第4讲　二次函数

分层训练

FenCengXunLian

一级训练

1．(2012年广西北海)已知二次函数$y=x^2-4x+5$的顶点坐标为(　　)

A．$(-2，-1)$ B．$(2,1)$ C．$(2，-1)$ D．$(-2,1)$

2．(2012年贵州黔东南州)抛物线$y=x^2-4x+3$的图象向右平移2个单位长度后所得新的抛物线的顶点坐标为(　　)

A．$(4，-1)$ B．$(0，-3)$ C．$(-2，-3)$ D．$(-2，-1)$

3．(2011年浙江温州)已知二次函数的图象$(0\le x\le 3)$如图3－4－4.关于该函数在所给自变量的取值范围内，下列说法正确的是(　　)

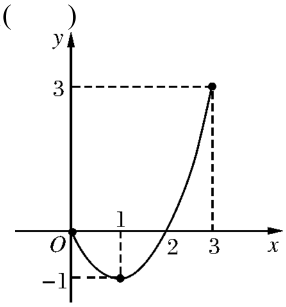


图3－4－4

A．有最小值0，有最大值3 B．有最小值－1，有最大值0

C．有最小值－1，有最大值3 D．有最小值－1，无最大值

4．(2012年湖南衡阳)如图3－4－5为二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图象，则下列说法：①$a>0$; ②$2a+b=0$；③$a+b+c>0$；④当$-1<x<3$时，$y>0$.其中正确的个数为(　　)

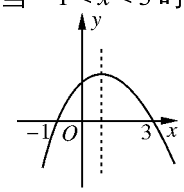


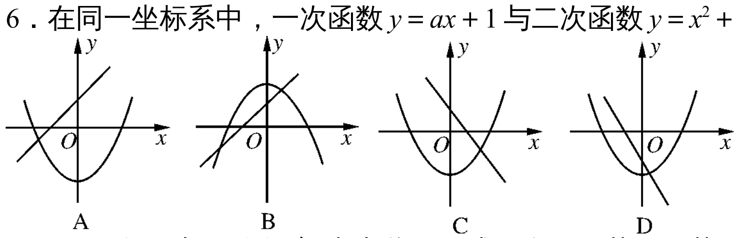
图3－4－5

A．1 B．2 C．3 D．4

5．(2012年陕西)在平面直角坐标系中，将抛物线$y=x^2-x-6$向上(下)或向左(右)平移了m个单位，使平移后的抛物线恰好经过原点，则的最小值为(　　)

A．1 B．2 C．3 D．6

6．在同一坐标系中，一次函数$y=ax+1$与二次函数$y=x^2+a$的图象可能是(　　)



A　B　C　D

7．(2012年黑龙江哈尔滨)李大爷要围成一个矩形菜园，菜园的一边利用足够长的墙，用篱笆围成的另外三边总长应恰好为24米．要围成的菜园是如图3－4－6所示的矩形$ABCD$.设BC边的长为x米，AB边的长为y米，则y与x之间的函数关系式是(　　)

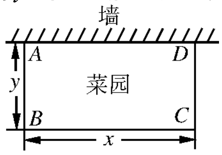


图3－4－6

A．$y=-2x+24(0<x<12)$

B．$y=-x+12(0<x<24)$

C．$y=2x-24(0<x<12)$

D．$y=x-12(0<x<24)$

8．(2011年浙江宁波)将抛物线$y=x^2$的图象向上平移1个单位，则平移后的抛物线的解析式为____________．

9．(2011年贵州贵阳)写出一个开口向下的二次函数的表达式____________________．

10．(2011年浙江舟山)如图3－4－7，已知二次函数$y=x^2+bx+c$的图象经过点$(-1,0)$，$(1，-2)$，当y随x的增大而增大时，x的取值范围是____________．

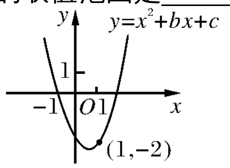


图3－4－7

11．(2011年江苏淮安)抛物线$y=x^2-2x+3$的顶点坐标是__________．

12．(2011年江苏盐城)已知二次函数$y=-x^2-x+$.

