次都可能正面朝上

C．大量反复抛一枚均匀硬币，平均每 100 次出现下面朝上 50 次

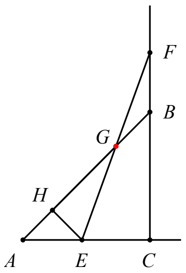
D．通过抛一枚均匀硬币确定谁先发球的比赛规则是公平的

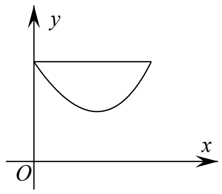
7．如图，AB 是⊙O 的直径，$AB=4$，AC 是弦，$AC=2\sqrt{3}$，$\angle AOC$ 为(　)

A．120°　　B．130°　　C．140°　　D．150°

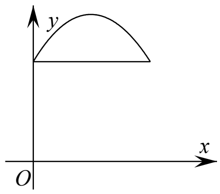


8．如图，在△ABC中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=2$．E、F分别是射线AC、CB上的动点，且$AE=BF$，EF与AB交于点G，$EH\perp AB$于点H，设$AE=x$，$GH=y$，下面能够反映y与x之间函数关系的图象是(　　)

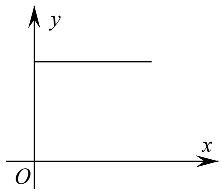




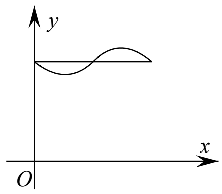
A



B



C

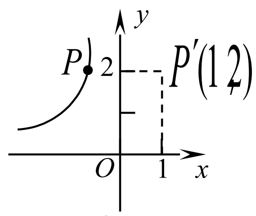


D

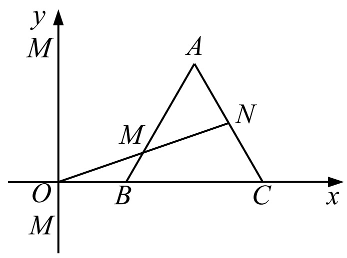
二、填空题(本题共16分，每小题4分)

9．函数$y=\sqrt{x-3}$自变量的取值范围是__________．

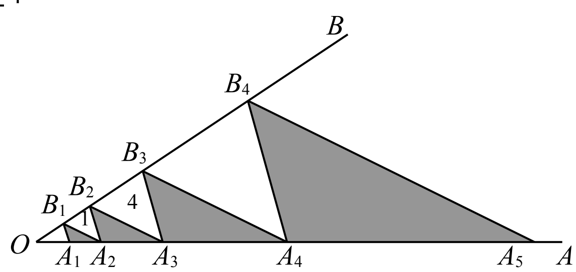
10．如图，点P在双曲线$y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$上，点$P'(1,2)$与点P关于y轴对称，则此双曲线的解析式为______________．



11．如图，在平面直角坐标系中，等边三角形ABC的顶点B，C的坐标分别为(1，0)，(3，0)，过坐标原点O的一条直线分别与边AB，AC交于点M，N，若$OM=MN$，则点M的坐标为______________．



12．如图，点A_1，A_2，A_3，A_4，…，A_n在射线OA上，点B_1，B_2，B_3，…，B_{n-1}在射线OB上，且$A_1B_1\parallel A_2B_2\parallel A_3B_3\parallel\ldots\parallel A_{n-1}B_{n-1}$，$A_2B_1\parallel A_3B_2\parallel A_4B_3\parallel\ldots\parallel A_nB_{n-1}$，△$A_1A_2B_1$，△$A_2A_3B_2$，…，△$A_{n-1}A_nB_{n-1}$为阴影三角形，若△$A_2B_1B_2$，△$A_3B_2B_3$的面积分别为1、4，则△$A_1A_2B_1$的面积为__________；面积小于2011的阴影三角形共有__________个．



三、解答题(本题共30分，每小题5分)

