

2014年山东泰安学生学业水平测试
数学试题

一、选择题（本大题共20小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得3分，选错、不选或选出的答案超过一个，均记零分）

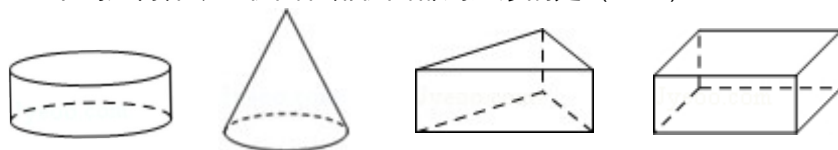
1. 在 $\frac{1}{2}$, 0, -1, $-\frac{1}{2}$ 这四个数中，最小的数是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. 0 C. $-\frac{1}{2}$ D. -1

2. 下列运算，正确的是（ ）

- A. $4a - 2a = 2$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $(-a^3b)^2 = a^6b^2$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

3. 下列几何体，主视图和俯视图都为矩形的是（ ）



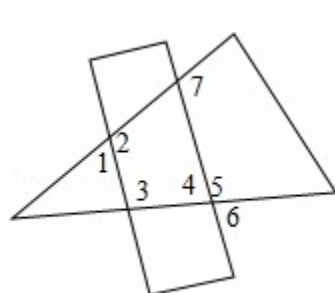
- A. B. C. D.

4. PM2.5是指大气中直径 ≤ 0.0000025 米的颗粒物，将0.0000025用科学记数法表示为（ ）

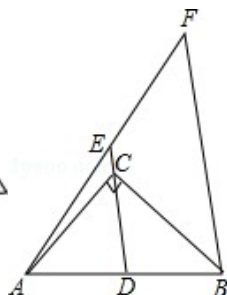
- A. 2.5×10^{-7} B. 2.5×10^{-6} C. 25×10^{-7} D. 0.25×10^{-5}

5. 如图，把一直尺放置在一个三角形纸片上，则下列结论正确的是（ ）

- A. $\angle 1 + \angle 6 > 180^\circ$ B. $\angle 2 + \angle 5 < 180^\circ$ C. $\angle 3 + \angle 4 < 180^\circ$ D. $\angle 3 + \angle 7 > 180^\circ$

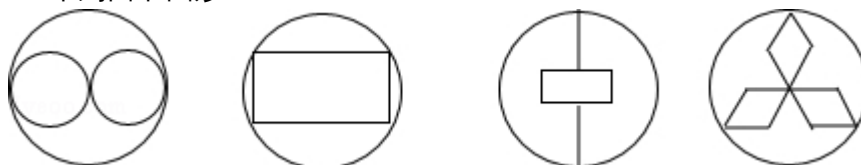


(5题图)



(8题图)

6. 下列四个图形：



其中是轴对称图形，且对称轴的条数为2的图形的个数是（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 方程 $5x+2y=-9$ 与下列方程构成的方程组的解为 $\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 的是（ ）

- A. $x+2y=1$ B. $3x+2y=-8$ C. $5x+4y=-3$ D. $3x-4y=-8$

8. 如图， $\angle ACB=90^\circ$ ，D为AB的中点，连接DC并延长到E，使 $CE=\frac{1}{3}CD$ ，过点B作

$BF \parallel DE$ ，与AE的延长线交于点F. 若 $AB=6$ ，则BF的长为（ ）

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 10

9. 以下是某校九年级10名同学参加学校演讲比赛的统计表：

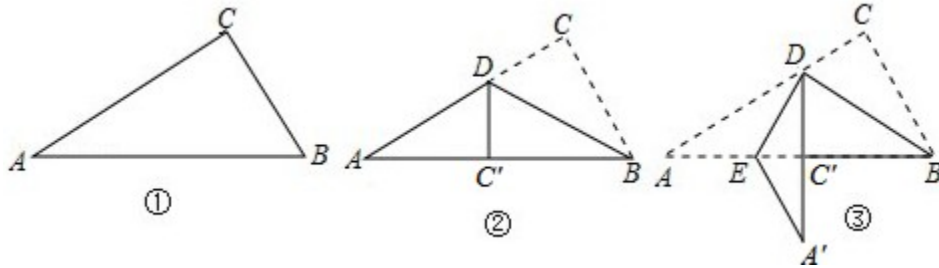
成绩/分	80	85	90	95
人数/人	1	2	5	2

则这组数据的中位数和平均数分别为 ()

