

二元一次方程(组)及其应用

一、选择题

1. (2014•新疆, 第8题5分) “六•一”儿童节前夕, 某超市用3360元购进A, B两种童装共120套, 其中A型童装每套24元, B型童装每套36元. 若设购买A型童装 x 套, B型童装 y 套, 依题意列方程组正确的是 ()

A.
$$\begin{cases} x+y=120 \\ 36x+24y=3360 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x+y=120 \\ 24x+36y=3360 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 36x+24y=120 \\ x+y=3360 \end{cases}$$

D. [来源:Z#xx#k.Com]
$$\begin{cases} 24x+36y=120 \\ x+y=3360 \end{cases}$$

考 由实际问题抽象出二元一次方程组

点 :

分 设购买A型童装 x 套, B型童装 y 套, 根据超市用3360元购进A, B两种童装共120套, 列方程组求解.

解 解: 设购买A型童装 x 套, B型童装 y 套,

答 : 由题意得,
$$\begin{cases} x+y=120 \\ 24x+36y=3360 \end{cases}$$

故选B.

点 本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组, 解答本题的关键是读懂题意, 设出

评 : 未知数, 找出合适的等量关系, 列出方程.

2. (2014•温州, 第9题4分) 20位同学在植树节这天共种了52棵树苗, 其中男生每人种3棵, 女生每人种2棵. 设男生有 x 人, 女生有 y 人, 根据题意, 列方程组正确的是 ()

A.
$$\begin{cases} x+y=52 \\ 3x+2y=20 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x+y=52 \\ 2x+3y=20 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x+y=20 \\ 2x+3y=52 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x+y=20 \\ 3x+2y=52 \end{cases}$$

考 由实际问题抽象出二元一次方程组.

点：

分 设男生有 x 人，女生有 y 人，根据男女生人数为 20，共种了 52 棵树苗，列出方程组

析：成方程组即可。

解 解：设男生有 x 人，女生有 y 人，根据题意得，

答：
$$\begin{cases} x+y=20 \\ 3x+2y=52 \end{cases}$$

故选：D。

点 此题考查二元一次方程组的实际运用，找出题目蕴含的数量关系是解决问题的关

评：键。

3. (2014•毕节地区，第 13 题 3 分) 若 $-2a^m b^4$ 与 $5a^{n+2} b^{2m+n}$ 可以合并成一项，则 m^n 的值是 ()

A 2

B 0

C -1

D 1

考点：合并同类项

分析：根据同类项是字母相同且相同字母的指数也相同，可得 m 、 n 的值，根据乘方，可得答案。

解答：解：若 $-2a^m b^4$ 与 $5a^{n+2} b^{2m+n}$ 可以合并成一项，

$$\begin{cases} m=n+2 \\ 2m+n=4 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} m=2 \\ n=0 \end{cases}$$

$$m^n=2^0=1,$$

故选：D。

点评：本题考查了合并同类项，同类项是字母相同且相同字母的指数也相同是解题关键。

4. (2014•襄阳，第 8 题 3 分) 若方程 $mx+ny=6$ 的两个解是 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ ， $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ ，则 m ， n 的值

为 ()

A . 4 , 2

B . 2 , 4

C . - 4 , - 2

D . - 2 , - 4

考 二元一次方程的解 .

点 :

专 计算题 .

题 :

分 将 x 与 y 的两对值代入方程计算即可求出 m 与 n 的值 .

析 :

解

答 : 解 : 将 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$, $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$ 分别代入 $mx+ny=6$ 中 , 得 : $\begin{cases} m+n=6 \textcircled{1} \\ 2m-n=6 \textcircled{2} \end{cases}$,

$\textcircled{1}+\textcircled{2}$ 得 : $3m=12$, 即 $m=4$,

将 $m=4$ 代入 $\textcircled{1}$ 得 : $n=2$,

故选 A

点 此题考查了二元一次方程的解 , 方程的解即为能使方程左右两边相等的未知数的

评 : 值 .

5. (2014·襄阳 , 第 9 题 3 分) 用一条长 40cm 的绳子围成一个面积为 64cm^2 的长方形 . 设长方形的长为 $x\text{cm}$, 则可列方程为 ()

A . $x(20+x) = 64$ B . $x(20-x) = 64$ C . $x(40+x) = 64$ D . $x(40-x) = 64$

考 由实际问题抽象出一元二次方程 .

点 :

专 几何图形问题 .

题 :

分 本题可根据长方形的周长可以用 x 表示宽的值 , 然后根据面积公式即可列出方程 .

析 :

解 解 : 设长为 $x\text{cm}$,

答 : \because 长方形的周长为 40cm ,

\therefore 宽为 $(20-x)$ (cm) ,

得 $x(20-x) = 64$.

故选 B .

点 本题考查了一元二次方程的运用，要掌握运用长方形的面积计算公式 $S=ab$ 来解题的

评：方法 .

6. (2014·孝感，第5题3分) 已知 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 是二元一次方程组 $\begin{cases} 3x+2y=m \\ nx-y=1 \end{cases}$ 的解，则 $m-n$ 的

值是 ()

A . 1

B . 2

C . 3

D . 4

考 二元一次方程组的解 .

点：

专 计算题 .

题：

分 将 x 与 y 的值代入方程组求出 m 与 n 的值，即可确定出 $m-n$ 的值 .