13．计算：$2^{-1}+\sqrt{12}-4\sin 60^{\circ}-(-\sqrt{3})^{0}$ ．

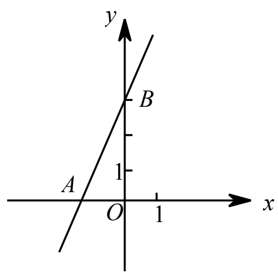
14．（1）解不等式：$x>\frac{1}{2}x+1$ ；

（2）解方程组 $\begin{cases}x-2y=0\\3x+2y=8\end{cases}$

15．已知：如图，A 点坐标为 $\left(-\frac{3}{2},0\right)$ ，B 点坐标为 $(0,3)$ ．

（1）求过 A,B 两点的直线解析式；

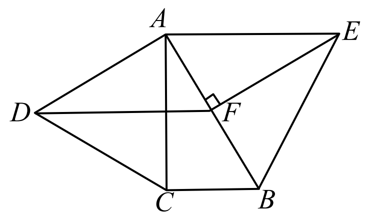
（2）过 B 点作直线 BP 与 x 轴交于点 P ，且使 $OP=2OA$ ，求 ΔABP 的面积．



16．如图，分别以 Rt△ABC 的直角边 AC 及斜边 AB 向外作等边△ACD、等边△ABE．已知∠BAC＝30º，EF⊥AB，垂足为 F，连结 DF．

（1）求证：AC＝EF；

（2）求证：四边形 ADFE 是平行四边形．



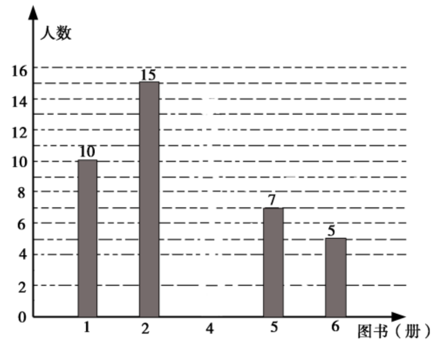
17．先化简：$\frac{x}{2x+3}\div\frac{3}{4x^{2}-9}\cdot\frac{1}{2}(1+\frac{3}{2x-3})$ ；若结果等于 $\frac{2}{3}$ ，求出相应 x 的值．

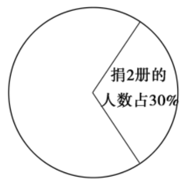
18．在某市举办的“读好书，讲礼仪”活动中，东华学校积极行动，各班图书角的新书、好书不断增多，除学校购买外，还有师生捐献的图书．下面是七年级（1）班全体同学捐献图书的情况统计图：请你根据以上统计图中的信息，解答下列问题：

（1）该班有学生多少人？

（2）补全条形统计图；

（3）七（1）班全体同学所捐献图书的中位数和众数分别是多少？





四、解答题(本题共 20 分，每小题 5 分)

19．某批发商以每件 50 元的价格购进 800 件 T 恤．第一个月以单价 80 元销售，售出了 200 件；第二个月如果单价不变，预计仍可售出 200 件，批发商为增加销售量，决定降价销售，根据市场调查，单价每降低 1 元，可多售出 10 件，但最低单位应高于购进的价格；第二个月结束后，批发商将对剩余的 T 恤一次性清仓销售，清仓时单价为 40 元．设第二个月单价降低 x 元．

（1）填表(不需要化简)

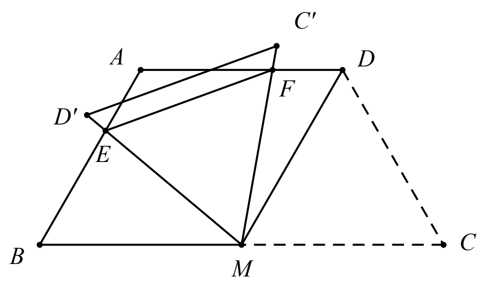
（2）如果批发商希望通过销售这批 T 恤获利 9000 元，那么第二个月的单价应是多少元？