- A . 90 , 90 B . 90 , 89 C . 85 , 89 D . 85 , 90

10 . 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 中, 下列四个命题:

- (1) 若 $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $\angle A=\angle A_1$, 则 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$;
 (2) 若 $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $\angle B=\angle B_1$, 则 $\triangle ABC \cong \triangle A_1B_1C_1$;
 (3) 若 $\angle A=\angle A_1$, $\angle C=\angle C_1$, 则 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$;
 (4) 若 $AC:A_1C_1=CB:C_1B_1$, $\angle C=\angle C_1$, 则 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$.

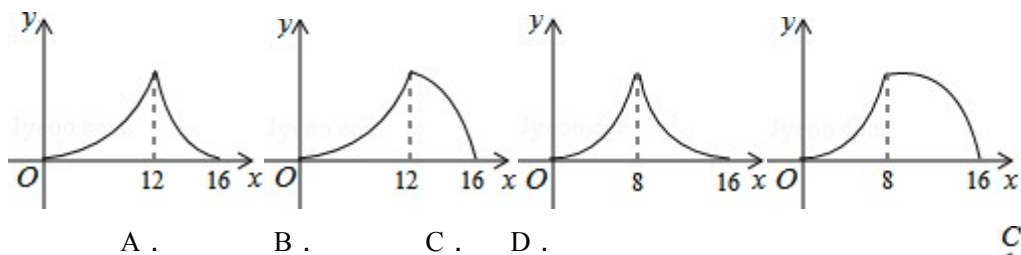


- A . $\frac{8}{3}$ cm B . $2\sqrt{3}$ cm C . $2\sqrt{2}$ cm D . 3cm

13 . 某种花卉每盆的盈利与每盆的株数有一定的关系, 每盆植 3 株时, 平均每株盈利 4 元; 若每盆增加 1 株, 平均每株盈利减少 0.5 元, 要使每盆的盈利达到 15 元, 每盆应多植多少株? 设每盆多植 x 株, 则可以列出的方程是 ()

- A . $(3+x)(4-0.5x)=15$ B . $(x+3)(4+0.5x)=15$
 C . $(x+4)(3-0.5x)=15$ D . $(x+1)(4-0.5x)=15$

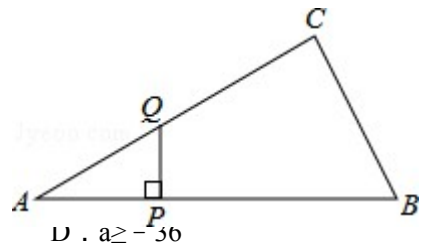
14 . 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, $AB=16$. 点 P 是斜边 AB 上一点. 过点 P 作 $PQ \perp AB$, 垂足为 P, 交边 AC (或边 CB) 于点 Q, 设 $AP=x$, $\triangle APQ$ 的面积为 y , 则 y 与 x 之间的函数图象大致为 ()



15 . 若不等式组 $\begin{cases} 1+x < a \\ \frac{x+9}{2} + 1 \geq \frac{x+1}{3} - 1 \end{cases}$ 有解, 则实数 a 的

取值范围是 ()

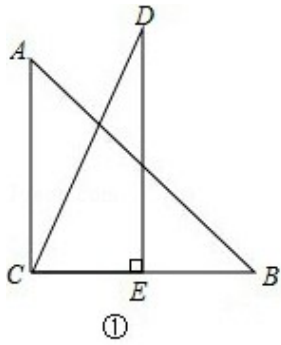
- A . $a < -36$ B . $a \leq -36$ C . $a > -36$



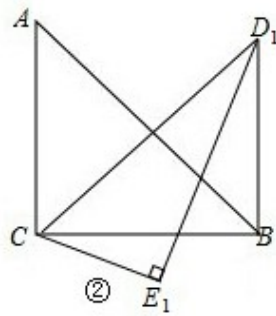
16 . 将两个斜边长相等的三角形纸片如图①放置, 其中

$\angle ACB=\angle CED=90^\circ$, $\angle A=45^\circ$, $\angle D=30^\circ$. 把 $\triangle DCE$ 绕点 C 顺时针旋转 15° 得到 $\triangle D_1CE_1$, 如图②, 连接 D_1B , 则 $\angle E_1D_1B$ 的度数为 ()

