

2015 中考数学真题分类汇编：09 一元二次方程及其应用(3)

一. 解答题 (共 27 小题)

1. (2015•永州) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+x+m^2-2m=0$ 有一个实数根为 -1 , 求 m 的值及方程的另一实根.

2. (2015•遂宁) 阅读下列材料, 并用相关的思想方法解决问题.

计算: $(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}) - (1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}) \times (\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4})$.

令 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=t$, 则

$$\text{原式} = (1-t) \left(t+\frac{1}{5}\right) - \left(1-t-\frac{1}{5}\right) t$$

$$= t+\frac{1}{5} - t^2 - \frac{1}{5}t - \frac{4}{5}t + t^2$$

$$= \frac{1}{5}$$

问题:

(1) 计算

$$\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\dots-\frac{1}{2014}\right) \times \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\dots+\frac{1}{2014}+\frac{1}{2015}\right) - \left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\dots-\frac{1}{2014}-\frac{1}{2015}\right) \times \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2014}\right);$$

(2) 解方程 $(x^2+5x+1)(x^2+5x+7)=7$.

3. (2015•梅州) 已知关于 x 的方程 $x^2+2x+a-2=0$.

(1) 若该方程有两个不相等的实数根, 求实数 a 的取值范围;

(2) 当该方程的一个根为 1 时, 求 a 的值及方程的另一根.

4. (2015•泰州) 已知: 关于 x 的方程 $x^2+2mx+m^2-1=0$

(1) 不解方程, 判别方程根的情况;

(2) 若方程有一个根为 3 , 求 m 的值.

5. (2015•潜江) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m=0$.

(1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若方程两实数根为 x_1, x_2 , 且满足 $5x_1+2x_2=2$, 求实数 m 的值.

6. (2015•鄂州) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+1)x+k^2+1=0$ 有两个不等实根 x_1, x_2 .

(1) 求实数 k 的取值范围.

(2) 若方程两实根 x_1, x_2 满足 $|x_1|+|x_2|=x_1 \cdot x_2$, 求 k 的值.

7. (2015•河南) 已知关于 x 的一元二次方程 $(x-3)(x-2)=|m|$.

(1) 求证: 对于任意实数 m , 方程总有两个不相等的实数根;

(2) 若方程的一个根是 1 , 求 m 的值及方程的另一个根.

8. (2015•十堰) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2m+3)x+m^2+2=0$.

(1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若方程两实数根分别为 x_1, x_2 , 且满足 $x_1^2+x_2^2=31+|x_1x_2|$, 求实数 m 的值.

9. (2015•咸宁) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2-(m+2)x+2=0$.

- (1) 证明：不论 m 为何值时，方程总有实数根；
 (2) m 为何整数时，方程有两个不相等的正整数根。

10. (2015•大庆) 已知实数 a, b 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两根，求 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 的值。

11. (2015•淮安) 水果店张阿姨以每斤 2 元的价格购进某种水果若干斤，然后以每斤 4 元的价格出售，每天可售出 100 斤，通过调查发现，这种水果每斤的售价每降低 0.1 元，每天可多售出 20 斤，为保证每天至少售出 260 斤，张阿姨决定降价销售。

(1) 若将这种水果每斤的售价降低 x 元，则每天的销售量是_____斤 (用含 x 的代数式表示)；

(2) 销售这种水果要想每天盈利 300 元，张阿姨需将每斤的售价降低多少元？

12. (2015•东营) 2013 年，东营市某楼盘以每平方米 6500 元的均价对外销售，因为楼盘滞销，房地产开发商为了加快资金周转，决定进行降价促销，经过连续两年下调后，2015 年的均价为每平方米 5265 元。

(1) 求平均每年下调的百分率；

(2) 假设 2016 年的均价仍然下调相同的百分率，张强准备购买一套 100 平方米的住房，他持有现金 20 万元，可以在银行贷款 30 万元，张强的愿望能否实现？(房价每平方米按照均价计算)

13. (2015•珠海) 白溪镇 2012 年有绿地面积 57.5 公顷，该镇近几年不断增加绿地面积，2014 年达到 82.8 公顷。

(1) 求该镇 2012 至 2014 年绿地面积的年平均增长率；

(2) 若年增长率保持不变，2015 年该镇绿地面积能否达到 100 公顷？

14. (2015•湖北) 如图，一农户要建一个矩形猪舍，猪舍的一边利用长为 12m 的住房墙，另外三边用 25m 长的建筑材料围成，为方便进出，在垂直于住房墙的一边留一个 1m 宽的门，所围矩形猪舍的长、宽分别为多少时，猪舍面积为 80m^2 ？

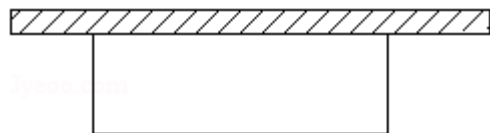


15. (2015•广州) 某地区 2013 年投入教育经费 2500 万元，2015 年投入教育经费 3025 万元。

(1) 求 2013 年至 2015 年该地区投入教育经费的年平均增长率；

(2) 根据 (1) 所得的年平均增长率，预计 2016 年该地区将投入教育经费多少万元。

16. (2015•自贡) 利用一面墙 (墙的长度不限)，另三边用 58m 长的篱笆围成一个面积为 200m^2 的矩形场地，求矩形的长和宽。



17. (2015•乌鲁木齐) 某商品现在的售价为每件 60 元，每星期可卖出 300 件。市场调查反映：每降价 1 元，每星期可多卖出 20 件。已知商品的进价为每件 40 元，在顾客得实惠的前提下，商家还想获得 6080 元的利润，应将销售单价定位多少元？

18. (2015•宜昌) 全民健身和医疗保健是社会普遍关注的问题，2014 年，某社区共投入 30 万元用于购买健身器材和药品。

(1) 若 2014 年社区购买健身器材的费用不超过总投入的 $\frac{2}{3}$ ，问 2014 年最低投入多少万元购买药品？

(2) 2015 年，该社区购买健身器材的费用比上一年增加 50%，购买药品的费用比上一年减少 $\frac{7}{16}$ ，但社区在这两方面的总投入仍与 2014 年相同。

① 求 2014 年社区购买药品的总费用；

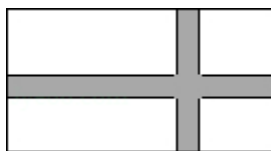
② 据统计，2014 年该社区积极健身的家庭达到 200 户，社区用于这些家庭的药品费用明显减少，只占当年购买药品总费用的 $\frac{1}{4}$ ，与 2014 年相比，如果 2015 年社区内健身家庭户数增加的百分比与平均每户健身家庭的药品费用降低的百分比相同，那么，2015 年该社区用于健身家庭的药品费用就是当年购买健身器材费用的 $\frac{1}{7}$ ，求 2015 年该社区健身家庭的户数。