(1)在如图3－4－8中的直角坐标系中，画出这个函数的图象；

(2)根据图象，写出当$y<0$时，x的取值范围；

(3)若将此图象沿x轴向右平移3个单位，请写出平移后图象所对应的函数关系式．

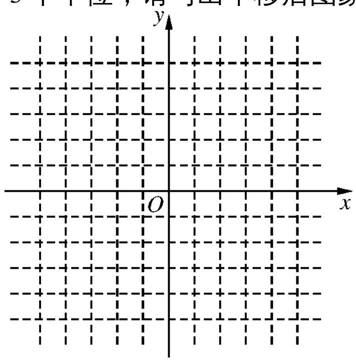


图3－4－8

13．(2011年广东)已知抛物线$y=x^2+x+c$与x轴没有交点．

(1)求c的取值范围；

(2)试确定直线$y=cx+1$经过的象限，并说明理由．

14．(2012年黑龙江哈尔滨)小磊要制作一个三角形的钢架模型，在这个三角形中，长度为x(单位：cm)的边与这条边上的高之和为40 cm，这个三角形的面积S(单位：cm^2)随x(单位：cm)的变化而变化．

(1)请直接写出S与x之间的函数关系式(不要求写出自变量x的取值范围)；

(2)当x是多少时，这个三角形面积S最大？最大面积是多少？

二级训练

15．(2011年甘肃兰州)如图3－4－9所示的二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象中，刘星同学观察得出了下面四条信息：①$b^2-4ac>0$；②$c>1$；③$2a-b<0$；④$a+b+c<0$.你认为其中错

误的有(　　)

A．2个 B．3个 C．4个 D．1个

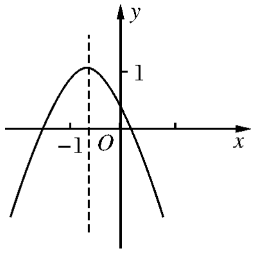


图 3－4－9

16．(2011年广东茂名)给出下列命题：

命题1：点(1,1)是双曲线$y=$与抛物线$y=x^2$的一个交点．

命题2：点(1,2)是双曲线$y=$与抛物线$y=2x^2$的一个交 点．

命题3：点(1,3)是双曲线$y=$与抛物线$y=3x^2$的一个交点．

……

请你观察上面的命题，猜想出命题n(n是正整数)：______________________________.

17．(2011年湖南怀化)已知：关于x的方程$ax^2-(1-3a)x+2a-1=0$.

(1)当a取何值时，二次函数$y=ax^2-(1-3a)x+2a-1$的对称轴是$x=-2$?

(2)求证：a取任何实数时，方程$ax^2-(1-3a)x+2a-1=0$总有实数根．

三级训练

18．(2011年四川凉山州)二次函数$y=ax^2+bx+c$的图象如图3－4－10，反比例函数$y=$与正比例函数$y=bx$在同一坐标系内的大致图象是(　　)

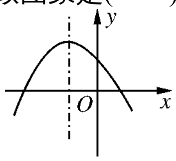
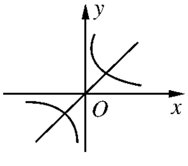
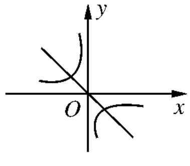


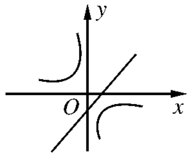
图 3－4－10



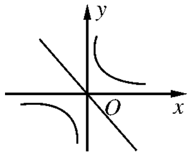
A



B



C



D

19．(2012年广东深圳)如图3－4－11，已知△ABC的三个顶点坐标分别为$A(-4,0)$，$B(1,0)$，$C(-2,6)$．

(1)求经过A，B，C三点的抛物线解析式；

(2)设直线BC交y轴于点E，连接AE，求证：$AE=CE$；

(3)设抛物线与y轴交于点D，连接AD交BC于点F，试问以A，B，F为顶点的三角形与△ABC相似吗？请说明理由．

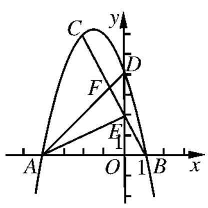


图 3－4－11

第4讲　二次函数

【分层训练】

1．B

2．A　解析：$y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$，所以顶点坐标为(2，－1)，右平移2个单位长度后所得新的抛物线的顶点坐标为(4，－1)．

3．C

4．C　解析：①图象开口向下，能得到$a<0$；

②对称轴在y轴右侧，$x=\ =1$，则有$-\ =1$，即$2a+b=0$；

③当$x=1$时，$y>0$，则$a+b+c>0$；

④由图可知，当$-1<x<3$时，$y>0$.