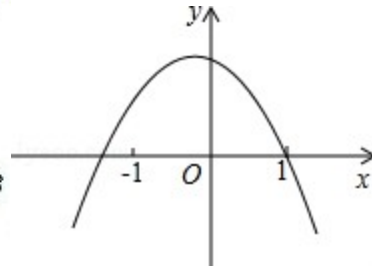
- A . 10° B . 20° C . 7.5° D . 15°



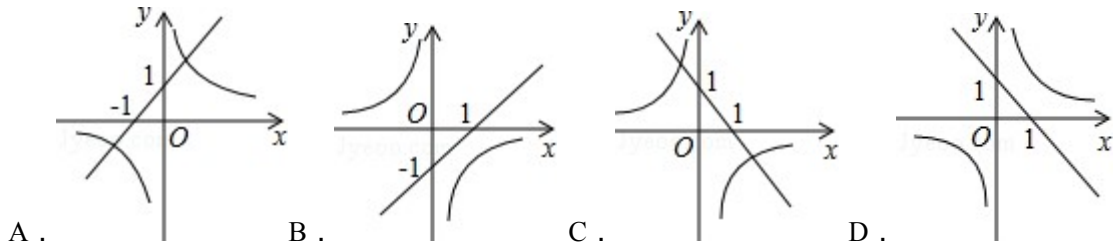
(16 题图)



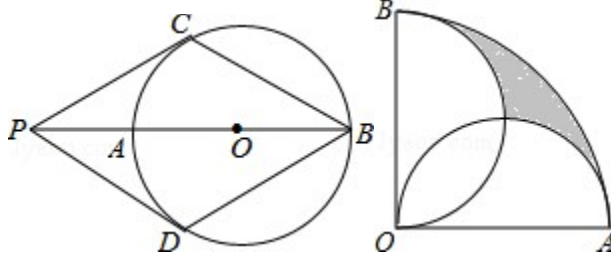
(17 题图)



17. 已知函数 $y = (x - m)(x - n)$ (其中 $m < n$) 的图象如图所示, 则一次函数 $y = mx + n$ 与反比例函数 $y = \frac{m+n}{x}$ 的图象可能是 ()



18. 如图, P 为 $\odot O$ 的直径 BA 延长线上的一点, PC 与 $\odot O$ 相切, 切点为 C, 点 D 是 $\odot O$ 上一点, 连接 PD. 已知 $PC = PD = BC$. 下列结论:
 (1) PD 与 $\odot O$ 相切; (2) 四边形 PCBD 是菱形; (3) $PO = AB$; (4) $\angle PDB = 120^\circ$.
 其中正确的个数为 ()
 A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个



(18 题图)

(19 题图)

19. 如图, 半径为 2cm, 圆心角为 90° 的扇形 OAB 中, 分别以 OA、OB 为直径作半圆, 则图中阴影部分的面积为 ()

A. $(\frac{\pi}{2} - 1) \text{ cm}^2$ B. $(\frac{\pi}{2} + 1) \text{ cm}^2$ C. 1 cm^2 D. $\frac{\pi}{2} \text{ cm}^2$

20. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数, 且 $a \neq 0$) 中的 x 与 y 的部分对应值如下表:

X	-1	0	1	3
y	-1	3	5	3

下列结论:

- (1) $ac < 0$;
- (2) 当 $x > 1$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小.

(3) 3 是方程 $ax^2 + (b-1)x + c = 0$ 的一个根；

(4) 当 $-1 < x < 3$ 时， $ax^2 + (b-1)x + c > 0$.

其中正确的个数为 ()

- A . 4 个 B . 3 个 C . 2 个 D . 1 个

二、填空题 (本大题共 4 小题, 满分 12 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 3 分)

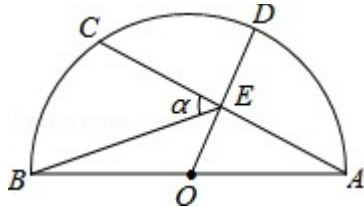
21 . 化简 $(1 + \frac{2}{x-1}) \div \frac{x+1}{x^2-2x+1}$ 的结果为_____ .