19. (2015•连云港) 在某市组织的大型商业演出活动中，对团体购买门票实行优惠，决定在原定票价基础上每张降价 80 元，这样按原定票价需花费 6000 元购买的门票张数，现在只花费了 4800 元。

(1) 求每张门票的原定票价；

(2) 根据实际情况，活动组织单位决定对于个人购票也采取优惠政策，原定票价经过连续二次降价后降为 324 元，求平均每次降价的百分率。

20. (2015•巴中) 如图，某农场有一块长 40m，宽 32m 的矩形种植地，为方便管理，准备沿平行于两边的方向纵、横各修建一条等宽的小路，要使种植面积为 1140m^2 ，求小路的宽。



21. (2015•长沙) 现代互联网技术的广泛应用，催生了快递行业的高度发展，据调查，长沙市某家小型“大学生自主创业”的快递公司，今年三月份与五月份完成投递的快递总件数分别为 10 万件和 12.1 万件，现假定该公司每月投递的快递总件数的增长率相同。

(1) 求该快递公司投递总件数的月平均增长率；

(2) 如果平均每人每月最多可投递 0.6 万件，那么该公司现有的 21 名快递投递业务员能否完成今年 6 月份的快递投递任务？如果不能，请问至少需要增加几名业务员？

22. (2015•广西) 为落实国务院房地产调控政策，使“居者有其屋”，某市加快了廉租房的建设力度。2013 年市政府共投资 3 亿元人民币建设了廉租房 12 万平方米，2015 年投资 6.75 亿元人民币建设廉租房，若在这两年内每年投资的增长率相同。

(1) 求每年市政府投资的增长率；

(2) 若这两年内建设成本不变，问 2015 年建设了多少万平方米廉租房？

23. (2015•广元) 李明准备进行如下操作实验，把一根长 40cm 的铁丝剪成两段，并把每段首尾相连各围成一个正方形。

(1) 要使这两个正方形的面积之和等于 58cm^2 ，李明应该怎么剪这根铁丝？

(2) 李明认为这两个正方形的面积之和不可能等于 48cm^2 ，你认为他的说法正确吗？请说明理由。

24. (2015•湘潭) 阅读材料：用配方法求最值。

已知 x, y 为非负实数,

$$\because x+y-2\sqrt{xy} = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 - 2\sqrt{x}\cdot\sqrt{y} = (\sqrt{x}-\sqrt{y})^2 \geq 0$$

$\therefore x+y \geq 2\sqrt{xy}$, 当且仅当“ $x=y$ ”时, 等号成立.

示例: 当 $x > 0$ 时, 求 $y = x + \frac{1}{x} + 4$ 的最小值.

解: $y = (x + \frac{1}{x}) + 4 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} + 4 = 6$, 当 $x = \frac{1}{x}$, 即 $x=1$ 时, y 的最小值为 6.

(1) 尝试: 当 $x > 0$ 时, 求 $y = \frac{x^2+x+1}{x}$ 的最小值.

(2) 问题解决: 随着人们生活水平的快速提高, 小轿车已成为越来越多家庭的交通工具, 假设某种小轿车的购车费用为 10 万元, 每年应缴保险费等各类费用共计 0.4 万元, n 年的保养、维护费用总和为 $\frac{n^2+n}{10}$ 万元. 问这种小轿车使用多少年报废最合算 (即:

使用多少年的年平均费用最少, 年平均费用 = $\frac{\text{所有费用之和}}{\text{年数}n}$) ? 最少年平均费用为多少万元?

25. (2014•河北) 嘉淇同学用配方法推导一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的求根公式时, 对于 $b^2-4ac > 0$ 的情况, 她是这样做的:

由于 $a \neq 0$, 方程 $ax^2+bx+c=0$ 变形为:

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}, \dots \text{第一步}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2, \dots \text{第二步}$$

$$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}, \dots \text{第三步}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac > 0), \dots \text{第四步}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \dots \text{第五步}$$

嘉淇的解法从第_____步开始出现错误; 事实上, 当 $b^2 - 4ac > 0$ 时, 方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的求根公式是_____.

用配方法解方程: $x^2 - 2x - 24 = 0$.

26. (2014•葫芦岛) 有 n 个方程: $x^2+2x-8=0$; $x^2+2 \times 2x-8 \times 2^2=0$; \dots ; $x^2+2nx-8n^2=0$.

小静同学解第一个方程 $x^2+2x-8=0$ 的步骤为: “① $x^2+2x=8$; ② $x^2+2x+1=8+1$; ③ $(x+1)^2=9$; ④ $x+1=\pm 3$; ⑤ $x=1 \pm 3$; ⑥ $x_1=4, x_2=-2$.”

(1) 小静的解法是从步骤_____开始出现错误的.

(2) 用配方法解第 n 个方程 $x^2+2nx-8n^2=0$. (用含有 n 的式子表示方程的根)

27. (2015•黄石) 解方程组 $\begin{cases} x^2+4y^2=4 \\ \sqrt{3x+2y}=2 \end{cases}$.

2015中考数学真题分类汇编：09 一元二次方程及其应用(3)

参考答案与试题解析

一．解答题（共27小题）

1. (2015•永州) 已知关于x的一元二次方程 $x^2+x+m^2-2m=0$ 有一个实数根为-1，求m的值及方程的另一实根．

考点：一元二次方程的解；根与系数的关系．

分析：把 $x=-1$ 代入已知方程列出关于m的新方程，通过解该方程来求m的值；然后结合根与系数的关系来求方程的另一根．

解答：解：设方程的另一根为 x_2 ，则

$$-1+x_2=-1,$$

解得 $x_2=0$ ．

把 $x=-1$ 代入 $x^2+x+m^2-2m=0$ ，得

$$(-1)^2+(-1)+m^2-2m=0, \text{ 即 } m(m-2)=0,$$

解得 $m_1=0, m_2=2$ ．

综上所述，m的值是0或2，方程的另一实根是0．

点评：本题主要考查了一元二次方程的解．一元二次方程的根就是一元二次方程的解，就是能够使方程左右两边相等的未知数的值．即用这个数代替未知数所得式子仍然成立．

2. (2015•遂宁) 阅读下列材料，并用相关的思想方法解决问题．

$$\text{计算：} \left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right) - \left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right).$$

令 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=t$ ，则

$$\text{原式} = (1-t) \left(t+\frac{1}{5}\right) - \left(1-t-\frac{1}{5}\right) t$$

$$= t + \frac{1}{5} - t^2 - \frac{1}{5}t - \frac{4}{5}t + t^2$$

$$= \frac{1}{5}$$

问题：

(1) 计算

$$\left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\dots-\frac{1}{2014}\right) \times \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\dots+\frac{1}{2014}+\frac{1}{2015}\right) - \left(1-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}-\dots-\frac{1}{2014}-\frac{1}{2015}\right) \times \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\dots+\frac{1}{2014}\right);$$