5．B　解析：由$y=x^2-x-6=(x-3)(x+2)$，可求出抛物线与x轴有两个交点分别为(3,0)(－2,0)，将抛物线向右平移2个单位，恰好使得抛物线经过原点，且移动距离最小．

6．C

7．B　解析：本题考查函数解析式的表示方法及自变量取值范围．$AB+CD+BC=24$，即$2AB+x=24,2y+x=24$，所以$y=12-x$.因为菜园一边的墙足够长，所以自变量$x(BC)$只要小于24即可，又边长大于零，所以x取值范围$0<x<24$.故选B.

8．$y=x^2+1$　9.$y=-x^2+2x+1$(答案不唯一)

10．$x>$　11.(1,2)

12．解：(1)画图(如图D8)．

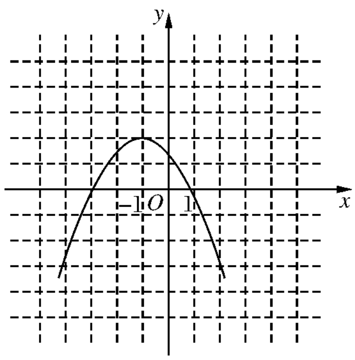


图 D8

(2)当$y<0$时，x的取值范围是$x<-3$或$x>1$.

(3)平移后图象所对应的函数关系式为

$y=-(x-2)^2+2$.

13．解：(1)∵抛物线与x轴没有交点，

∴$\Delta<0$，即$1-2c<0$，解得$c>$.

(2)∵$c>$，

∴直线$y=cx+1$随x的增大而增大．

∵$b=1$，

∴直线$y=cx+1$经过第一、二、三象限．

14．解：(1)$S=\times x(40-x)=-x^2+20x$.

(2)当$x=-\ =20$时，$S=\ =200$，

所以当$x=20$ cm时，三角形的面积最大，最大面积是200 cm².

15．D

16．点(1，n)是双曲线$y=$与抛物线$y=nx^2$的一个交点

17．(1)解：∵二次函数$y=ax^2-(1-3a)x+2a-1$的对称轴是$x=-2$，

$\therefore x=-=-=-2.$

解得 $a=-1$.

(2)证明：①当 $a=0$ 时，原方程变为 $-x-1=0$，

方程的解为 $x=-1$；

② 当 $a\neq0$ 时，原方程为一元二次方程，

$ax^2-(1-3a)x+2a-1=0.$

当 $\Delta\geq0$ 时，方程总有实数根，

$\therefore[-(1-3a)]^2-4a(2a-1)\geq0.$

整理，得 $a^2-2a+1\geq0$，即 $(a-1)^2\geq0$.

$\because a\neq0$ 时，$(a-1)^2\geq0$ 总成立，

$\therefore a$ 取任何实数时，方程 $ax^2-(1-3a)x+2a-1=0$ 总有实数根．

18．B

19．(1)解：∵抛物线经过 $A(-4,0)$，$B(1,0)$两点，

∴设函数解析式为 $y=a(x+4)(x-1)$．

又∵由抛物线经过点 $C(-2,6)$，

$\therefore 6=a(-2+4)(-2-1)$，解得 $a=-1$.

∴经过 A，B，C 三点的抛物线解析式为 $y=-(x+4)\cdot(x-1)$，即 $y=-x^2-3x+4$.

(2)证明：设直线 BC 的函数解析式为 $y=kx+b$，

由题意，得解得

∴直线 BC 的解析式为 $y=-2x+2$.

∴点 E 的坐标为(0,2)．

$\therefore AE==2$ ，

$CE==2$.

$\therefore AE=CE.$

(3)解：相似．理由如下：

设直线 AD 的解析式为 $y=k_1x+b_1$，则解得

∴直线 AD 的解析式为 $y=x+4$.

联立直线 AD 与直线 BC 的函数解析式．可得解得

∴点 F 的坐标为.

则 $BF==$ ，

又∵$AB=5$，$BC==3$ ，

∴= ，= ，∴=.

又∵$\angle ABF=\angle CBA$，∴$\triangle ABF\backsim\triangle CBA$.

∴以 A，B，F 为顶点的三角形与$\triangle ABC$ 相似．