析：

解

答：解：将 $x=-1, y=2$ 代入方程组得：
$$\begin{cases} -3+4=m \\ -n-2=1 \end{cases}$$

解得： $m=1, n=-3$ ，

则 $m-n=1-(-3)=1+3=4$.

故选 D

点 此题考查了二元一次方程组的解，方程组的解即为能使方程组中两方程成立的未知

评：数的值 .

7. (2014·台湾，第6题3分) 若二元一次联立方程式的解为 $x=a, y=b$ ，则 $a+b$ 之值为何？()

A . B .

C .

D .

分析：首先解方程组求得 x, y 的值，即可得到 a, b 的值，进而求得 $a+b$ 的值 .

解：解方程组得：

则 $a=$, $b=$,

则 $a+b=$ = .

故选 A .

点评：此题主要考查了二元一次方程组解法，解方程组的基本思想是消元，正确解方程组是关键 .

8. (2014•滨州，第 12 题 3 分) 王芳同学到文具店购买中性笔和笔记本，中性笔每支 0.8 元，笔记本每本 1.2 元，王芳同学花了 10 元钱，则可供她选择的购买方案的个数为 (两样都买，余下的钱少于 0.8 元) ()

A 6

B 7

C 8

D 9

考点：二元一次方程的应用

分析：设购买 x 只中性笔， y 只笔记本，根据题意得出： $9.2 < 0.8x + 1.2y \leq 10$ ，进而求出即可 .

解答：解；设购买 x 只中性笔， y 只笔记本，根据题意得出：

$$9.2 < 0.8x + 1.2y \leq 10,$$

当 $x=2$ 时， $y=7$ ，

当 $x=3$ 时， $y=6$ ，

当 $x=5$ 时， $y=5$ ，

当 $x=6$ 时， $y=4$ ，

当 $x=8$ 时， $y=3$ ，

当 $x=9$ 时， $y=2$ ，

当 $x=11$ 时， $y=1$ ，

故一共有 7 种方案 .

故选：B .

点评：此题主要考查了二元一次方程的应用，得出不等关系是解题关键 .

9. (2014 年山东泰安，第 7 题 3 分) 方程 $5x + 2y = -9$ 与下列方程构成的方程组的解为

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ 的是 ()}$$

A. $x+2y=1$ B. $3x+2y=-8$ C. $5x+4y=-3$ D. $3x-4y=-8$

分析：将 x 与 y 的值代入各项检验即可得到结果。

解：方程 $5x+2y=-9$ 与下列方程构成的方程组的解为 $\begin{cases} x=-2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$ 的是 $3x-4y=-8$ 。故选 D

点评：此题考查了二元一次方程组的解，方程组的解即为能使方程组中两方程成立的未知数的值。

二.填空题

1. (2014•福建泉州, 第11题4分) 方程组 $\begin{cases} x-y=0 \\ 2x+y=6 \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ 。

考 解二元一次方程组。

点：

专 计算题。

题：

分 方程组利用加减消元法求出解即可。

析：

解

答：解： $\begin{cases} x-y=0 \text{①} \\ 2x+y=6 \text{②} \end{cases}$ ，

①+②得： $3x=6$ ，即 $x=2$ ，

将 $x=2$ 代入①得： $y=2$ ，

则方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ 。

故答案为： $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

点 此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与

评：加减消元法。

2. (2014•浙江湖州, 第18题分) 解方程组 $\begin{cases} 3x+y=7 \\ 2x-y=3 \end{cases}$ 。

分析：方程组利用加减消元法求出解即可。

解： $\begin{cases} 3x+y=7 \text{①} \\ 2x-y=3 \text{②} \end{cases}$ ，①+②得： $5x=10$ ，即 $x=2$ ，

将 $x=2$ 代入①得： $y=1$ ，则方程组的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 。

点评：此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：加减消元法与代入消元法。

3. (2014•滨州，第16题4分) 某公园“6•1”期间举行特优读书游园活动，成人票和儿童票均有较大折扣。张凯、李利都随他们的家人参加了本次活动。王斌也想去，就去打听张凯、李利买门票花了多少钱。张凯说他家去了3个大人和4个小孩，共花了38元钱；李利说他家去了4个大人和2个小孩，共花了44元钱，王斌家计划去3个大人和2个小孩，请你帮他计算一下，需准备34元钱买门票。

考点：二元一次方程组的应用。

专题：应用题。

分析：设大人门票为 x ，小孩门票为 y ，根据题目给出的等量关系建立方程组，然后解出 x 、 y 的值，再代入计算即可。

解答：解：设大人门票为 x ，小孩门票为 y ，

$$\text{由题意，得：} \begin{cases} 3x+4y=38 \\ 4x+2y=44 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=10 \\ y=2 \end{cases}$$

$$\text{则 } 3x+2y=34.$$

即王斌家计划去3个大人和2个小孩，需要34元的门票。

故答案为：34。

点评：本题考查了二元一次方程组的应用，解答本题的关键是仔细审题，将实际问题转化为方程思想求解。

三.解答题

1. (2014•安徽省,第20题10分) 2013年某企业按餐厨垃圾处理费25元/吨、建筑垃圾处理费16元/吨的收费标准，共支付餐厨和建筑垃圾处理费5200元。从2014年元月起，收费标