(2) 解方程 $(x^2+5x+1)(x^2+5x+7)=7$ ．

考点：换元法解一元二次方程；有理数的混合运算．

专题：换元法．

分析：(1) 设 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{2014}=t$ ，则原式 = $(1-t) \times \left(t+\frac{1}{2015}\right) - \left(1-t-\frac{1}{2015}\right)$

$\times t$ ，进行计算即可；

(2) 设 $x^2+5x+1=t$ ，则原方程化为： $t(t+6)=7$ ，求出t的值，再解一元二次方程即可．

解答：解：(1) 设 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{2014}=t$ ，

$$\text{则原式} = (1-t) \times \left(t + \frac{1}{2015}\right) - \left(1-t - \frac{1}{2015}\right) \times t$$

$$= t + \frac{1}{2015} - t^2 - \frac{1}{2015}t - t + t^2 + \frac{1}{2015}t$$

=0;

(2) 设 $x^2+5x+1=t$,

则原方程化为: $t(t+6)=7$,

$$t^2+6t-7=0,$$

解得: $t=-7$ 或 1 ,

当 $t=1$ 时, $x^2+5x+1=1$,

$$x^2+5x=0,$$

$$x(x+5)=0,$$

$$x=0, x+5=0,$$

$$x_1=0, x_2=-5;$$

当 $t=-7$ 时, $x^2+5x+1=-7$,

$$x^2+5x+8=0,$$

$$b^2-4ac=5^2-4 \times 1 \times 8 < 0,$$

此时方程无解;

即原方程的解为: $x_1=0, x_2=-5$.

点评: 本题考查了有理数的混合运算和解高次方程的应用, 能正确换元是解此题的关键, 题目比较典型.

3. (2015•梅州) 已知关于 x 的方程 $x^2+2x+a-2=0$.

(1) 若该方程有两个不相等的实数根, 求实数 a 的取值范围;

(2) 当该方程的一个根为 1 时, 求 a 的值及方程的另一根.

考点: 根的判别式; 一元二次方程的解; 根与系数的关系.

分析: (1) 关于 x 的方程 $x^2-2x+a-2=0$ 有两个不相等的实数根, 即判别式 $\Delta=b^2-4ac>0$. 即可得到关于 a 的不等式, 从而求得 a 的范围.

(2) 设方程的另一根为 x_1 , 根据根与系数的关系列出方程组, 求出 a 的值和方程的另一根.

解答: 解: (1) $\because b^2-4ac=(-2)^2-4 \times 1 \times (a-2)=12-4a>0$,

解得: $a<3$.

$\therefore a$ 的取值范围是 $a<3$;

(2) 设方程的另一根为 x_1 , 由根与系数的关系得:

$$\begin{cases} 1+x_1=-2 \\ 1 \cdot x_1=a-2 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a=-1 \\ x_1=-3 \end{cases}$$

则 a 的值是 -1 , 该方程的另一根为 -3 .

点评: 本题考查了一元二次方程根的判别式, 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系:

(1) $\Delta>0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根;

(2) $\Delta=0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根;

(3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根 .

4. (2015•泰州) 已知: 关于 x 的方程 $x^2+2mx+m^2-1=0$

(1) 不解方程, 判别方程根的情况;

(2) 若方程有一个根为 3, 求 m 的值 .

考点: 根的判别式; 一元二次方程的解 .

分析: (1) 找出方程 a, b 及 c 的值, 计算出根的判别式的值, 根据其值的正负即可作出判断;

(2) 将 $x=3$ 代入已知方程中, 列出关于系数 m 的新方程, 通过解新方程即可求得 m 的值 .

解答: 解: (1) $\because a=1, b=2m, c=m^2-1,$

$\therefore \Delta=b^2-4ac=(2m)^2-4 \times 1 \times (m^2-1)=4 > 0,$

\therefore 方程 $x^2+2mx+m^2-1=0$ 有两个不相等的实数根;

(2) $\because x^2+2mx+m^2-1=0$ 有一个根是 3,

$\therefore 3^2+2m \times 3+m^2-1=0,$

解得, $m=-4$ 或 $m=-2$.

点评: 此题考查了根的判别式, 一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系: (1) $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根; (2) $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根; (3) $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根. 也考查了一元二次方程的解的定义: 能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解. 即用这个数代替未知数所得式子仍然成立 .

5. (2015•潜江) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m=0$.

(1) 若方程有实数根, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若方程两实数根为 x_1, x_2 , 且满足 $5x_1+2x_2=2$, 求实数 m 的值 .

考点: 根的判别式; 根与系数的关系 .

分析: (1) 若一元二次方程有两实数根, 则根的判别式 $\Delta=b^2-4ac \geq 0$, 建立关于 m 的不等式, 求出 m 的取值范围;

(2) 根据根与系数的关系得到 $x_1+x_2=4, x_1x_2=m$, 再变形已知条件得到 $(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=31+|x_1x_2|$, 代入即可得到结果 .

解答: 解: (1) \because 方程有实数根,

$\therefore \Delta=(-4)^2-4m=16-4m \geq 0,$

$\therefore m \leq 4;$

(2) $\because x_1+x_2=4,$

$\therefore 5x_1+2x_2=2(x_1+x_2)+3x_1=2 \times 4+3x_1=2,$

$\therefore x_1=-2,$

把 $x_1=-2$ 代入 $x^2-4x+m=0$ 得: $(-2)^2-4 \times (-2)+m=0,$

解得: $m=-12$.

点评: 本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$: 当 $\Delta > 0$, 方程有两个不相等的实数根; 当 $\Delta = 0$, 方程有两个相等的实数根; 当 $\Delta < 0$, 方程没有实数根. 也考查了一元二次方程根与系数的关系 .

6. (2015•鄂州) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+1)x+k^2+1=0$ 有两个不等实根 x_1, x_2 .

(1) 求实数 k 的取值范围 .

(2) 若方程两实根 x_1, x_2 满足 $|x_1|+|x_2|=x_1 \cdot x_2$, 求 k 的值 .

考点: 根的判别式; 根与系数的关系 .

