

2016年山东省菏泽市中考数学试卷

一、选择题（本大题共8个小题，每小题3分，共24分，在每小题给出的四个选项A、B、C、D中，只有一个选项是正确的，请把正确的选项涂在答题卡相应位置）

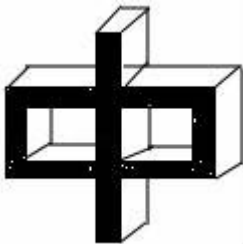
1. 下列各对数是互为倒数的是（ ）

- A. 4和-4 B. -3和 $\frac{1}{3}$ C. -2和 $-\frac{1}{2}$ D. 0和0

2. 以下微信图标不是轴对称图形的是（ ）

- A.  B.  C.  D. 

3. 如图所示，该几何体的俯视图是（ ）

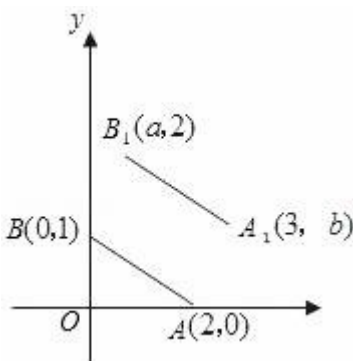


- A.  B.  C.  D. 

4. 当 $1 < a < 2$ 时，代数式 $|a - 2| + |1 - a|$ 的值是（ ）

- A. -1 B. 1 C. 3 D. -3

5. 如图，A, B的坐标为(2, 0), (0, 1)，若将线段AB平移至 A_1B_1 ，则a+b的值为（ ）



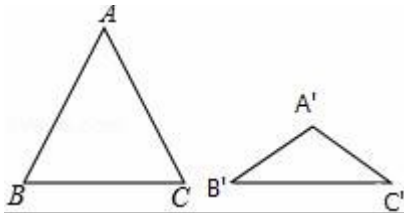
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. 在 $\square ABCD$ 中， $AB=3$ ， $BC=4$ ，当 $\square ABCD$ 的面积最大时，下列结论正确的有（ ）

- ① $AC=5$ ；② $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ；③ $AC \perp BD$ ；④ $AC=BD$.

A. ①②③ B. ①②④ C. ②③④ D. ①③④

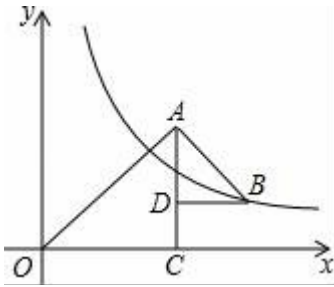
7. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 都是等腰三角形, 且 $AB=AC=5$, $A'B'=A'C'=3$, 若 $\angle B + \angle B' = 90^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为 ()



A. 25 : 9 B. 5 : 3 C. $\sqrt{5} : \sqrt{3}$ D. $5\sqrt{5} : 3\sqrt{3}$

8. 如图, $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形, $\angle ACO = \angle ADB = 90^\circ$, 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限的图

象经过点 B, 则 $\triangle OAC$ 与 $\triangle BAD$ 的面积之差 $S_{\triangle OAC} - S_{\triangle BAD}$ 为 ()

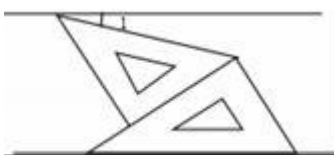


A. 36 B. 12 C. 6 D. 3

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 只要求把最后结果填写在答题卡的相应区域内)

9. 2016 年春节期间, 在网络上用“百度”搜索引擎搜索“开放二孩”, 能搜索到与之相关的结果个数约为 45100000, 这个数用科学记数法表示为_____.