准上调为：餐厨垃圾处理费 100 元/吨，建筑垃圾处理费 30 元/吨．若该企业 2014 年处理的这两种垃圾数量与 2013 年相比没有变化，就要多支付垃圾处理费 8800 元．

(1) 该企业 2013 年处理的餐厨垃圾和建筑垃圾各多少吨？

(2) 该企业计划 2014 年将上述两种垃圾处理总量减少到 240 吨，且建筑垃圾处理量不超过餐厨垃圾处理量的 3 倍，则 2014 年该企业最少需要支付这两种垃圾处理费共多少元？

考点： 一次函数的应用；二元一次方程组的应用；一元一次不等式的应用．

分析： (1) 设该企业 2013 年处理的餐厨垃圾 x 吨，建筑垃圾 y 吨，根据等量关系式：餐厨垃圾处理费 25 元/吨 \times 餐厨垃圾吨数+建筑垃圾处理费 16 元/吨 \times 建筑垃圾吨数=总费用，列方程．

(2) 设该企业 2014 年处理的餐厨垃圾 x 吨，建筑垃圾 y 吨，需要支付这两种垃圾处理费共 a 元，先求出 x 的范围，由于 a 的值随 x 的增大而增大，所以当 $x=60$ 时， a 值最小，代入求解．

解答： 解：(1) 设该企业 2013 年处理的餐厨垃圾 x 吨，建筑垃圾 y 吨，根据题意，得

$$\begin{cases} 25x+16y=5200 \\ 100x+30y=5200+8800 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} x=80 \\ y=200 \end{cases}$.

答：该企业 2013 年处理的餐厨垃圾 80 吨，建筑垃圾 200 吨；

(2) 设该企业 2014 年处理的餐厨垃圾 x 吨，建筑垃圾 y 吨，需要支付这两种垃圾处理费共 a 元，根据题意得，

$$\begin{cases} x+y=240 \\ y \leq 3x \end{cases}$$

解得 $x \geq 60$.

$$a=100x+30y=100x+30(240-x)=70x+7200,$$

由于 a 的值随 x 的增大而增大，所以当 $x=60$ 时， a 值最小，

$$\text{最小值}=70 \times 60 + 7200 = 11400 \text{ (元)} .$$

答：2014 年该企业最少需要支付这两种垃圾处理费共 11400 元．

点评： 本题主要考查了二元一次方程组及一元一次不等式的应用，找准等量关系正确的列出方程是解决本题的关键；

2. (2014•广西贺州, 第20题6分) 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} mx - \frac{1}{2}ny = \frac{1}{2} \\ mx + ny = 5 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$,

求 m 、 n 的值.

考 二元一次方程组的解.

点:

专 计算题.

题:

分 将 x 与 y 的值代入方程组计算即可求出 m 与 n 的值.

析:

解

答: 解: 将 $x=2$, $y=3$ 代入方程组得: $\begin{cases} 2m - \frac{3}{2}n = \frac{1}{2} \text{①} \\ 2m + 3n = 5 \text{②} \end{cases}$,

② - ① 得: $n=1$, 即 $n=1$,

将 $n=1$ 代入②得: $m=1$,

则 $m=1$, $n=1$.

点 此题考查了二元一次方程组的解, 方程组的解即为能使方程组中两方程成立的未知

评: 数的值.

3. (2014•温州, 第23题12分) 八(1)班五位同学参加学校举办的数学素养竞赛. 试卷中共有20道题, 规定每题答对得5分, 答错扣2分, 未答得0分. 赛后 A, B, C, D, E 五位同学对照评分标准回忆并记录了自己的答题情况 (E 同学只记得有7道题未答), 具体如下表

参赛同学	答对题数	答错题数	未答题数
A	19	0	1
B	17	2	1
C	15	2	3
D	17	1	2
E	/	/	7

(1) 根据以上信息, 求 A, B, C, D 四位同学成绩的平均分;

(2) 最后获知 $ABCDE$ 五位同学成绩分别是95分, 81分, 64分, 83分, 58分.

① 求 E 同学的答对题数和答错题数;

②经计算， A, B, C, D 四位同学实际成绩的平均分是80.75分，与(1)中算得的平均分不相符，发现是其中一位同学记错了自己的答题情况，请指出哪位同学记错了，并写出他的实际答题情况(直接写出答案即可)

考 二元一次方程组的应用；加权平均数.

点 :

分 (1)直接算出 A, B, C, D 四位同学成绩的总成绩，再进一步求得平均数即可；

析 (2)①设 E 同学答对 x 题，答错 y 题，根据对错共 $20 - 7 = 13$ 和总共得分58列出方程组成方程组即可；

②根据表格分别算出每一个人的总成绩，与实际成绩对比： A 为 $19 \times 5 = 95$ 分正确， B 为 $17 \times 5 + 2 \times (-2) = 81$ 分正确， C 为 $15 \times 5 + 2 \times (-2) = 71$ 错误， D 为 $17 \times 5 + 1 \times (-2) = 83$ 正确， E 正确；所以错误的是 E ，多算7分，也就是答对的少一题，打错的多一题，由此得出答案即可.

解 解：(1) $\bar{x} = \frac{(19+17+15+17) \times 5 + (2+2+1) \times (-2)}{4} = 82.5$ (分)，

答 :

答： A, B, C, D 四位同学成绩的平均分是82.5分.