分析：（1）根据方程有两个不相等的实数根可得 $\Delta = (2k+1)^2 - 4(k^2+1) = 4k^2+4k+1 - 4k^2 - 4 = 4k - 3 > 0$ ，求出 k 的取值范围；

（2）首先判断出两根均小于0，然后去掉绝对值，进而得到 $2k+1=k^2+1$ ，结合 k 的取值范围解方程即可。

解答：解：（1） \because 原方程有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (2k+1)^2 - 4(k^2+1) = 4k^2+4k+1 - 4k^2 - 4 = 4k - 3 > 0,$$

$$\text{解得：} k > \frac{3}{4};$$

$$(2) \because k > \frac{3}{4},$$

$$\therefore x_1+x_2 = -(2k+1) < 0,$$

$$\text{又} \because x_1 \cdot x_2 = k^2+1 > 0,$$

$$\therefore x_1 < 0, x_2 < 0,$$

$$\therefore |x_1|+|x_2| = -x_1 - x_2 = -(x_1+x_2) = 2k+1,$$

$$\because |x_1|+|x_2| = x_1 \cdot x_2,$$

$$\therefore 2k+1 = k^2+1,$$

$$\therefore k_1=0, k_2=2,$$

$$\text{又} \because k > \frac{3}{4},$$

$$\therefore k=2.$$

点评：本题主要考查了根的判别式以及根与系数关系的知识，解答本题的关键是利用根的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ 求出 k 的取值范围，此题难度不大。

7. (2015•河南) 已知关于 x 的一元二次方程 $(x-3)(x-2) = |m|$ 。

（1）求证：对于任意实数 m ，方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程的一个根是1，求 m 的值及方程的另一个根。

考点：根的判别式；一元二次方程的解；根与系数的关系。

分析：（1）要证明方程有两个不相等的实数根，即证明 $\Delta > 0$ 即可；

（2）将 $x=1$ 代入方程 $(x-3)(x-2) = |m|$ ，求出 m 的值，进而得出方程的解。

解答：（1）证明： $\because (x-3)(x-2) = |m|$ ，

$$\therefore x^2 - 5x + 6 - |m| = 0,$$

$$\therefore \Delta = (-5)^2 - 4(6 - |m|) = 1 + 4|m|,$$

$$\text{而} |m| \geq 0,$$

$$\therefore \Delta > 0,$$

\therefore 方程总有两个不相等的实数根；

（2）解： \because 方程的一个根是1，

$$\therefore |m| = 2,$$

$$\text{解得：} m = \pm 2,$$

$$\therefore \text{原方程为：} x^2 - 5x + 4 = 0,$$

$$\text{解得：} x_1 = 1, x_2 = 4.$$

即 m 的值为 ± 2 ，方程的另一个根是4。

点评：此题考查了根的判别式，一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根与 $\Delta = b^2 - 4ac$ 有如下关系：（1） $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根；（2） $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根；（3） $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根。同时考查了一元二次方程的解的定义。

8. (2015•十堰) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+3)x + m^2+2 = 0$ 。

(1) 若方程有实数根，求实数 m 的取值范围；

(2) 若方程两实数根分别为 x_1 、 x_2 ，且满足 $x_1^2+x_2^2=31+|x_1x_2|$ ，求实数 m 的值。

考点：根的判别式；根与系数的关系。

分析：(1) 根据根的判别式的意义得到 $\Delta \geq 0$ ，即 $(2m+3)^2 - 4(m^2+2) \geq 0$ ，解不等式即可；

(2) 根据根与系数的关系得到 $x_1+x_2=2m+3$ ， $x_1x_2=m^2+2$ ，再变形已知条件得到 $(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2=31+|x_1x_2|$ ，代入即可得到结果。

解答：解：(1) \because 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m+3)x + m^2+2=0$ 有实数根，
 $\therefore \Delta \geq 0$ ，即 $(2m+3)^2 - 4(m^2+2) \geq 0$ ，

$$\therefore m \geq -\frac{1}{12}；$$

(2) 根据题意得 $x_1+x_2=2m+3$ ， $x_1x_2=m^2+2$ ，

$$\therefore x_1^2+x_2^2=31+|x_1x_2|，$$

$$\therefore (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2=31+|x_1x_2|，$$

$$\text{即 } (2m+3)^2 - 2(m^2+2) = 31+m^2+2，$$

解得 $m=8$ ，或 $m=4$ 。

点评：本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ ：当 $\Delta > 0$ ，方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=0$ ，方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ ，方程没有实数根。也考查了一元二次方程根与系数的关系。

9. (2015•咸宁) 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+2)x + 2=0$ 。

(1) 证明：不论 m 为何值时，方程总有实数根；

(2) m 为何整数时，方程有两个不相等的正整数根。

考点：根的判别式；解一元二次方程-公式法。

分析：(1) 求出方程根的判别式，利用配方法进行变形，根据平方的非负性证明即可；

(2) 利用一元二次方程求根公式求出方程的两个根，根据题意求出 m 的值。

$$\begin{aligned} \text{解答：解：(1) } \Delta &= (m+2)^2 - 8m \\ &= m^2 - 4m + 4 \\ &= (m-2)^2， \end{aligned}$$

$$\therefore \text{不论 } m \text{ 为何值时，} (m-2)^2 \geq 0，$$

$$\therefore \Delta \geq 0，$$

\therefore 方程总有实数根；

$$(2) \text{ 解方程得，} x = \frac{m+2 \pm (m-2)}{2m}，$$

$$x_1 = \frac{2}{m}，x_2 = 1，$$

\therefore 方程有两个不相等的正整数根，

$$\therefore m=1 \text{ 或 } 2，m=2 \text{ 不合题意，}$$

$$\therefore m=1。$$

点评：本题考查的是一元二次方程根的判别式和求根公式的应用，掌握一元二次方程根的情况与判别式 Δ 的关系： $\Delta > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根； $\Delta = 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个相等的实数根； $\Delta < 0 \Leftrightarrow$ 方程没有实数根是解题的关键。

10. (2015•大庆) 已知实数 a ， b 是方程 $x^2 - x - 1=0$ 的两根，求 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 的值。

考点：根与系数的关系．

分析：根据根与系数的关系得到 $a+b=1$ ， $ab=-1$ ，再利用完全平方公式变形得到 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$

$= \frac{b^2+a^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab}$ ，然后利用整体代入的方法进行计算．

解答：解： \because 实数 a, b 是方程 $x^2 - x - 1=0$ 的两根，

$\therefore a+b=1, ab=-1$ ，

$\therefore \frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{b^2+a^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} = -3$ ．

点评：本题考查了根与系数的关系：若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时， $x_1+x_2 = -\frac{b}{a}$ ， $x_1x_2 = \frac{c}{a}$ ．

11．(2015•淮安) 水果店张阿姨以每斤 2 元的价格购进某种水果若干斤，然后以每斤 4 元的价格出售，每天可售出 100 斤，通过调查发现，这种水果每斤的售价每降低 0.1 元，每天可多售出 20 斤，为保证每天至少售出 260 斤，张阿姨决定降价销售．