时间	第一个月	第二个月	清仓时
单价(元)	80	▲	40
销售量(件)	200	▲	▲

20．如图，等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AD=AB=CD=2$，$\angle C=60°$，M 是 BC 的中点．

（1）求证：$\triangle MDC$ 是等边三角形；

（2）将$\triangle MDC$ 绕点 M 旋转，当 MD(即 MD')与 AB 交于一点 E，MC(即 MC')同时与 AD 交于一点 F 时，点 E，F 和点 A 构成$\triangle AEF$．试探究$\triangle AEF$ 的周长是否存在最小值．如果不存在，请说明理由；如果存在，请计算出$\triangle AEF$ 周长的最小值．

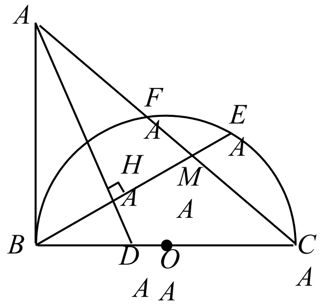


21．如图，已知$\triangle ABC$，以 BC 为直径，O 为圆心的半圆交 AC 于点 F，点 E 为弧 CF

的中点，连接 BE 交 AC 于点 M ，AD 为△ABC 的角平分线，且 $AD\perp BE$ ，垂足为点 H ．

（1）求证：AB 是半圆 O 的切线；

（2）若 $AB=3$ ，$BC=4$ ，求 BE 的长．



22．已知：如图 1，矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=8$，E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 四条边上的点(且不与各边顶点重合)，设 $m=AB+BC+CD+DA$，探索 m 的取值范围．

（1）如图 2，当 E、F、G、H 分别是 AB、BC、CD、DA 四边中点时，$m=$________．

（2）为了解决这个问题，小贝同学采用轴对称的方法，如图 3，将整个图形以 CD 为对称轴翻折，接着再连续翻折两次，

从而找到解决问题的途径，求得 m 的取值范围．①请在图 1 中补全小贝同学翻折后的图形；②m 的取值范围是__________．

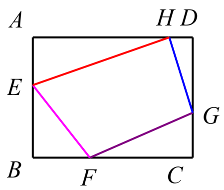


图1

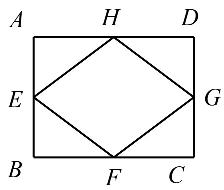


图2

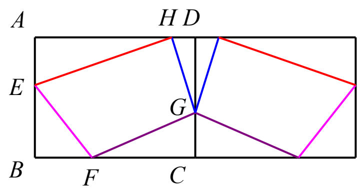


图3

五、解答题(本题共 22 分，第 23 题 7 分，第 24 题 7 分，第 25 题 8 分)

23．已知一元二次方程 $x^2+ax+a-2=0$．

（1）求证：不论 a 为何实数，此方程总有两个不相等的实数根；

（2）设 $a<0$，当二次函数 $y=x^2+ax+a-2$ 的图象与 x 轴的两个交点的距离为 $\sqrt{13}$ 时，求出此二次函数的解析式；

（3）在（2）的条件下，若此二次函数图象与 x 轴交于 A、B 两点，在函数图象上是否存在点 P，使得△PAB 的面积为 $\frac{3\sqrt{13}}{2}$ ，若存在求出 P 点坐标，若不存在请说明理由．