(2)①设 E 同学答对 x 题，答错 y 题，由题意得

$$\begin{cases} 5x - 2y = 58 \\ x + y = 13 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 12 \\ y = 1 \end{cases},$$

答： E 同学答对12题，答错1题.

② C 同学，他实际答对14题，答错3题，未答3题.

点 此题考查加权平均数的求法，一元二次方程组的实际运用，以及有理数的混合运算

评 : 等知识，注意理解题意，正确列式解答.

4. (2014•舟山，第21题8分)某汽车专卖店销售 A, B 两种型号的新能源汽车.上周售出1辆 A 型车和3辆 B 型车，销售额为96万元；本周已售出2辆 A 型车和1辆 B 型车，销售额为62万元.

(1)求每辆 A 型车和 B 型车的售价各为多少元.

(2) 甲公司拟向该店购买 A, B 两种型号的新能源汽车共 6 辆，购车费不少于 130 万元，且不超过 140 万元．则有哪几种购车方案？

考 一元一次不等式组的应用；二元一次方程组的应用

点：

分 (1) 每辆 A 型车和 B 型车的售价分别是 x 万元、 y 万元．则等量关系为：1 辆 A 型车

析：和 3 辆 B 型车，销售额为 96 万元，2 辆 A 型车和 1 辆 B 型车，销售额为 62 万元；

(2) 设购买 A 型车 a 辆，则购买 B 型车 $(6 - a)$ 辆，则根据“购买 A, B 两种型号的新能源汽车共 6 辆，购车费不少于 130 万元，且不超过 140 万元”得到不等式组．

解 解：(1) 每辆 A 型车和 B 型车的售价分别是 x 万元、 y 万元．则

答：

$$\begin{cases} x+3y=96 \\ 2x+y=62 \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} x=18 \\ y=26 \end{cases}$$

答：每辆 A 型车的售价为 18 万元，每辆 B 型车的售价为 26 万元；

(2) 设购买 A 型车 a 辆，则购买 B 型车 $(6 - a)$ 辆，则依题意得

$$\begin{cases} 8a+26(6-a) \geq 130 \\ 18a+26(6-a) \leq 140 \end{cases}$$

解得 $2 \leq a \leq 3$ ．

$\because a$ 是正整数，

$\therefore a=2$ 或 $a=3$ ．

\therefore 共有两种方案：

方案一：购买 2 辆 A 型车和 4 辆 B 型车；

方案二：购买 3 辆 A 型车和 3 辆 B 型车．

点 本题考查了一元一次不等式组的应用和二元一次方程组的应用．解决问题的关键是

评：读懂题意，找到关键描述语，进而找到所求的量的等量关系．

5. (2014•邵阳，第 23 题 8 分) 小武新家装修，在装修客厅时，购进彩色地砖和单色地砖共 100 块，共花费 5600 元．已知彩色地砖的单价是 80 元/块，单色地砖的单价是 40 元/块．

(1) 两种型号的地砖各采购了多少块？

(2) 如果厨房也要铺设这两种型号的地砖共 60 块，且采购地砖的费用不超过 3200 元，那么彩色地砖最多能采购多少块？

考点：二元一次方程组的应用；一元一次不等式的应用

分析： (1) 设彩色地砖采购 x 块，单色地砖采购 y 块，根据彩色地砖和单色地砖的总价为 5600 及地砖总数为 100 建立二元一次方程组求出其解即可；
(2) 设购进彩色地砖 a 块，则单色地砖购进 $(60 - a)$ 块，根据采购地砖的费用不超过 3200 元建立不等式，求出其解即可。

解答： 解：(1) 设彩色地砖采购 x 块，单色地砖采购 y 块，由题意，得

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 80x+40y=5600 \end{cases} ,$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=40 \\ y=60 \end{cases} .$$

答：彩色地砖采购 40 块，单色地砖采购 60 块；

(2) 设购进彩色地砖 a 块，则单色地砖购进 $(60 - a)$ 块，由题意，得 $80a+40(60 - a) \leq 3200$ ，

解得： $a \leq 20$ 。

\therefore 彩色地砖最多能采购 20 块。

点评： 本题考查了列二元一次方程组解实际问题的运用，列一元一次不等式解实际问题的运用，解答时认真分析单价 \times 数量=总价的关系建立方程及不等式是关键。

6. (2014·云南昆明，第 21 题 8 分) 某校运动会需购买 A 、 B 两种奖品.若购买 A 种奖品 3 件和 B 种奖品 2 件，共需 60 元；若购买 A 种奖品 5 件和 B 种奖品 3 件，共需 95 元.

(1) 求 A 、 B 两种奖品单价各是多少元？

(2) 学校计划购买 A 、 B 两种奖品共 100 件，购买费用不超过 1150 元，且 A 种奖品的数量不大于 B 种奖品数量的 3 倍.设购买 A 种奖品 m 件，购买费用为 W 元，写出 W (元) 与 m (件) 之间的函数关系式，求出自变量 m 的取值范围，并确定最少费用 W 的值.