(1) 若将这种水果每斤的售价降低 x 元，则每天的销售量是 $100+200x$ 斤 (用含 x 的代数式表示)；

(2) 销售这种水果要想每天盈利 300 元，张阿姨需将每斤的售价降低多少元？

考点：一元二次方程的应用．

专题：销售问题．

分析：(1) 销售量=原来销售量 - 下降销售量，据此列式即可；

(2) 根据销售量 \times 每斤利润=总利润列出方程求解即可．

解答：解：(1) 将这种水果每斤的售价降低 x 元，则每天的销售量是 $100 + \frac{x}{0.1}$

$\times 20 = 100 + 200x$ 斤；

(2) 根据题意得： $(4 - 2 - x)(100 + 200x) = 300$ ，

解得： $x = \frac{1}{2}$ 或 $x = 1$ ，

\because 每天至少售出 260 斤，

$\therefore x = 1$ ．

答：张阿姨需将每斤的售价降低 1 元．

点评：本题考查理解题意的能力，第一问关键求出每千克的利润，求出总销售量，从而利润．第二问，根据售价和销售量的关系，以利润做为等量关系列方程求解．

12．(2015•东营) 2013 年，东营市某楼盘以每平方米 6500 元的均价对外销售，因为楼盘滞销，房地产开发商为了加快资金周转，决定进行降价促销，经过连续两年下调后，2015 年的均价为每平方米 5265 元．

(1) 求平均每年下调的百分率；

(2) 假设 2016 年的均价仍然下调相同的百分率，张强准备购买一套 100 平方米的住房，他持有现金 20 万元，可以在银行贷款 30 万元，张强的愿望能否实现？(房价每平方米按照均价计算)

考点：一元二次方程的应用．

专题：增长率问题．

分析：（1）设平均每年下调的百分率为 x ，根据题意列出方程，求出方程的解即可得到结果；

（2）如果下调的百分率相同，求出 2016 年的房价，进而确定出 100 平方米的总房款，即可做出判断．

解答：解：（1）设平均每年下调的百分率为 x ，

根据题意得： $6500(1-x)^2=5265$ ，

解得： $x_1=0.1=10\%$ ， $x_2=1.9$ （舍去），

则平均每年下调的百分率为 10%；

（2）如果下调的百分率相同，2016 年的房价为 $5265 \times (1-10\%) = 4738.5$ （元/米²），

则 100 平方米的住房总房款为 $100 \times 4738.5 = 473850 = 47.385$ （万元），

$\because 20+30 > 47.385$ ，

\therefore 张强的愿望可以实现．

点评：此题考查了一元二次方程的应用，找出题中的等量关系是解本题的关键．

13．（2015•珠海）白溪镇 2012 年有绿地面积 57.5 公顷，该镇近几年不断增加绿地面积，2014 年达到 82.8 公顷．

（1）求该镇 2012 至 2014 年绿地面积的年平均增长率；

（2）若年增长率保持不变，2015 年该镇绿地面积能否达到 100 公顷？

考点：一元二次方程的应用．

专题：增长率问题．

分析：（1）设每绿地面积的年平均增长率为 x ，就可以表示出 2014 年的绿地面积，根据 2014 年的绿地面积达到 82.8 公顷建立方程求出 x 的值即可；

（2）根据（1）求出的年增长率就可以求出结论．

解答：解：（1）设绿地面积的年平均增长率为 x ，根据题意，得

$57.5(1+x)^2=82.8$

解得： $x_1=0.2$ ， $x_2=-2.2$ （不合题意，舍去）

答：增长率为 20%；

（2）由题意，得

$82.8(1+0.2) = 99.36$ 万元

答：2015 年该镇绿地面积不能达到 100 公顷．

点评：本题考查了增长率问题的数量关系的运用，运用增长率的数量关系建立一元二次方程的运用，一元二次方程的解法的运用，解答时求出平均增长率是关键．

14．（2015•湖北）如图，一农户要建一个矩形猪舍，猪舍的一边利用长为 12m 的住房墙，另外三边用 25m 长的建筑材料围成，为方便进出，在垂直于住房墙的一边留一个 1m 宽的门，所围矩形猪舍的长、宽分别为多少时，猪舍面积为 80m^2 ？



考点：一元二次方程的应用．

专题：几何图形问题．

分析：设矩形猪舍垂直于住房墙一边长为 $x\text{m}$ 可以得出平行于墙的一边的长为 $(25-2x+1)\text{m}$ ．根据矩形的面积公式建立方程求出其解就可以了．

解答：解：设矩形猪舍垂直于住房墙一边长为 x m 可以得出平行于墙的一边的长为 $(25 - 2x + 1)$ m，由题意得

$$x(25 - 2x + 1) = 80,$$

化简，得 $x - 13x + 40 = 0$ ，

解得： $x_1 = 5$ ， $x_2 = 8$ ，

当 $x = 5$ 时， $26 - 2x = 16 > 12$ （舍去），当 $x = 8$ 时， $26 - 2x = 10 < 12$ ，

答：所围矩形猪舍的长为 10m、宽为 8m。

点评： 本题考查了列一元二次方程解实际问题的运用，矩形的面积公式的运用及一元二次方程的解法的运用，解答时寻找题目的等量关系是关键。

15. (2015•广州) 某地区 2013 年投入教育经费 2500 万元，2015 年投入教育经费 3025 万元。

(1) 求 2013 年至 2015 年该地区投入教育经费的年平均增长率；

(2) 根据 (1) 所得的年平均增长率，预计 2016 年该地区将投入教育经费多少万元。

考点： 一元二次方程的应用。

专题： 增长率问题。

分析： (1) 一般用增长后的量=增长前的量 \times (1+增长率)，2014 年要投入教育经费是 2500(1+x) 万元，在 2014 年的基础上再增长 x ，就是 2015 年的教育经费数额，即可列出方程求解。

(2) 利用 (1) 中求得的增长率来求 2016 年该地区将投入教育经费。

解答：解：设增长率为 x ，根据题意 2014 年为 2500(1+x) 万元，2015 年为 2500(1+x)(1+x) 万元。

$$\text{则 } 2500(1+x)(1+x) = 3025,$$

解得 $x = 0.1 = 10\%$ ，或 $x = -2.1$ （不合题意舍去）。

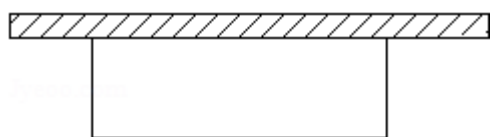
答：这两年投入教育经费的平均增长率为 10%。

(2) $3025 \times (1 + 10\%) = 3327.5$ （万元）。

故根据 (1) 所得的年平均增长率，预计 2016 年该地区将投入教育经费 3327.5 万元。

点评： 本题考查了一元二次方程中增长率的知识。增长前的量 \times (1+年平均增长率)^{年数}=增长后的量。

16. (2015•自贡) 利用一面墙（墙的长度不限），另三边用 58m 长的篱笆围成一个面积为 200m² 的矩形场地，求矩形的长和宽。



考点： 一元二次方程的应用。

专题： 几何图形问题。

分析： 设垂直于墙的一边为 x 米，则邻边长为 $(58 - 2x)$ ，利用矩形的面积公式列出方程并解答。

解答：解：设垂直于墙的一边为 x 米，得：

$$x(58 - 2x) = 200$$

解得： $x_1 = 25$ ， $x_2 = 4$

\therefore 另一边为 8 米或 50 米。

答：当矩形长为 25 米是宽为 8 米，当矩形长为 50 米是宽为 4 米。

点评： 本题考查了一元二次方程的应用．解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解．

17．（2015•乌鲁木齐）某商品现在的售价为每件 60 元，每星期可卖出 300 件．市场调查反映：每降价 1 元，每星期可多卖出 20 件．已知商品的进价为每件 40 元，在顾客得实惠的前提下，商家还想获得 6080 元的利润，应将销售单价定位多少元？