22 . 七 (一) 班同学为了解某小区家庭月均用水情况, 随机调查了该小区部分家庭, 并将调查数据整理如下表 (部分) :

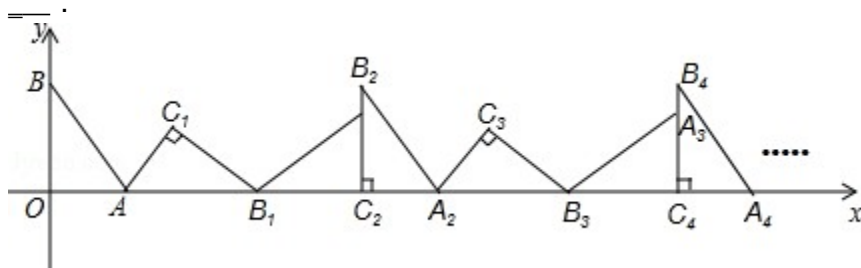
月均用水量 x/m^3	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$	$x > 20$
频数/户	12		20		3
频率	0.12			0.07	

若该小区有 800 户家庭, 据此估计该小区月均用水量不超过 $10m^3$ 的家庭约有_____户 .

23 . 如图, AB 是半圆的直径, 点 O 为圆心, $OA=5$, 弦 $AC=8$, $OD \perp AC$, 垂足为 E, 交 $\odot O$ 于 D, 连接 BE . 设 $\angle BEC = \alpha$, 则 $\sin \alpha$ 的值为_____ .



24 . 如图, 在平面直角坐标系中, 将 $\triangle ABO$ 绕点 A 顺时针旋转到 $\triangle AB_1C_1$ 的位置, 点 B、O 分别落在点 B_1 、 C_1 处, 点 B_1 在 x 轴上, 再将 $\triangle AB_1C_1$ 绕点 B_1 顺时针旋转到 $\triangle A_1B_1C_2$ 的位置, 点 C_2 在 x 轴上, 将 $\triangle A_1B_1C_2$ 绕点 C_2 顺时针旋转到 $\triangle A_2B_2C_2$ 的位置, 点 A_2 在 x 轴上, 依次进行下去... . 若点 $A(\frac{5}{3}, 0)$, $B(0, 4)$, 则点 B_{2014} 的横坐标为_____ .



三、解答题 (本大题共 5 小题, 满分 48 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

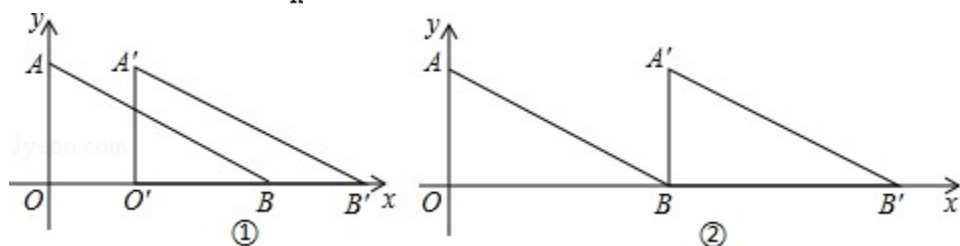
25 . (8 分) 某超市用 3000 元购进某种干果销售, 由于销售状况良好, 超市又调拨 9000 元资金购进该种干果, 但这次的进价比第一次的进价提高了 20%, 购进干果数量是第一次的 2 倍还多 300 千克, 如果超市按每千克 9 元的价格出售, 当大部分干果售出后, 余下的 600 千克按售价的 8 折售完 .

- (1) 该种干果的第一次进价是每千克多少元?
- (2) 超市销售这种干果共盈利多少元?

26. (8分) 如图①, $\triangle OAB$ 中, $A(0, 2)$, $B(4, 0)$, 将 $\triangle AOB$ 向右平移 m 个单位, 得到 $\triangle O'A'B'$.

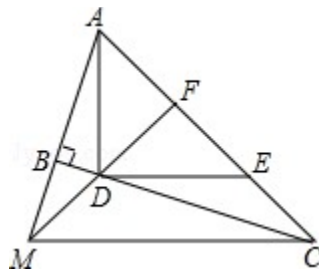
(1) 当 $m=4$ 时, 如图②. 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A' , 一次函数 $y=ax+b$ 的图象经过 A' 、 B' 两点. 求反比例函数及一次函数的表达式;

(2) 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 A' 及 $A'B'$ 的中点 M , 求 m 的值.