考 二元一次方程组的应用；一次函数的应用。

点：

分 (1) 设 A 、 B 两种奖品单价分别为 x 元、 y 元，由两个方程构成方程组，求出其解

析： 即可。

(2) 找出 W 与 m 之间的函数关系式 (一次函数)，由不等式组确定自变量 m 的取值范围，并由一次函数性质确定最少费用 W 的值.

解 解：(1) 设 A 、 B 两种奖品单价分别为 x 元、 y 元，由题意，得

答：
$$\begin{cases} 3x + 2y = 60 \\ 5x + 3y = 95 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 15 \end{cases}$$

答： A 、 B 两种奖品单价分别为 10 元、15 元。

(2) 由题意，得

$$\begin{aligned} W &= 10m + 15(100 - m) \\ &= 10m + 1500 - 15m \\ &= 1500 - 5m \end{aligned}$$

由
$$\begin{cases} 1500 - 5m \leq 1150 \\ m \leq 3(100 - m) \end{cases}$$
，解得： $70 \leq m \leq 75$ 。

由一次函数 $W = 1500 - 5m$ 可知， W 随 m 增大而减小

\therefore 当 $m = 75$ 时， W 最小，最小为 $W = 1500 - 5 \times 75 = 1125$ (元)

答：当购买 A 种奖品 75 件， B 种奖品 25 件时，费用 W 最小，最小为 1125 元。

点 本题考查了列二元一次方程组解实际问题的运用，不等式组的解法，一次函数的应
评： 用，解答时根据条件建立建立反映全题等量关系、不等关系、函数关系式关键。

7. (2014•益阳，第 19 题，10 分) 某电器超市销售每台进价分别为 200 元、170 元的 A 、 B 两种型号的电风扇，下表是近两周的销售情况：

销售时段	销售数量		销售收入	
	A 种型号	B 种型号		
第一周	3 台	5 台		1800 元
第二周	4 台	10 台		3100 元

(进价、售价均保持不变，利润=销售收入 - 进货成本)

(1) 求 A 、 B 两种型号的电风扇的销售单价；

(2) 若超市准备用不多于 5400 元的金额再采购这两种型号的电风扇共 30 台，求 A 种型号的电风扇最多能采购多少台？

(3) 在 (2) 的条件下，超市销售完这 30 台电风扇能否实现利润为 1400 元的目标？若能，请给出相应的采购方案；若不能，请说明理由。

考 二元一次方程组的应用；一元一次方程的应用；一元一次不等式的应用。

点：

分 (1) 设 A 、 B 两种型号电风扇的销售单价分别为 x 元、 y 元，根据 3 台 A 型号 5 台 B

析：型号的电扇收入 1800 元，4 台 A 型号 10 台 B 型号的电扇收入 3100 元，列方程组求解；

(2) 设采购 A 种型号电风扇 a 台，则采购 B 种型号电风扇 $(30 - a)$ 台，根据金额不多余 5400 元，列不等式求解；

(3) 设利润为 1400 元，列方程求出 a 的值为 20，不符合 (2) 的条件，可知不能实现目标。

解： (1) 设 A 、 B 两种型号电风扇的销售单价分别为 x 元、 y 元，

答：依题意得：
$$\begin{cases} 3x+5y=1800 \\ 4x+10y=3100 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=250 \\ y=210 \end{cases}$$

答： A 、 B 两种型号电风扇的销售单价分别为 250 元、210 元；

(2) 设采购 A 种型号电风扇 a 台，则采购 B 种型号电风扇 $(30 - a)$ 台。

依题意得： $200a+170(30 - a) \leq 5400$ ，

解得： $a \leq 10$ 。

答：超市最多采购 A 种型号电风扇 10 台时，采购金额不多于 5400 元；

(3) 依题意有： $(250 - 200)a + (210 - 170)(30 - a) = 1400$ ，

解得： $a = 20$ ，

$\because a > 10$ ，

\therefore 在 (2) 的条件下超市不能实现利润 1400 元的目标。

点 本题考查了二元一次方程组 and 一元一次不等式的应用，解答本题的关键是读懂题

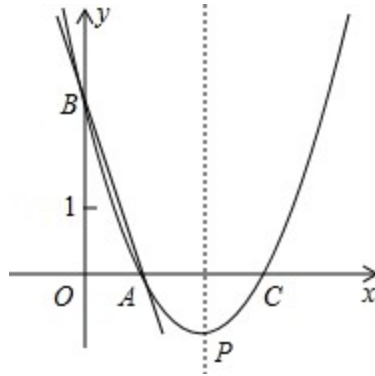
评：意，设出未知数，找出合适的等量关系和不等关系，列方程组和不等式求解。

8. (2014•益阳，第 20 题，10 分) 如图，直线 $y = -3x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，抛物线 $y = a(x - 2)^2 + k$ 经过点 A 、 B ，并与 x 轴交于另一点 C ，其顶点为 P 。

(1) 求 a ， k 的值；

(2) 抛物线的对称轴上有一点 Q ，使 $\triangle ABQ$ 是以 AB 为底边的等腰三角形，求 Q 点的坐标；

(3) 在抛物线及其对称轴上分别取点 M 、 N ，使以 A ， C ， M ， N 为顶点的四边形为正方形，求此正方形的边长。



(第2题图)

考 二次函数综合题 .