考点： 一元二次方程的应用．

专题： 销售问题．

分析： 设降价 x 元，表示出售价和销售量，列出方程求解即可．

解答： 解：降价 x 元，则售价为 $(60 - x)$ 元，销售量为 $(300 + 20x)$ 件，

根据题意得， $(60 - x - 40)(300 + 20x) = 6080$ ，

解得 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 4$ ，

又顾客得实惠，故取 $x = 4$ ，级定价为 56 元，

答：应将销售单价定位 56 元．

点评： 本题考查了一元二次方程应用，题找到关键描述语，找到等量关系准确的列出方程是解决问题的关键．此题要注意判断所求的解是否符合题意，舍去不合题意的解．

18．（2015•宜昌）全民健身和医疗保健是社会普遍关注的问题，2014 年，某社区共投入 30 万元用于购买健身器材和药品．

（1）若 2014 年社区购买健身器材的费用不超过总投入的 $\frac{2}{3}$ ，问 2014 年最低投入多少万元购买药品？

（2）2015 年，该社区购买健身器材的费用比上一年增加 50%，购买药品的费用比上一年减少 $\frac{7}{16}$ ，但社区在这两方面的总投入仍与 2014 年相同．

① 求 2014 年社区购买药品的总费用；

② 据统计，2014 年该社区积极健身的家庭达到 200 户，社区用于这些家庭的药品费用明显减少，只占当年购买药品总费用的 $\frac{1}{4}$ ，与 2014 年相比，如果 2015 年社区内健身家庭户数增加的百分比与平均每户健身家庭的药品费用降低的百分比相同，那么，2015 年该社区用于健身家庭的药品费用就是当年购买健身器材费用的 $\frac{1}{7}$ ，求 2015 年该社区健身家庭的户数．

考点： 一元二次方程的应用；二元一次方程组的应用；一元一次不等式的应用．

专题： 应用题．

分析： （1）设 2014 年购买药品的费用为 x 万元，根据购买健身器材的费用不超过总投入的 $\frac{2}{3}$ ，列出不等式，求出不等式的解集即可得到结果；

（2）①设 2014 年社区购买药品的费用为 y 万元，则购买健身器材的费用为 $(30 - y)$ 万元，2015 年购买健身器材的费用为 $(1 + 50\%)(30 - y)$ 万元，购买药品的费用为 $(1 - \frac{7}{16})y$ 万元，根据题意列出方程，求出方程的解得到 y 的值，即可得到结果；

② 设这个相同的百分数为 m ，则 2015 年健身家庭的药品费用为 $200(1+m)$ ，根据 2015 年该社区用于健身家庭的药品费用就是当年购买健身器材费用的 $\frac{1}{7}$ ，列出方程，求出方程的解即可得到结果。

解答：解：(1) 设 2014 年购买药品的费用为 x 万元，

根据题意得： $30 - x \leq \frac{2}{3} \times 30$ ，

解得： $x \geq 10$ ，

则 2014 年最低投入 10 万元购买商品；

(2) ① 设 2014 年社区购买药品的费用为 y 万元，则购买健身器材的费用为 $(30 - y)$ 万元，

2015 年购买健身器材的费用为 $(1+50\%)(30 - y)$ 万元，购买药品的费用为 $(1 - \frac{7}{16})y$ 万元，

根据题意得： $(1+50\%)(30 - y) + (1 - \frac{7}{16})y = 30$ ，

解得： $y = 16$ ， $30 - y = 14$ ，

则 2014 年购买药品的总费用为 16 万元；

② 设这个相同的百分数为 m ，则 2015 年健身家庭的药品费用为 $200(1+m)$ ，

2015 年平均每户健身家庭的药品费用为 $\frac{16 \times \frac{1}{4}}{200}(1 - m)$ 万元，

依题意得： $200(1+m) \cdot \frac{16 \times \frac{1}{4}}{200}(1 - m) = (1+50\%) \times 14 \times \frac{1}{7}$ ，

解得： $m = \pm \frac{1}{2}$ ，

$\because m > 0$ ， $\therefore m = \frac{1}{2} = 50\%$ ，

$\therefore 200(1+m) = 300$ (户)，

则 2015 年该社区健身家庭的户数为 300 户。

点评：此题考查了一元二次方程的应用，二元一次方程组的应用，以及一元一次不等式的应用，熟练掌握运算法则是解本题的关键。

19. (2015•连云港) 在某市组织的大型商业演出活动中，对团体购买门票实行优惠，决定在原定票价基础上每张降价 80 元，这样按原定票价需花费 6000 元购买的门票张数，现在只花费了 4800 元。

(1) 求每张门票的原定票价；

(2) 根据实际情况，活动组织单位决定对于个人购票也采取优惠政策，原定票价经过连续二次降价后降为 324 元，求平均每次降价的百分率。

考点：一元二次方程的应用；分式方程的应用。

分析：(1) 设每张门票的原定票价为 x 元，则现在每张门票的票价为 $(x - 80)$ 元，根据“按原定票价需花费 6000 元购买的门票张数，现在只花费了 4800 元”建立方程，解方程即可；

(2) 设平均每次降价的百分率为 y ，根据“原定票价经过连续二次降价后降为 324 元”建立方程，解方程即可。

解答：解：(1) 设每张门票的原定票价为 x 元，则现在每张门票的票价为 $(x - 80)$ 元，根据题意得

$$\frac{6000}{x} = \frac{4800}{x - 80}$$

解得 $x=400$ 。

经检验， $x=400$ 是原方程的根。

答：每张门票的原定票价为 400 元；

(2) 设平均每次降价的百分率为 y ，根据题意得

$$400(1 - y)^2 = 324$$

解得： $y_1=0.1$ ， $y_2=1.9$ （不合题意，舍去）。

答：平均每次降价 10%。

点评： 本题考查了一元二次方程与分式方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解。

20. (2015•巴中) 如图，某农场有一块长 40m，宽 32m 的矩形种植地，为方便管理，准备沿平行于两边的方向纵、横各修建一条等宽的小路，要使种植面积为 1140m^2 ，求小路的宽。



考点： 一元二次方程的应用。

专题： 几何图形问题。

分析： 本题可设小路的宽为 $x\text{m}$ ，将 4 块种植地平移为一个长方形，长为 $(40 - x)\text{m}$ ，宽为 $(32 - x)\text{m}$ 。根据长方形面积公式即可求出小路的宽。