24．如图，在△ABC 中，点 D 是 BC 上一点，$\angle B=\angle DAC=45°$．

（1）如图 1，当$\angle C=45°$时，请写出图中一对相等的线段；________________

（2）如图 2，若 $BD=2$，$BA=\sqrt{3}$，求 AD 的长及△ACD 的面积．

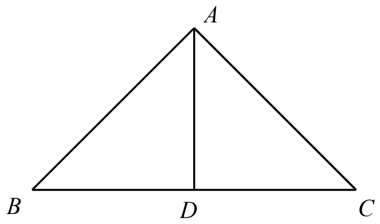


图1

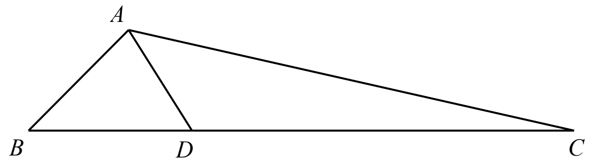


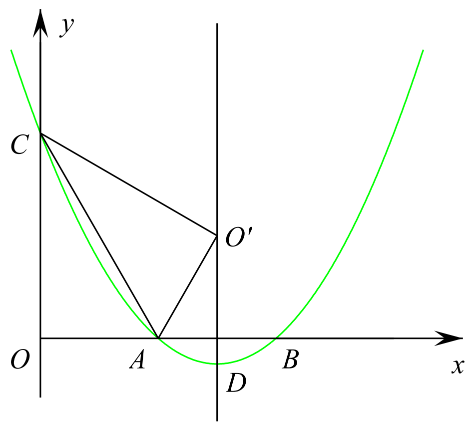
图2

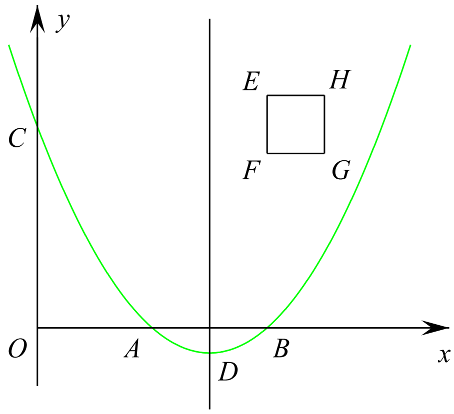
25．已知二次函数 $y=a(x^2-6x+8)(a>0)$的图象与 x 轴分别交于点 A、B，与 y 轴交于点 C．点 D 是抛物线的顶点．

（1）如图①．连接 AC，将△OAC 沿直线 AC 翻折，若点 O 的对应点 0'恰好落在该抛物线的对称轴上，求实数 a 的值；

（2）如图②，在正方形 $EFGH$ 中，点 E、F 的坐标分别是(4，45)、(4，3)，边 HG 位于边 EF 的右侧．小林同学经过探索后发现了一个正确的命题：“若点 P 是边 EH 或边 HG 上的任意一点，则四条线段 PA、PB、PC、PD 不能与任何一个平行四边形的四条边对应相等(即这四条线段不能构成平行四边形)．“若点 P 是边 EF 或边 FG 上的任意一点，刚才的结论是否也成立？请你积极探索，并写出探索过程；

（3）如图②，当点 P 在抛物线对称轴上时，设点 P 的纵坐标 l 是大于 3 的常数，试问：是否存在一个正数 a，使得四条线段 PA、PB、PC、PD 与一个平行四边形的四条边对应相等(即这四条线段能构成平行四边形)？请说明理由．




y
E
H
C
F
G
O
A
B
x
D

2012年北京市东城区初三一模试卷

参考答案

1．A．2．C．3．C．4．A．5．C．6．A．7．A．8．C．

9．x≥3．10．$y=\frac{-2}{x}$．11．(,)12．$\frac{1}{2}$；6．

13．解：原式 = $\frac{1}{2}+2\sqrt{3}-4\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1=-\frac{1}{2}$．14．（1）解：$x-\frac{1}{2}x>1$，$\frac{1}{2}x>1$，所以 $x>2$．

（2）$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$

15．（1）$y=2x+3$；（2）设 P 点坐标为 $(x,0)$，依题意得 $x=\pm 3$，所以 P 点坐标分别为 $P_1(3,0)$，$P_2(-3,0)$．

$S_{\Delta ABP_1}=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{2}+3\right)\times 3=\frac{27}{4}$，$S_{\Delta ABP_2}=\frac{1}{2}\times\left(3-\frac{3}{2}\right)\times 3=\frac{9}{4}$，所以 ΔABP 的面积为 $\frac{27}{4}$ 或 $\frac{9}{4}$．