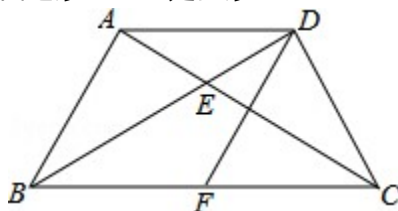
27. (10分) 如图, $\angle ABC=90^\circ$, D 、 E 分别在 BC 、 AC 上, $AD \perp DE$, 且 $AD=DE$, 点 F 是 AE 的中点, FD 与 AB 相交于点 M .

- (1) 求证: $\angle FMC = \angle FCM$;
- (2) AD 与 MC 垂直吗? 并说明理由.



28. (11分) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, AC 与 BD 交于点 E , $\angle ADB = \angle ACB$.

- (1) 求证: $\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$;
- (2) 若 $AB \perp AC$, $AE:EC=1:2$, F 是 BC 中点, 求证: 四边形 $ABFD$ 是菱形.

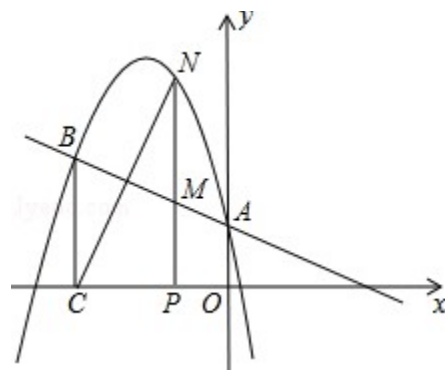


29. (11分) 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过点 $(-1, 4)$ ，且与直线 $y=-\frac{1}{2}x+1$ 相交于 A、B 两点 (如图)，A 点在 y 轴上，过点 B 作 $BC \perp x$ 轴，垂足为点 C $(-3, 0)$ 。

(1) 求二次函数的表达式；

(2) 点 N 是二次函数图象上一点 (点 N 在 AB 上方)，过 N 作 $NP \perp x$ 轴，垂足为点 P，交 AB 于点 M，求 MN 的最大值；

(3) 在 (2) 的条件下，点 N 在何位置时，BM 与 NC 相互垂直平分？并求出所有满足条件的 N 点的坐标。



2014年山东泰安市学生学业水平测试数学试题参考答案

一、选择题（本大题共20小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确的选项选出来，每小题选对得3分，选错、不选或选出的答案超过一个，均记零分）

1. D. 2. C. 3. D. 4. B. 5. D. 6. C. 7. D. 8. C. 9. B. 10. B. 11. C.
12. A. 13. A. 14. B. 15. C. 16. D. 17. C. 18. A. 19. A. 20. B.

二、填空题（本大题共4小题，满分12分。只要求填写最后结果，每小题填对得3分）

21. $x-1$. 22. 560 . 23. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$. 24. 10070 .

三、解答题（本大题共5小题，满分48分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤）

25. 解：（1）设该种干果的第一次进价是每千克 x 元，则第二次进价是每千克 $(1+20\%)x$ 元，

由题意，得 $\frac{9000}{(1+20\%)x} = 2 \times \frac{3000}{x} + 300$ ，解得 $x=5$ ，经检验 $x=5$ 是方程的解。

答：该种干果的第一次进价是每千克5元；

$$\begin{aligned} (2) & \left[\frac{3000}{5} + \frac{9000}{5 \times (1+20\%)} - 600 \right] \times 9 + 600 \times 9 \times 80\% - (3000 + 9000) \\ &= (600 + 1500 - 600) \times 9 + 4320 - 12000 \\ &= 1500 \times 9 + 4320 - 12000 \\ &= 13500 + 4320 - 12000 \\ &= 5820 \text{ (元)} . \end{aligned}$$

答：超市销售这种干果共盈利5820元。

26. 解：（1）由图②值：A'点的坐标为：(4, 2)，B'点的坐标为：(8, 0)，

$$\therefore k = 4 \times 2 = 8, \therefore y = \frac{8}{x},$$

把(4, 2)，(8, 0)代入 $y = ax + b$ 得：

$$\begin{cases} 4a + b = 2 \\ 8a + b = 0 \end{cases}, \text{解得：} \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 4 \end{cases}$$