解答：解：设小路的宽为 $x\text{m}$ ，依题意有

$$(40 - x)(32 - x) = 1140$$

整理，得 $x^2 - 72x + 140 = 0$ 。

解得 $x_1=2$ ， $x_2=70$ （不合题意，舍去）。

答：小路的宽应是 2m。

点评： 本题考查了一元二次方程的应用，应熟记长方形的面积公式。另外求出 4 块种植地平移为一个长方形的长和宽是解决本题的关键。

21. (2015•长沙) 现代互联网技术的广泛应用，催生了快递行业的高度发展，据调查，长沙市某家小型“大学生自主创业”的快递公司，今年三月份与五月份完成投递的快递总件数分别为 10 万件和 12.1 万件，现假定该公司每月投递的快递总件数的增长率相同。

(1) 求该快递公司投递总件数的月平均增长率；

(2) 如果平均每人每月最多可投递 0.6 万件，那么该公司现有的 21 名快递投递业务员能否完成今年 6 月份的快递投递任务？如果不能，请问至少需要增加几名业务员？

考点： 一元二次方程的应用；一元一次不等式的应用。

专题： 增长率问题。

分析： (1) 设该快递公司投递总件数的月平均增长率为 x ，根据“今年三月份与五月份完成投递的快递总件数分别为 10 万件和 12.1 万件，现假定该公司每月投递的快递总件数的增长率相同”建立方程，解方程即可；

(2) 首先求出今年 6 月份的快递投递任务，再求出 21 名快递投递业务员能完成的快递投递任务，比较得出该公司不能完成今年 6 月份的快递投递任务，进而求出至少需要增加业务员的人数。

解答：解：(1) 设该快递公司投递总件数的月平均增长率为 x ，根据题意得 $10(1+x)^2=12.1$ ，

解得 $x_1=0.1$ ， $x_2=-2.2$ (不合题意舍去)。

答：该快递公司投递总件数的月平均增长率为 10%；

(2) 今年 6 月份的快递投递任务是 $12.1 \times (1+10\%) = 13.31$ (万件)。

∵ 平均每人每月最多可投递 0.6 万件，

∴ 21 名快递投递业务员能完成的快递投递任务是： $0.6 \times 21 = 12.6 < 13.31$ ，

∴ 该公司现有的 21 名快递投递业务员不能完成今年 6 月份的快递投递任务

∴ 需要增加业务员 $(13.31 - 12.6) \div 0.6 = 1\frac{11}{60} \approx 2$ (人)。

答：该公司现有的 21 名快递投递业务员不能完成今年 6 月份的快递投递任务，至少需要增加 2 名业务员。

点评： 本题考查了一元二次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系，列出方程，再求解。

22. (2015•广西) 为落实国务院房地产调控政策，使“居者有其屋”，某市加快了廉租房的建设力度。2013 年市政府共投资 3 亿元人民币建设了廉租房 12 万平方米，2015 年投资 6.75 亿元人民币建设廉租房，若在这两年内每年投资的增长率相同。

(1) 求每年市政府投资的增长率；

(2) 若这两年内建设成本不变，问 2015 年建设了多少万平方米廉租房？

考点： 一元二次方程的应用。

专题： 增长率问题。

分析： (1) 设每年市政府投资的增长率为 x ，由 $3(1+x)^2=2015$ 年的投资，列出方程，解方程即可；

(2) 2015 年的廉租房 $=12(1+50\%)^2$ ，即可得出结果。

解答：解：(1) 设每年市政府投资的增长率为 x ，根据题意得：

$3(1+x)^2=6.75$ ，

解得： $x=0.5$ ，或 $x=-2.5$ (不合题意，舍去)，

∴ $x=0.5=50\%$ ，

即每年市政府投资的增长率为 50%；

(2) ∵ $12(1+50\%)^2=27$ ，

∴ 2015 年建设了 27 万平方米廉租房。

点评： 本题考查了一元一次方程的应用；熟练掌握列一元一次方程解应用题的方法，根据题意找出等量关系列出方程是解决问题的关键。

23. (2015•广元) 李明准备进行如下操作实验，把一根长 40cm 的铁丝剪成两段，并把每段首尾相连各围成一个正方形。

(1) 要使这两个正方形的面积之和等于 58cm^2 ，李明应该怎么剪这根铁丝？

(2) 李明认为这两个正方形的面积之和不可能等于 48cm^2 ，你认为他的说法正确吗？请说明理由。

考点： 一元二次方程的应用。

专题： 几何图形问题。

分析：（1）设剪成的较短的这段为 x cm，较长的这段就为 $(40-x)$ cm．就可以表示出这两个正方形的面积，根据两个正方形的面积之和等于 58cm^2 建立方程求出其解即可；

（2）设剪成的较短的这段为 m cm，较长的这段就为 $(40-m)$ cm．就可以表示出这两个正方形的面积，根据两个正方形的面积之和等于 48cm^2 建立方程，如果方程有解就说明李明的说法错误，否则正确．

解答：解：（1）设剪成的较短的这段为 x cm，较长的这段就为 $(40-x)$ cm，由题意，得

$$\left(\frac{x}{4}\right)^2 + \left(\frac{40-x}{4}\right)^2 = 58,$$

解得： $x_1=12$ ， $x_2=28$ ，

当 $x=12$ 时，较长的为 $40-12=28$ cm，

当 $x=28$ 时，较长的为 $40-28=12 < 28$ （舍去）．

答：李明应该把铁丝剪成 12 cm 和 28 cm 的两段；

（2）李明的说法正确．理由如下：

设剪成的较短的这段为 m cm，较长的这段就为 $(40-m)$ cm，由题意，得

$$\left(\frac{m}{4}\right)^2 + \left(\frac{40-m}{4}\right)^2 = 48,$$

变形为： $m^2 - 40m + 416 = 0$ ，

$\therefore \Delta = (-40)^2 - 4 \times 416 = -64 < 0$ ，

\therefore 原方程无实数根，

\therefore 李明的说法正确，这两个正方形的面积之和不可能等于 48cm^2 ．

点评： 本题考查了列一元二次方程解实际问题的运用，一元二次方程的解法的运用，根的判别式的运用，解答本题时找到等量关系建立方程和运用根的判别式是关键．

24.（2015•湘潭）阅读材料：用配方法求最值．

已知 x, y 为非负实数，

$$\because x+y - 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x})^2 + (\sqrt{y})^2 - 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$$

$\therefore x+y \geq 2\sqrt{xy}$ ，当且仅当“ $x=y$ ”时，等号成立．

示例：当 $x > 0$ 时，求 $y = x + \frac{1}{x} + 4$ 的最小值．

解： $y = \left(x + \frac{1}{x}\right) + 4 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} + 4 = 6$ ，当 $x = \frac{1}{x}$ ，即 $x=1$ 时， y 的最小值为 6．

（1）尝试：当 $x > 0$ 时，求 $y = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ 的最小值．