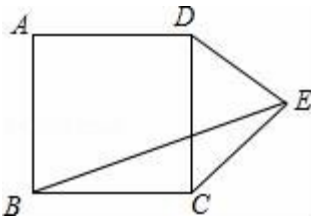
10. 如图, 将一副三角板和一张对边平行的纸条按下列方式摆放, 两个三角板的一直角边重合, 含 30° 角的直角三角板的斜边与纸条一边重合, 含 45° 角的三角板的一个顶点在纸条的另一边上, 则 $\angle 1$ 的度数是



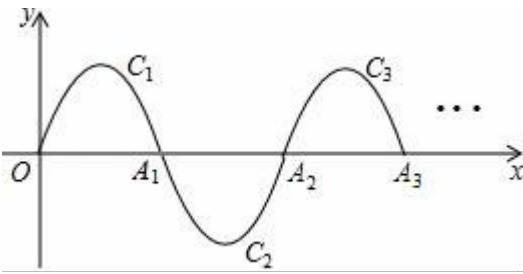
11. 某校九年级 (1) 班 40 名同学中, 14 岁的有 1 人, 15 岁的有 21 人, 16 岁的有 16 人, 17 岁的有 2 人, 则这个班同学年龄的中位数是_____岁.

12. 已知 m 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根, 则 $2m^2 - 4m =$ _____.

13. 如图，在正方形 ABCD 外作等腰直角 $\triangle CDE$ ， $DE=CE$ ，连接 BE，则 $\tan \angle EBC=$ _____.



14. 如图，一段抛物线： $y=-x(x-2)$ ($0 \leq x \leq 2$) 记为 C_1 ，它与 x 轴交于两点 O, A_1 ；将 C_1 绕 A_1 旋转 180° 得到 C_2 ，交 x 轴于 A_2 ；将 C_2 绕 A_2 旋转 180° 得到 C_3 ，交 x 轴于 A_3 ；... 如此进行下去，直至得到 C_6 ，若点 $P(11, m)$ 在第 6 段抛物线 C_6 上，则 $m=$ _____.

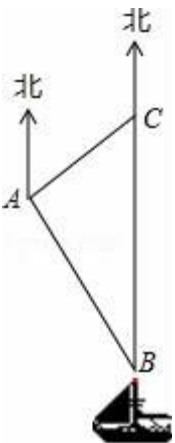


三、解答题 (本题共 78 分，把解答和证明过程写在答题卡的相应区域内)

15. 计算： $2^{-2} - 2\cos 60^\circ + |\sqrt{12}| + (\pi - 3.14)^0$.

16. 已知 $4x=3y$ ，求代数式 $(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 2y^2$ 的值.

17. 南沙群岛是我国固有领土，现在我南海渔民要在南沙某海岛附近进行捕鱼作业，当渔船航行至 B 处时，测得该岛位于正北方向 $20(1+\sqrt{3})$ 海里的 C 处，为了防止某国还巡警干扰，就请求我 A 处的鱼监船前往 C 处护航，已知 C 位于 A 处的北偏东 45° 方向上，A 位于 B 的北偏西 30° 的方向上，求 A、C 之间的距离.

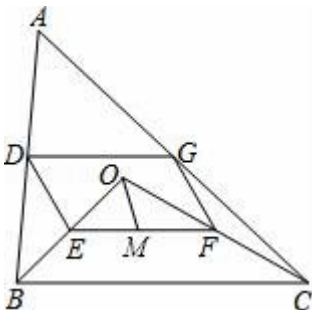


18. 列方程或方程组解应用题：

为了响应“十三五”规划中提出的绿色环保的倡议，某校文印室提出了每个人都践行“双面打印，节约用纸”。已知打印一份资料，如果用 A4 厚型纸单面打印，总质量为 400 克，将其全部改成双面打印，用纸将减少一半；如果用 A4 薄型纸双面打印，这份资料的总质量为 160 克，已知每页薄型纸比厚型纸轻 0.8 克，求 A4 薄型纸每页的质量。（墨的质量忽略不计）

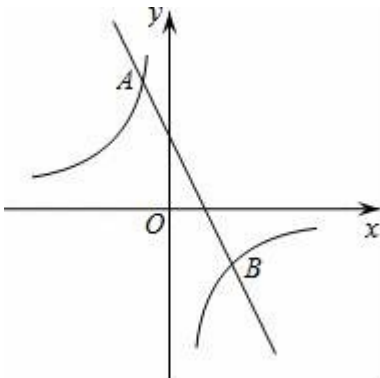
19. 如图，点 O 是 $\triangle ABC$ 内一点，连结 OB、OC，并将 AB、OB、OC、AC 的中点 D、E、F、G 依次连结，得到四边形 DEFG。

