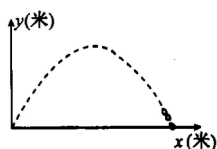


## 专题十 二次函数

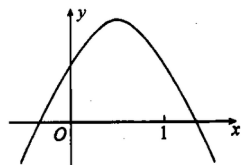
(时间：90分钟 满分：100分)

### 一、选择题 (每小题3分,共24分)

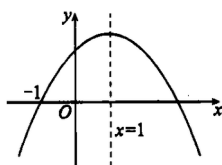
1. (2011年北京) 抛物线  $y = x^2 - 6x + 5$  的顶点坐标为 ( )  
 A. (3, -4)    B. (3, 4)    C. (-3, -4)    D. (-3, 4)
2. (2011年株洲) 某广场有一喷水池, 水从地面喷出, 如图, 以水平地面为  $x$  轴, 出水点为原点, 建立平面直角坐标系, 水在空中划出的曲线是抛物线  $y = -x^2 + 4x$  (单位: 米) 的一部分, 则水喷出的最大高度是 ( )  
 A. 4米    B. 3米    C. 2米    D. 1米
3. (2011年呼和浩特) 已知一元二次方程  $x^2 + bx - 3 = 0$  的一根为  $-3$ , 在二次函数  $y = x^2 + bx - 3$  的图象上有三点  $(-\frac{4}{5}, y_1)$ 、 $(-\frac{5}{4}, y_2)$ 、 $(-\frac{1}{6}, y_3)$ ,  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系是 ( )  
 A.  $y_1 < y_2 < y_3$     B.  $y_2 < y_1 < y_3$     C.  $y_3 < y_1 < y_2$     D.  $y_1 < y_3 < y_2$
4. (2011年重庆) 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  在平面直角坐标系中的位置如图所示, 则下列结论中, 正确的是 ( )  
 A.  $a > 0$     B.  $b < 0$     C.  $c < 0$     D.  $a + b + c > 0$



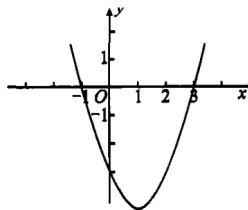
第2题图



第4题图



第5题图



第6题图

5. (2011年宿迁) 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象如图, 则下列结论中正确的是 ( )  
 A.  $a > 0$     B. 当  $x > 1$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大  
 C.  $c < 0$     D. 3 是方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的一个根
6. (2011年威海) 二次函数  $y = x^2 - 2x - 3$  的图象如图所示, 当  $y < 0$  时, 自变量  $x$  的取值范围是 ( )  
 A.  $-1 < x < 3$     B.  $x < -1$   
 C.  $x > 3$     D.  $x < -3$  或  $x > 3$
7. (2011年铜仁) 已知函数  $y = (k-3)x^2 + 2x + 1$  的图象与  $x$  轴有交点, 则  $k$  的取值范围是 ( )  
 A.  $k < 4$     B.  $k \leq 4$     C.  $k < 4$  且  $k \neq 3$     D.  $k \leq 4$  且  $k \neq 3$
8. (2011年桂林) 在平面直角坐标系中, 将抛物线  $y = x^2 + 2x + 3$  绕着它与  $y$  轴的交点旋转  $180^\circ$ , 所得抛物线的解析式是 ( )  
 A.  $y = -(x+1)^2 + 2$     B.  $y = -(x-1)^2 + 4$   
 C.  $y = -(x-1)^2 + 2$     D.  $y = -(x+1)^2 + 4$

### 二、填空题 (每小题3分,共18分)

9. (2011年德州) 将抛物线  $y = x^2$  的图象向上平移 1 个单位, 则平移后的抛物线的解析式为\_\_\_\_\_.
10. (2011年河南) 点  $A(2, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$  是二次函数  $y = x^2 - 2x + 1$  的图象上两点, 则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系为  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填“>”“<”或“=”).
11. (2011年枣庄) 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  上部分点的横坐标  $x$ , 纵坐标  $y$  的对应值如下表:

$x$	...	-2	-1	0	1	2	...
$y$	...	0	4	6	6	4	...

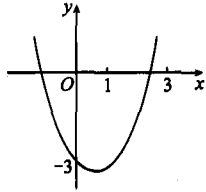
从上表可知, 下列说法中正确的是\_\_\_\_\_ . (填写序号)

- ①抛物线与  $x$  轴的一个交点为  $(3, 0)$ ; ②函数  $y = ax^2 + bx + c$  的最大值为 6;

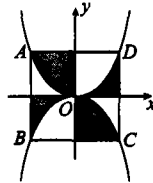
③抛物线的对称轴是  $x = \frac{1}{2}$  ; ④在对称轴左侧,  $y$  随  $x$  的增大而增大 .

12. (2011年湖州)如图, 已知抛物线  $y = x^2 + bx + c$  经过点  $(0, -3)$ , 请你确定一个  $b$  的值, 使该抛物线与  $x$  轴的一个交点在  $(1, 0)$  和  $(3, 0)$  之间, 你所确定的  $b$  的值是\_\_\_\_\_ .

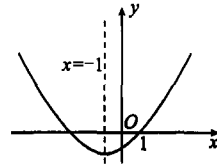
13. (2011年宜宾)如图, 边长为 2 的正方形 ABCD 的中心在直角坐标系的原点 O,  $AD \parallel x$  轴, 以 O 为顶点且过 A、D 两点的抛物线与以 O 为顶点且过 B、C 两点的抛物线将正方形分割成几部分, 则图中阴影部分的面积是\_\_\_\_\_ .