（2）问题解决：随着人们生活水平的快速提高，小轿车已成为越来越多家庭的交通工具，假设某种小轿车的购车费用为 10 万元，每年应缴保险费等各类费用共计 0.4 万元， n 年的保养、维护费用总和为 $\frac{n^2 + n}{10}$ 万元．问这种小轿车使用多少年报废最合算（即：

使用多少年的年平均费用最少，年平均费用 = $\frac{\text{所有费用之和}}{\text{年数 } n}$ ）？最少年平均费用为多少万元？

考点： 配方法的应用．

分析：（1）首先根据 $y = \frac{x^2+x+1}{x}$ ，可得 $y = x + \frac{1}{x} + 1$ ，然后应用配方法，求出当 $x > 0$ 时， $y = \frac{x^2+x+1}{x}$ 的最小值是多少即可。

（2）首先根据题意，求出年平均费用 = $(\frac{n^2+n}{10} + 0.4n + 10) \div n = \frac{n}{10} + \frac{10}{n} + \frac{1}{2}$ ，然后应用配方法，求出这种小轿车使用多少年报废最合算，以及最少年平均费用为多少万元即可。

解答：解：（1） $y = \frac{x^2+x+1}{x} = x + \frac{1}{x} + 1 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} + 1 = 3$ ，

\therefore 当 $x = \frac{1}{x}$ ，即 $x = 1$ 时， y 的最小值为 3。

（2）年平均费用 = $(\frac{n^2+n}{10} + 0.4n + 10) \div n = \frac{n}{10} + \frac{10}{n} + \frac{1}{2} \geq 2\sqrt{\frac{n}{10} \times \frac{10}{n}} + \frac{1}{2} = 2 + 0.5 = 2.5$ ，

\therefore 当 $\frac{n}{10} = \frac{10}{n}$ ，

即 $n = 10$ 时，最少年平均费用为 2.5 万元。

点评：此题主要考查了配方法的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确配方法的关键是：先将一元二次方程的二次项系数化为 1，然后在方程两边同时加上一次项系数一半的平方。

25. (2014•河北) 嘉淇同学用配方法推导一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的求根公式时，对于 $b^2 - 4ac > 0$ 的情况，她是这样做的：

由于 $a \neq 0$ ，方程 $ax^2+bx+c=0$ 变形为：

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}, \dots \text{第一步}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2 = -\frac{c}{a} + (\frac{b}{2a})^2, \dots \text{第二步}$$

$$(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}, \dots \text{第三步}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (b^2 - 4ac > 0), \dots \text{第四步}$$

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \dots \text{第五步}$$

嘉淇的解法从第 四 步开始出现错误；事实上，当 $b^2 - 4ac > 0$ 时，方程

$$ax^2+bx+c=0 \quad (a \neq 0) \text{ 的求根公式是 } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

用配方法解方程： $x^2 - 2x - 24 = 0$ 。

考点：解一元二次方程-配方法。

专题：阅读型。

分析：第四步，开方时出错；把常数项 24 移项后，应该在左右两边同时加上一次项系数 -2 的一半的平方。

解答：解：在第四步中，开方应该是 $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. 所以求根公式为： $x =$

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} .$$

故答案是：四； $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ；

用配方法解方程： $x^2 - 2x - 24 = 0$

解：移项，得

$$x^2 - 2x = 24 ,$$

配方，得

$$x^2 - 2x + 1 = 24 + 1 ,$$

$$\text{即 } (x - 1)^2 = 25 ,$$

$$\text{开方得 } x - 1 = \pm 5 ,$$

$$\therefore x_1 = 6 , x_2 = -4 .$$

点评： 本题考查了解一元二次方程——配方法 .

用配方法解一元二次方程的步骤：

(1) 形如 $x^2 + px + q = 0$ 型：第一步移项，把常数项移到右边；第二步配方，左右两边加上一次项系数一半的平方；第三步左边写成完全平方式；第四步，直接开方即可 .

(2) 形如 $ax^2 + bx + c = 0$ 型，方程两边同时除以二次项系数，即化成 $x^2 + px + q = 0$ ，然后配方 .

26 . (2014•葫芦岛) 有 n 个方程： $x^2 + 2x - 8 = 0$ ； $x^2 + 2 \times 2x - 8 \times 2^2 = 0$ ； \dots ； $x^2 + 2nx - 8n^2 = 0$.

小静同学解第一个方程 $x^2 + 2x - 8 = 0$ 的步骤为：“① $x^2 + 2x = 8$ ；② $x^2 + 2x + 1 = 8 + 1$ ；③

$(x + 1)^2 = 9$ ；④ $x + 1 = \pm 3$ ；⑤ $x = 1 \pm 3$ ；⑥ $x_1 = 4, x_2 = -2$.”

(1) 小静的解法是从步骤 ⑤ 开始出现错误的 .

(2) 用配方法解第 n 个方程 $x^2 + 2nx - 8n^2 = 0$. (用含有 n 的式子表示方程的根)

考点： 解一元二次方程-配方法 .

专题： 阅读型 .

分析： (1) 移项要变号；

(2) 移项后配方，开方，即可得出两个方程，求出方程的解即可 .

解答： 解： (1) 小静的解法是从步骤⑤开始出现错误的，

故答案为：⑤；

$$(2) x^2 + 2nx - 8n^2 = 0 ,$$

$$x^2 + 2nx = 8n^2 ,$$

$$x^2 + 2nx + n^2 = 8n^2 + n^2 ,$$

$$(x + n)^2 = 9n^2 ,$$

$$x + n = \pm 3n ,$$

$$x_1 = 2n \quad x_2 = -4n .$$

点评： 本题考查了解一元二次方程的应用，解此题的关键是能正确配方，题目比较好，难度适中 .

27. (2015•黄石) 解方程组
$$\begin{cases} x^2+4y^2=4 \\ \sqrt{3}x+2y=2 \end{cases}.$$

考点：高次方程.

分析：由②得 $4y^2=4-4\sqrt{3}x+3x^2$ ③，把③代入①解答即可.

解答：解：
$$\begin{cases} x^2+4y^2=4 \text{①} \\ \sqrt{3}x+2y=2 \text{②} \end{cases}$$
，由②得 $4y^2=4-4\sqrt{3}x+3x^2$ ③，

把③代入①得： $x^2-\sqrt{3}x=0$ ，

解得： $x_1=0$ ， $x_2=\sqrt{3}$ ，

当 $x_1=0$ 时， $y_1=1$ ；

当 $x_2=\sqrt{3}$ 时， $y_2=-\frac{1}{2}$ ，

所以方程组的解是
$$\begin{cases} x_1=0 \\ y_2=1 \end{cases}, \begin{cases} x_2=\sqrt{3} \\ y_2=-\frac{1}{2} \end{cases}.$$

点评：此题考查高次方程问题，关键是把高次方程化为一般方程再解答.