- (1) 求证：四边形 DEFG 是平行四边形；
- (2) 若 M 为 EF 的中点， $OM=3$ ， $\angle OBC$ 和 $\angle OCB$ 互余，求 DG 的长度。



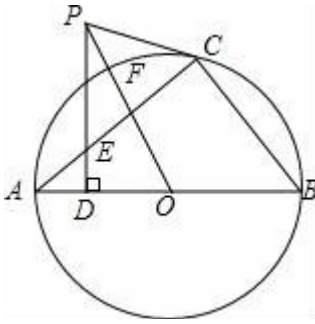
20. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 与直线 $y = -2x + 2$ 交于点 A $(-1, a)$ 。

- (1) 求 a, m 的值；
- (2) 求该双曲线与直线 $y = -2x + 2$ 另一个交点 B 的坐标。



21. 如图，直角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，点 D 是直角 $\triangle ABC$ 斜边 AB 上的一点，过点 D 作 AB 的垂线交 AC 于 E，过点 C 作 $\angle ECP = \angle AED$ ，CP 交 DE 的延长线于点 P，连结 PO 交 $\odot O$ 于点 F。

- (1) 求证：PC 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $PC=3$ ， $PF=1$ ，求 AB 的长。



22. 锐锐参加我市电视台组织的“牡丹杯”智力竞答节目，答对最后两道单选题就顺利通关，第一道单选题有 3 个选项，第二道单选题有 4 个选项，这两道题锐锐都不会，不过锐锐还有两个“求助”可以用（使用“求助”一次可以让主持人去掉其中一题的一个错误选项）。

- (1) 如果锐锐两次“求助”都在第一道题中使用，那么锐锐通关的概率是_____。
- (2) 如果锐锐两次“求助”都在第二道题中使用，那么锐锐通关的概率是_____。
- (3) 如果锐锐将每道题各用一次“求助”，请用树状图或者列表来分析他顺序通关的概率。

23. 如图， $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形，点 A, D, E 在同一直线上，连接 BE。

- (1) 如图 1，若 $\angle CAB = \angle CBA = \angle CDE = \angle CED = 50^\circ$

- ① 求证： $AD = BE$ ；
- ② 求 $\angle AEB$ 的度数。

- (2) 如图 2，若 $\angle ACB = \angle DCE = 120^\circ$ ，CM 为 $\triangle DCE$ 中 DE 边上的高，BN 为 $\triangle ABE$ 中 AE 边上的高，试

证明： $AE = 2\sqrt{3}CM + \frac{2\sqrt{3}}{3}BN$ 。

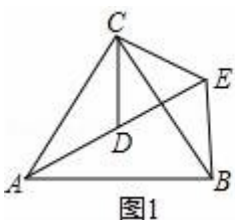


图1

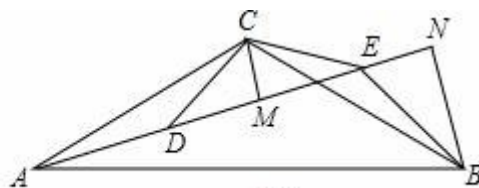
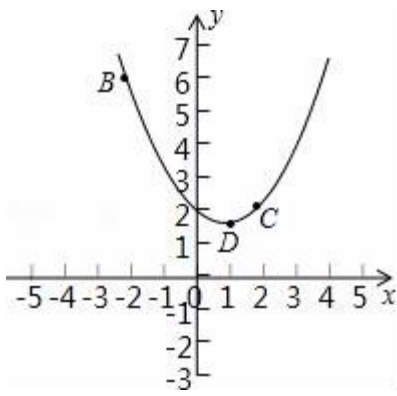


图2

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 过 $B(-2, 6)$ ， $C(2, 2)$ 两点。

- (1) 试求抛物线的解析式；
- (2) 记抛物线顶点为 D，求 $\triangle BCD$ 的面积；
- (3) 若直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 向上平移 b 个单位所得的直线与抛物线段 BDC（包括端点 B、C）部分有两个交点，

求 b 的取值范围。



2016年山东省菏泽市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共8个小题，每小题3分，共24分，在每小题给出的四个选项A、B、C、D中，只有一个选项是正确的，请把正确的选项涂在答题卡相应位置）

1. 下列各对数是互为倒数的是（ ）

A. 4和-4 B. -3和 $\frac{1}{3}$ C. -2和 $-\frac{1}{2}$ D. 0和0

【考点】倒数.