点 :

分 (1) 先求出直线 $y = -3x + 3$ 与 x 轴交点 A , 与 y 轴交点 B 的坐标 , 再将 A 、 B 两点坐

析 : 标代入 $y = a(x - 2)^2 + k$, 得到关于 a , k 的二元一次方程组 , 解方程组即可求解 ;

(2) 设 Q 点的坐标为 $(2, m)$, 对称轴 $x = 2$ 交 x 轴于点 F , 过点 B 作 BE 垂直于直线 $x = 2$ 于点 E . 在 $Rt\triangle AQF$ 与 $Rt\triangle BQE$ 中 , 用勾股定理分别表示出

$AQ^2 = AF^2 + QF^2 = 1 + m^2$, $BQ^2 = BE^2 + EQ^2 = 4 + (3 - m)^2$, 由 $AQ = BQ$, 得到方程

$1 + m^2 = 4 + (3 - m)^2$, 解方程求出 $m = 2$, 即可求得 Q 点的坐标 ;

(3) 当点 N 在对称轴上时 , 由 NC 与 AC 不垂直 , 得出 AC 为正方形的对角线 , 根据抛物线的对称性及正方形的性质 , 得到 M 点与顶点 $P(2, -1)$ 重合 , N 点为点 P 关于 x 轴的对称点 , 此时 , $MF = NF = AF = CF = 1$, 且 $AC \perp MN$, 则四边形 $AMCN$ 为正方形 , 在 $Rt\triangle AFN$ 中根据勾股定理即可求出正方形的边长 .

解 解 : (1) \because 直线 $y = -3x + 3$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ,

答 : $\therefore A(1, 0)$, $B(0, 3)$.

又 \because 抛物线 $y = a(x - 2)^2 + k$ 经过点 $A(1, 0)$, $B(0, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} a+k=0 \\ 4a+k=3 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=1 \\ k=-1 \end{cases},$$

故 a , k 的值分别为 1 , -1 ;

(2) 设 Q 点的坐标为 $(2, m)$, 对称轴 $x = 2$ 交 x 轴于点 F , 过点 B 作 BE 垂直于直线 $x = 2$ 于点 E .

在 $Rt\triangle AQF$ 中 , $AQ^2 = AF^2 + QF^2 = 1 + m^2$,

在 $Rt\triangle BQE$ 中 , $BQ^2 = BE^2 + EQ^2 = 4 + (3 - m)^2$,

$\because AQ = BQ$,

$$\therefore 1+m^2=4+(3-m)^2,$$

$$\therefore m=2,$$

$\therefore Q$ 点的坐标为 $(2, 2)$;

(3) 当点 N 在对称轴上时, NC 与 AC 不垂直, 所以 AC 应为正方形的对角线 .

又 \because 对称轴 $x=2$ 是 AC 的中垂线,

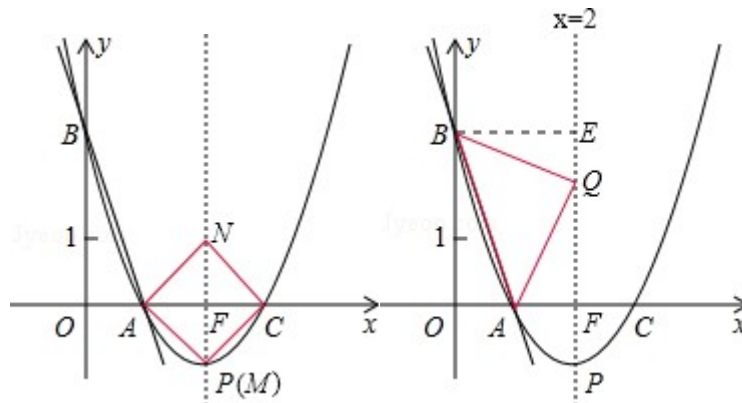
$\therefore M$ 点与顶点 $P(2, -1)$ 重合, N 点为点 P 关于 x 轴的对称点, 其坐标为

$(2, 1)$.

此时, $MF=NF=AF=CF=1$, 且 $AC \perp MN$,

\therefore 四边形 $AMCN$ 为正方形 .

在 $Rt\triangle AFN$ 中, $AN = \sqrt{AF^2 + NF^2} = \sqrt{2}$, 即正方形的边长为 $\sqrt{2}$.



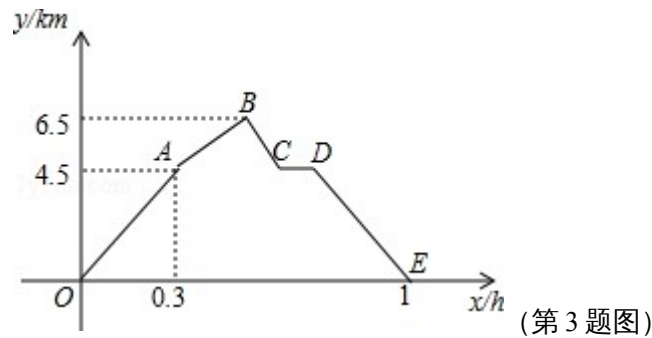
点 本题是二次函数的综合题型, 其中涉及到的知识点有二元一次方程组的解法, 等腰
评: 三角形的性质, 勾股定理, 二次函数的性质, 正方形的判定与性质, 综合性较强,
 难度适中 .