\therefore 经过A'、B'两点的一次函数表达式为： $y = -\frac{1}{2}x + 4$ ；

（2）当 $\triangle AOB$ 向右平移 m 个单位时，A'点的坐标为： $(m, 2)$ ，B'点的坐标为： $(m+4, 0)$

则A'B'的中点M的坐标为： $(m+4-2, 1)$

$$\therefore 2m = m + 2, \text{解得：} m = 2,$$

\therefore 当 $m=2$ 时，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点A'及A'B'的中点M。

27. （1）证明： $\because \triangle ADE$ 是等腰直角三角形，F是AE中点， $\therefore DF \perp AE$ ， $DF = AF = EF$ ，又 $\because \angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle DCF$ ， $\angle AMF$ 都与 $\angle MAC$ 互余，

$$\therefore \angle DCF = \angle AMF,$$

在 $\triangle DFC$ 和 $\triangle AFM$ 中，

$$\begin{cases} \angle DCF = \angle AMF \\ \angle MFA = \angle CFD, \therefore \triangle DFC \cong \triangle AFM \text{ (AAS)}, \therefore CF = MF, \therefore \angle FMC = \angle FCM; \\ DF = AF \end{cases}$$

(2) $AD \perp MC$, 理由: 由 (1) 知, $\angle MFC=90^\circ$, $FD=EF$, $FM=FC$,
 $\therefore \angle FDE=\angle FMC=45^\circ$, $\therefore DE \parallel CM$, $\therefore AD \perp MC$.

28. 证明: (1) $\because AB=AD$, $\therefore \angle ADB=\angle ABE$,
 又 $\because \angle ADB=\angle ACB$, $\therefore \angle ABE=\angle ACB$,

又 $\because \angle BAE=\angle CAB$, $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACB$, $\therefore \frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AB}$, 又 $\because AB=AD$, $\therefore \frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$;

(2) 设 $AE=x$, $\because AE:EC=1:2$, $\therefore EC=2x$,
 由 (1) 得: $AB^2=AE \cdot AC$, $\therefore AB=\sqrt{3}x$,
 又 $\because BA \perp AC$, $\therefore BC=2\sqrt{3}x$, $\therefore \angle ACB=30^\circ$,
 $\because F$ 是 BC 中点, $\therefore BF=\sqrt{3}x$, $\therefore BF=AB=AD$,
 又 $\because \angle ADB=\angle ACB=\angle ABD$, $\therefore \angle ADB=\angle CBD=30^\circ$, $\therefore AD \parallel BF$,
 \therefore 四边形 $ABFD$ 是平行四边形,
 又 $\because AD=AB$, \therefore 四边形 $ABFD$ 是菱形.

29. 解: (1) 由题设可知 $A(0, 1)$, $B(-3, \frac{5}{2})$,

根据题意得:
$$\begin{cases} c=1 \\ 9a-3b+c=\frac{5}{2} \\ a-b+c=4 \end{cases}$$
 解得:
$$\begin{cases} a=-\frac{5}{4} \\ b=-\frac{17}{4} \\ c=1 \end{cases}$$
 则二次函数的解析式是: $y=-\frac{5}{4}x^2-\frac{17}{4}x+1$;

$\frac{17}{4}x+1$;

(2) 设 $N(x, -\frac{5}{4}x^2-\frac{17}{4}x+1)$, 则 M 、 P 点的坐标分别是 $(x, -\frac{1}{2}x+1)$,

$(x, 0)$.

$\therefore MN=PN-PM$

$$=-\frac{5}{4}x^2-\frac{17}{4}x+1-(-\frac{1}{2}x+1)$$

$$=-\frac{5}{4}x^2-\frac{15}{4}x$$

$$=-\frac{5}{4}(x+\frac{3}{2})^2+\frac{45}{16}$$

则当 $x=-\frac{3}{2}$ 时, MN 的最大值为 $\frac{45}{16}$;

(3) 连接 MN 、 BN 、 BM 与 NC 互相垂直平分,
 即四边形 $BCMN$ 是菱形,

由于 $BC \parallel MN$,

即 $MN=BC$, 且 $BC=MC$,

$$\text{即 } -\frac{5}{4}x^2-\frac{15}{4}x=\frac{5}{2}, \text{ 且 } (-\frac{1}{2}x+1)^2+(x+3)^2=\frac{25}{4},$$

解得: $x=1$,

故当 $N(-1, 4)$ 时, MN 和 NC 互相垂直平分.