17．原式 = $\frac{x}{2x+3}\cdot\frac{(2x+3)(2x-3)}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2x-3+3}{2x-3})=\frac{x^2}{3}$；由 $\frac{x^2}{3}=\frac{2}{3}$，可，解得 $x=\pm\sqrt{2}$．

19．（1）$80-x$，$200+10x$，$800-200-(200+10x)$；

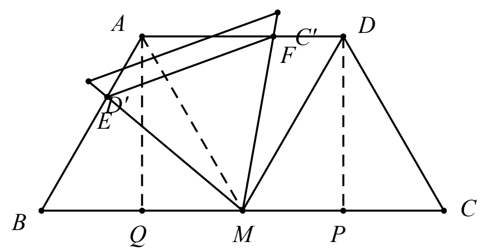
（2）根据题意，得 $80\times200+(80-x)(200+10x)+40[800-200-(200+10x)]-50\times800=9000$．

整理，得 $x^2-20x+100=0$，解这个方程得 $x_1=x_2=10$，

当 $x=10$ 时，$80-x=70>50$．

答：第二个月的单价应是70元．

20．解：（1）证明：过点 D 作 $DP\perp BC$，于点 P，过点 A 作 $AQ\perp BC$ 于点 Q，



∵$\angle C=\angle B=60°$

∴$CP=BQ=\frac{1}{2}AB$，$CP+BQ=AB$，

又∵$ADPQ$ 是矩形，$AD=PQ$，

故 $BC=2AD$，

由已知，点 M 是 BC 的中点，

$BM=CM=AD=AB=CD$，

即△MDC 中，$CM=CD$，$\angle C=60°$，

故△MDC 是等边三角形．

（2）解：△AEF 的周长存在最小值，理由如下：

连接 AM，由（1）平行四边形 $ABMD$ 是菱形，

△MAB，△MAD 和△$MC'D'$ 是等边三角形，

$\angle BMA=\angle BME+\angle AME=60°$，$\angle EMF=\angle AMF+\angle AME=60°$，

∴$\angle BME=\angle AMF$，

在△BME 与△AMF 中，$BM=AM$，$\angle EBM=\angle FAM=60°$，

∴△BME≌△$AMF(ASA)$，

∴$BE=AF$，$ME=MF$，$AE+AF=AE+BE=AB$，

∵$\angle EMF=\angle DMC=60°$，故△$EMF$ 是等边三角形，$EF=MF$，

∵MF 的最小值为点 M 到 AD 的距离 $\sqrt{3}$，即 EF 的最小值是 $\sqrt{3}$，

△AEF 的周长 $=AE+AF+EF=AB+EF$，

△AEF 的周长的最小值为 $2+\sqrt{3}$，

答：存在，△AEF 的周长的最小值为 $2+\sqrt{3}$．

21．（1）连结 CE，过程略；

（2）$\because AB=3$，$BC=4$．

由（1）知，$\angle ABC=90^\circ$，$\therefore AC=5$．

在$\triangle ABM$ 中，$AD\perp BM$ 于 H，AD 平分 $\angle BAC$，

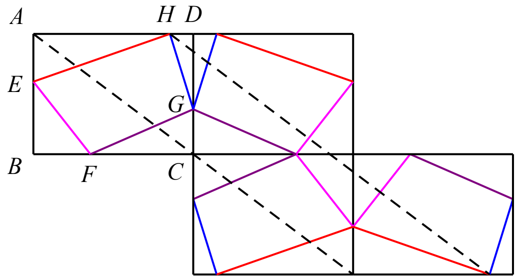
$\therefore AM=AB=3$，$\therefore CM=2$．

由$\triangle CME\backsim\triangle BCE$，得 $\dfrac{EC}{EB}=\dfrac{MC}{CB}=\dfrac{1}{2}$．