9. (2014 年江苏南京, 第 25 题) 从甲地到乙地, 先是一段平路, 然后是一段上坡路, 小明骑车从甲地出发, 到达乙地后立即原路返回甲地, 途中休息了一段时间, 假设小明骑车在平路、上坡、下坡时分别保持匀速前进 . 已知小明骑车上坡的速度比在平路上的速度每小时少 5km , 下坡的速度比在平路上的速度每小时多 5km . 设小明出发 $x\text{h}$ 后, 到达离甲地 $y\text{km}$ 的地方, 图中的折线 $OABCDE$ 表示 y 与 x 之间的函数关系 .

(1) 小明骑车在平路上的速度为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{km/h}$; 他途中休息了 $\underline{\hspace{2cm}}\text{h}$;

(2) 求线段 AB 、 BC 所表示的 y 与 x 之间的函数关系式;

(3) 如果小明两次经过途中某一地点的时间间隔为 $0.15h$ ，那么该地点离甲地多远？



考点：一次函数的解析式的运用，一元一次方程的运用

分析： (1) 由速度=路程÷时间就可以求出小明在平路上的速度，就可以求出返回的时间，进而得出途中休息的时间；

(2) 先由函数图象求出小明到达乙地的时间就可以求出 B 的坐标和 C 的坐标就可以由待定系数法求出解析式；

(3) 小明两次经过途中某一地点的时间间隔为 $0.15h$ ，由题意可以得出这个地点只能在破路上。设小明第一次经过该地点的时间为 t ，则第二次经过该地点的时间为

$(t+0.15)h$ ，根据距离甲地的距离相等建立方程求出其解即可。

解答： (1) 小明骑车在平路上的速度为： $4.5 \div 0.3 = 15$ ，

\therefore 小明骑车在上坡路的速度为： $15 - 5 = 10$ ，

小明骑车在上坡路的速度为： $15 + 5 = 20$ 。

\therefore 小明返回的时间为： $(6.5 - 4.5) \div 2 + 0.3 = 0.4$ 小时，

\therefore 小明骑车到达乙地的时间为： $0.3 + 2 \div 10 = 0.5$ 。

\therefore 小明途中休息的时间为： $1 - 0.5 - 0.4 = 0.1$ 小时。

故答案为： $15, 0.1$

(2) 小明骑车到达乙地的时间为 0.5 小时， $\therefore B(0.5, 6.5)$ 。

小明下坡行驶的时间为： $2 \div 20 = 0.1$ ， $\therefore C(0.6, 4.5)$ 。

设直线 AB 的解析式为 $y = k_1x + b_1$ ，由题意，得
$$\begin{cases} 4.5 = 0.3k_1 + b_1 \\ 6.5 = 0.5k_1 + b_1 \end{cases}$$
，解得：
$$\begin{cases} k_1 = 10 \\ b_1 = 1.5 \end{cases}$$
，

$\therefore y = 10x + 1.5$ ($0.3 \leq x \leq 0.5$)；

设直线 BC 的解析式为 $y = k_2x + b_2$ ，由题意，得
$$\begin{cases} 6.5 = 0.5k_2 + b_2 \\ 4.5 = 0.6k_2 + b_2 \end{cases}$$
，解得：
$$\begin{cases} k_2 = -20 \\ b_2 = 16.5 \end{cases}$$
，

$\therefore y = -20x + 16.5$ ($0.5 < x \leq 0.6$)

(3) 小明两次经过途中某一地点的时间间隔为 $0.15h$ ，由题意可以得出这个地点只能在破路上．设小明第一次经过该地点的时间为 t ，则第二次经过该地点的时间为

$(t+0.15)h$ ，由题意，得

$10t+1.5=-20(t+0.15)+16.5$ ，解得： $t=0.4$ ， $\therefore y=10\times 0.4+1.5=5.5$ ， \therefore 该地点离甲地 $5.5km$ ．

点评：本题考查了行程问题的数量关系的运用，待定系数法求一次函数的解析式的运用，一元一次方程的运用，解答时求出一次函数的解析式是关键．

10. (2014•泰州，第21题，10分) 今年“五一”小长假期间，某市外来与外出旅游的总人数为226万人，分别比去年同期增长30%和20%，去年同期外来旅游比外出旅游的人数多20万人．求该市今年外来和外出旅游的人数．

考 二元一次方程组的应用

点：

分 设该市去年外来人数为 x 万人，外出旅游的人数为 y 万人，根据总人数为226万人，

析：去年同期外来旅游比外出旅游的人数多20万人，列方程组求解．

解 解：设该市去年外来人数为 x 万人，外出旅游的人数为 y 万人，

答：

$$\text{由题意得，} \begin{cases} x - y = 20 \\ (1+30\%)x + (1+20\%)y = 226 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 100 \\ y = 80 \end{cases}$$

则今年外来人数为： $100 \times (1+30\%) = 130$ (万人)，

今年外出旅游人数为： $80 \times (1+20\%) = 96$ (万人)．

答：该市今年外来人数为130万人，外出旅游的人数为96万人．

点 本题考查了二元一次方程组的应用，解答本题的关键是读懂题意，设出未知数，找

评：出合适的等量关系，列方程组求解．

11. (2014•扬州，第26题，10分) 对 x, y 定义一种新运算 T ，规定： $T(x, y) = \frac{ax+by}{2x+y}$

(其中 a, b 均为非零常数)，这里等式右边是通常的四则运算，例如： $T(0, 1) =$

$$\frac{a \times 0 + b \times 1}{2 \times 0 + 1} = b.$$

(1) 已知 $T(1, -1) = -2$, $T(4, 2) = 1$.