第 12 题图



第 13 题图



第 14 题图

14. (2011年日照)如图是二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象的一部分, 给出下列命题: ①  $a + b + c = 0$ ; ②  $b > 2a$ ; ③  $ax^2 + bx + c = 0$  的两根分别为  $-3$  和  $1$ ; ④  $a - 2b + c > 0$ . 其中正确的命题是\_\_\_\_\_ . (只要求填写正确命题的序号)

### 三、解答题 (共 58 分)

15. (10分) (2011年哈尔滨)手工课时, 小明准备做一个形状是菱形的风筝, 这个菱形的两条对角线长度之和恰好为 60 cm, 菱形的面积  $S$  (单位:  $\text{cm}^2$ ) 随其中一条对角线的长  $x$  (单位: cm) 的变化而变化 .

(1)请直接写出  $S$  与  $x$  之间的函数关系式 (不要求写出自变量  $x$  的取值范围) ;

(2)当  $x$  是多少时, 菱形风筝面积  $S$  最大? 最大面积是多少? \_\_\_\_\_ .

(参考公式: 当  $x = -\frac{b}{2a}$  时, 二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  有最小 (大) 值  $\frac{4ac - b^2}{4a}$  )

16. (12分) (2011年陕西)二次函数  $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x$  的图象经过  $\triangle AOB$  的三个顶点, 其中  $A(-1, m)$ ,  $B(n, n)$  .

(1)求点 A、B 的坐标;

(2)在坐标平面上找点 C, 使以 A、O、B、C 为顶点的四边形是平行四边形 .

①这样的点 C 有几个?

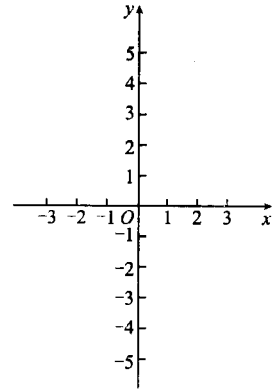
②能否将抛物线  $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x$  平移后经过 A、C 两点? 若能, 求出平移后经过 A、C 两点的一条抛物线的解析式; 若不能, 说明理由 .

17. (12分) (2011年北京市) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 二次函数  $y = mx^2 + (m-3)x - 3 (m > 0)$  的图象与  $x$  轴交于 A、B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 与  $y$  轴交于点 C.

(1) 求点 A 的坐标;

(2) 当  $\angle ABC = 45^\circ$  时, 求  $m$  的值;

(3) 已知一次函数  $y = kx + b$ , 点  $P(n, 0)$  是  $x$  轴上的一个动点. 在(2)的条件下, 过点 P 垂直于  $x$  轴的直线交这个一次函数的图象于点 M, 交二次函数  $y = mx^2 + (m-3)x - 3 (m > 0)$  的图象于点 N. 若只有当  $-2 < n < 2$  时, 点 M 位于点 N 的上方, 求这个一次函数的解析式.



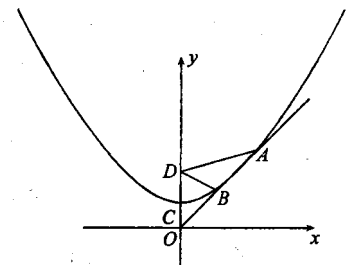
第 17 题图

18. (12分) (2011年宜宾) 已知抛物线的顶点是  $C(0, a) (a > 0, a$  为常数), 并经过点  $(2a, 2a)$ , 点  $D(0, 2a)$  为一定点.

(1) 求含有常数  $a$  的抛物线的解析式;

(2) 设点 P 是抛物线上任意一点, 过 P 作  $PH \perp x$  轴, 垂足是 H, 求证:  $PD = PH$ ;

(3) 设过原点 O 的直线  $l$  与抛物线在第一象限相交于 A、B 两点. 若  $DA = 2DB$ , 且  $S_{\triangle ABD} = 4\sqrt{2}$ , 求  $a$  的值.



第 18 题图

19. (12分) (2011年杭州) 设函数  $y = kx^2 + (2k+1)x + 1 (k$  为实数).

(1) 写出其中的两个特殊函数, 使它们的图象不全是抛物线, 并在同一坐标系中用描点法画出这两个特殊函数的图象;

(2) 根据所画图象, 猜想出: 对任意实数  $k$ , 函数的图象都具有的特征, 并给予证明;

(3) 对任意负实数  $k$ , 当  $x < m$  时,  $y$  随着  $x$  的增大而增大, 试求出  $m$  的一个值.

## 参考答案

1.A 2.A 3.A 4.D 5.D 6.A 7.B 8.B 9. $y=x^2+1$  10.<

11.①③④ 12.如  $-\frac{1}{2}$  13.2 14.①③

15.(1) $S = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$  (2) 当  $x$  为 30 cm 时, 菱形风筝面积最大, 最大面积是  $450 \text{ cm}^2$ .

16.(1)A(-1, 1), B(2, 2) (2)①3个 ②能  $y = \frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - 1$

17.(1)(-1, 0) (2) $m=1$  (3) $y = -2x + 1$

18.(1) $y = \frac{1}{4a}x^2 + a$  (2)略 (3) $a=2$

19.(1)如两个函数为  $y=x+1$ ,  $y=x^2+3x+1$ , 图象略 (2)略 (3) $m \leq -1$