$\therefore EB=2EC$，

$\therefore BE=\dfrac{8}{5}\sqrt{5}$．

22．（1）20；（2）如图所示(虚线可以不画)，$20\le m<28$．



23．解：（1）因为△$=a^2-4(a-2)=(a-2)^2+4>0$，

所以不论 a 为何实数，此方程总有两个不相等的实数根．

（2）设 x_1、x_2 是 $y=x^2+ax+a-2=0$ 的两个根，则 $x_1+x_2=-a$，$x_1\bullet x_2=a-2$，因两交点的距离是 $\sqrt{13}$，

所以$|x_1-x_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{13}$．即：$(x_1-x_2)^2=13$

变形为：$(x_1+x_2)^2-4x_1\bullet x_2=13$ 所以：$(-a)^2-4(a-2)=13$

整理得：$(a-5)(a+1)=0$ 解方程得：$a=5$ 或 -1

又因为：$a<0$，所以：$a=-1$

所以：此二次函数的解析式为 $y=x^2-x-3$．

（3）设点 P 的坐标为(x_0,y_0)，因为函数图象与 x 轴的两个交点间的距离等于 $\sqrt{13}$，

所以：$AB=\sqrt{13}$ 所以：$S_{\triangle PAB}=\dfrac{1}{2}AB\bullet|y_0|=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

所以：$\dfrac{\sqrt{13}\,|y_0|}{2}=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$

即：$|y_0|=3$，则 $y_0=\pm3$

当 $y_0=3$ 时，$x_0^2-x_0-3=3$，即$(x_0-3)(x_0+2)=0$

解此方程得：$x_0=-2$ 或 3

当 $y_0=-2$ 时，$x_0^2-x_0-3=-3$，即 $x_0(x_0-1)=0$

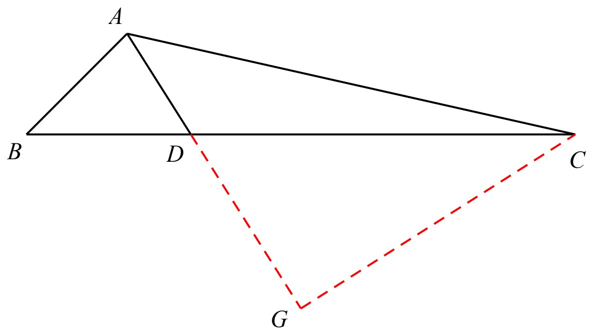
解此方程得：$x_0=0$ 或 1

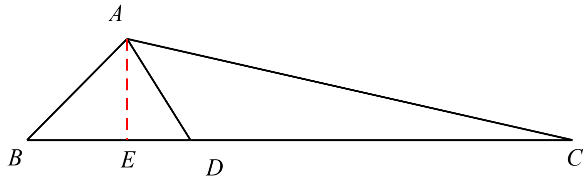
综上所述，所以存在这样的 P 点，P 点坐标是$(-2,3)$，$(3,3)$，$(0,-3)$或$(1,-3)$．