① 求 a, b 的值;

② 若关于 m 的不等式组 $\begin{cases} T(2m, 5-4m) \leq 4 \\ T(m, 3-2m) > p \end{cases}$ 恰好有 3 个整数解, 求实数 p 的取值范围;

(2) 若 $T(x, y) = T(y, x)$ 对任意实数 x, y 都成立 (这里 $T(x, y)$ 和 $T(y, x)$ 均有意义), 则 a, b 应满足怎样的关系式?

考 分式的混合运算; 解二元一次方程组; 一元一次不等式组的整数解

点:

分 (1) ① 已知两对值代入 T 中计算求出 a 与 b 的值;

析: ② 根据题中新定义化简已知不等式, 根据不等式组恰好有 3 个整数解, 求出 p 的范围即可;

(2) 由 $T(x, y) = T(y, x)$ 列出关系式, 整理后即可确定出 a 与 b 的关系式.

解

解: (1) ① 根据题意得: $T(1, -1) = \frac{a-b}{2-1} = -2$, 即 $a-b = -2$;

答:

$T(4, 2) = \frac{4a+2b}{8+2} = 1$, 即 $2a+b=5$,

解得: $a=1, b=3$;

② 根据题意得: $\begin{cases} \frac{2m+3(5-4m)}{4m+5-4m} \leq 4 \text{ ①} \\ \frac{m+3(3-2m)}{2m+3-2m} > p \text{ ②} \end{cases}$,

由①得: $m \geq -\frac{1}{2}$;

由②得: $m < \frac{9-3p}{5}$,

\therefore 不等式组的解集为 $-\frac{1}{2} \leq m < \frac{9-3p}{5}$,

\therefore 不等式组恰好有 3 个整数解, 即 $m=0, 1, 2$,

$\therefore 2 \leq \frac{9-3p}{5} < 3$,

解得: $-2 \leq p < -\frac{1}{3}$;

(2) 由 $T(x, y) = T(y, x)$, 得到 $\frac{ax+by}{2x+y} = \frac{ay+bx}{2y+x}$,

整理得 : $(x^2 - y^2) (2b - a) = 0$,

$\because T(x, y) = T(y, x)$ 对任意实数 x, y 都成立 ,

$\therefore 2b - a = 0$, 即 $a = 2b$.

点 此题考查了分式的混合运算, 解二元一次方程组, 以及一元一次不等式组的整数

评 : 解, 弄清题中的新定义是解本题的关键 .

12. (2014•呼和浩特, 第 22 题 7 分) 为鼓励居民节约用电, 我市自 2012 年以来对家庭用电收费实行阶梯电价, 即每月对每户居民的用电量分为三个档级收费, 第一档为用电量在 180 千瓦时 (含 180 千瓦时) 以内的部分, 执行基本价格; 第二档为用电量在 180 千瓦时到 450 千瓦时 (含 450 千瓦时) 的部分, 实行提高电价; 第三档为用电量超出 450 千瓦时的部分, 执行市场调节价格. 我市一位同学家今年 2 月份用电 330 千瓦时, 电费为 213 元, 3 月份用电 240 千瓦时, 电费为 150 元. 已知我市的一位居民今年 4、5 月份的家庭用电量分别为 160 和 410 千瓦时, 请你依据该同学家的缴费情况, 计算这位居民 4、5 月份的电费分别为多少元?

考 二元一次方程组的应用 .

点 :

分 设基本电价为 x 元/千瓦时, 提高电价为 y 元/千瓦时, 根据 2 月份用电 330 千瓦时,

析 : 电费为 213 元, 3 月份用电 240 千瓦时, 电费为 150 元, 列方程组求解 .

解 解: 设基本电价为 x 元/千瓦时, 提高电价为 y 元/千瓦时,

答 : 由题意得,
$$\begin{cases} 180x+150y=213 \\ 180x+60y=150 \end{cases}$$

解得:
$$\begin{cases} x=0.6 \\ y=0.7 \end{cases}$$

则四月份电费为: $160 \times 0.6 = 96$ (元) ,

五月份电费为: $180 \times 0.6 + 230 \times 0.7 = 108 + 161 = 269$ (元) .

答: 这位居民四月份的电费为 96 元, 五月份的电费为 269 元 .

点 本题考查了二元一次方程组的应用, 解答本题的关键是读懂题意, 设出未知数, 找

评 : 出合适的等量关系, 列方程组求解 .

13. (2014•滨州, 第19题3分) (2) 解方程组:
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$

考点: 解二元一次方程组;

专题: 计算题.

分析: (2) 方程组利用加减消元法求出解即可.

解答:

解: (2)
$$\begin{cases} 3x - y = 7 \text{ ①} \\ x + 3y = -1 \text{ ②} \end{cases}$$

① \times 3+②得: $10x=20$, 即 $x=2$,

将 $x=2$ 代入①得: $y=-1$,

则方程组的解为
$$\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$$
.

点评: 此题考查了解二元一次方程组, 熟练掌握运算是解本题的关键.