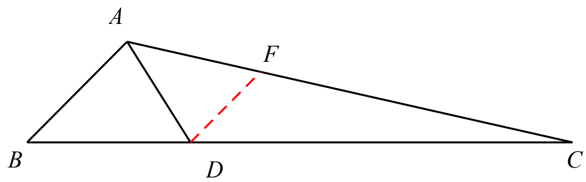
24．（1）$AB=AC$ 或 $AD=BD=CD$；

（2）$AD=\sqrt{6}-1$，$S_{\triangle ACD}=\dfrac{9+\sqrt{6}}{4}$．

提示：过点 A 作 $AE\perp BC$，可以求出 AD 的长．过 D 作平行线或过 C 作垂线，可以利用两次相似求面积．







25．解：（1）令 $y=0$，由 $a(x^2-6x+8)=0$ 解得 $x_1=2, x_2=4$；

令 $x=0$，解得 $y=8a$．

∴点 A、B、C 的坐标分别是(2，0)、(4，0)、(0，8a)，

该抛物线对称轴为直线 $x=3$．

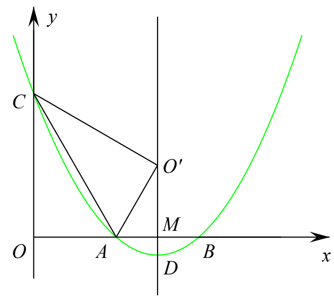
∴$OA=2$．

如图①，设抛物线对称轴与 x 轴交点为 M，则 $AM=1$．

由题意得：$O'A=OA=2$．

∴$O'A=2AM$，∴$\angle O'AM=60°$．

∴$OC=\sqrt{3}\cdot AO=2\sqrt{3}$，即 $8a=2\sqrt{3}$．∴$a=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$．



图①

（2）若点 P 是边 EF 或边 FG 上的任意一点，结论同样成立．

(Ⅰ)如图②，设点 P 是边 EF 上的任意一点(不与点 E 重合)，连接 PM．

∵点 E(4，4)、F(4，3)与点 B(4，0)在一直线上，点 C 在 y 轴上，

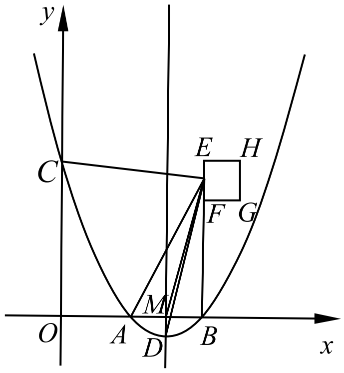
∴$PB<4$，$PC\geq 4$，∴$PC>PB$．

又 $PD>PM>PB$，$PA>PM>PB$，

∴$PB\neq PA$，$PB\neq PC$，$PB\neq PD$．

∴此时线段 PA、PB、PC、PD 不能构成平行四边形．

(Ⅱ)设 P 是边 FG 上的任意一点(不与点 G 重合)，



(图②)

∵点 F 的坐标是(4，3)，点 G 的坐标是(5，3)．

∴$FB=3$，$GB=\sqrt{10}$，∴$3\le PB<\sqrt{10}$．

∵$PC\ge 4$，∴$PC>PB$．

（3）存在一个正数 a，使得线段 PA、PB、PC 能构成一个平行四边形．

如图③，∵点 A、B 时抛物线与 x 轴交点，点 P 在抛物线对称轴上，

∴$PA=PB$．

∴当 $PC=PD$ 时，线段 PA、PB、PC 能构成一个平行四边形．

∵点 C 的坐标是$(0，8a)$，点 D 的坐标是$(3，-a)$．

点 P 的坐标是$(3，t)$，

∴$PC^2=32+(t-8a)^2$，$PD^2=(t+a)^2$．

整理得 $7a^2-2ta+1=0$，∴$\Delta=4t^2-28$．

∵t 是一个常数且 $t>3$，∴$\Delta=4t^2-28>0$

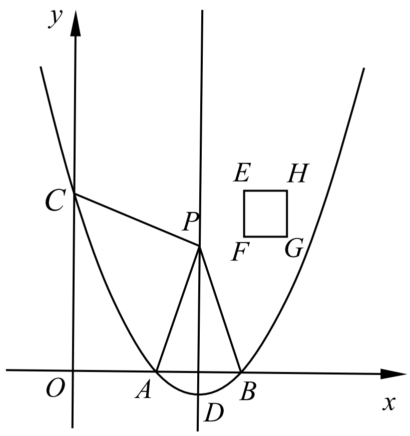
∴方程 $7a^2-2ta+1=0$ 有两个不相等的实数根

$$a=\frac{2t\pm\sqrt{4t^2-28}}{14}=\frac{t\pm\sqrt{t^2-7}}{7}．$$

显然 $a=\dfrac{t+\sqrt{t^2-7}}{7}>0$，满足题意．

∵当 t 是一个大于 3 的常数,存在一个正数 $a=\dfrac{t+\sqrt{t^2-7}}{7}$，

使得线段 PA、PB、PC 能构成一个平行四边形．



（图③）