【分析】根据倒数的定义可知，乘积是1的两个数互为倒数，据此求解即可.

【解答】解：A、 $4 \times (-4) \neq 1$ ，选项错误；

B、 $-3 \times \frac{1}{3} \neq 1$ ，选项错误；

C、 $-2 \times (-\frac{1}{2}) = 1$ ，选项正确；

D、 $0 \times 0 \neq 1$ ，选项错误.

故选C.

【点评】主要考查了倒数的定义：若两个数的乘积是1，我们就称这两个数互为倒数. 要求掌握并熟练运用.

2. 以下微信图标不是轴对称图形的是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【考点】轴对称图形.

【分析】根据轴对称图形的概念求解，看图形是不是关于直线对称.

【解答】解：A、是轴对称图形；

B、是轴对称图形；

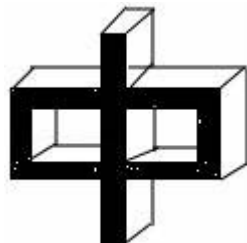
C、是轴对称图形；





D、不是轴对称图形.

故选 D .

【点评】本题主要考查了轴对称的概念，轴对称的关键是寻找对称轴，两边图象折叠后可重合 .

3 . 如图所示，该几何体的俯视图是 ()



- A .  B .  C .  D . 

【考点】简单组合体的三视图 .

【分析】根据俯视图是从物体的上面看得到的视图进行解答即可 .

【解答】解：从上往下看，可以看到选项 C 所示的图形 .

故选：C .

【点评】本题考查了三视图的知识，掌握俯视图是从物体的上面看得到的视图是解题的关键 .

4 . 当 $1 < a < 2$ 时，代数式 $|a - 2| + |1 - a|$ 的值是 ()

- A . -1 B . 1 C . 3 D . -3

【考点】代数式求值；绝对值 .

【专题】计算题 .

【分析】根据 a 的取值范围，先去绝对值符号，再计算求值 .

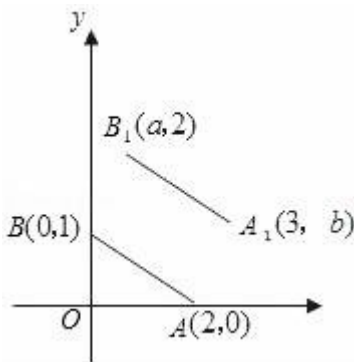
【解答】解：当 $1 < a < 2$ 时，

$$|a - 2| + |1 - a| = 2 - a + a - 1 = 1 .$$

故选：B .

【点评】此题考查的知识点是代数式求值及绝对值，关键是根据 a 的取值，先去绝对值符号 .

5 . 如图，A，B 的坐标为 $(2, 0)$ ， $(0, 1)$ ，若将线段 AB 平移至 A_1B_1 ，则 $a+b$ 的值为 ()



A . 2 B . 3 C . 4 D . 5

【考点】坐标与图形变化-平移 .

【分析】直接利用平移中点的变化规律求解即可 .

【解答】解：由 B 点平移前后的纵坐标分别为 1、2，可得 B 点向上平移了 1 个单位，由 A 点平移前后的横坐标分别是为 2、3，可得 A 点向右平移了 1 个单位，由此得线段 AB 的平移的过程是：向上平移 1 个单位，再向右平移 1 个单位，所以点 A、B 均按此规律平移，由此可得 $a=0+1=1$ ， $b=0+1=1$ ，故 $a+b=2$.

故选：A .

【点评】本题考查了坐标系中点、线段的平移规律，在平面直角坐标系中，图形的平移与图形上某点的平移相同 . 平移中点的变化规律是：横坐标右移加，左移减；纵坐标上移加，下移减 .

6 . 在 $\square ABCD$ 中， $AB=3$ ， $BC=4$ ，当 $\square ABCD$ 的面积最大时，下列结论正确的有 ()

① $AC=5$ ；② $\angle A + \angle C = 180^\circ$ ；③ $AC \perp BD$ ；④ $AC=BD$.

A . ①②③ B . ①②④ C . ②③④ D . ①③④

【考点】平行四边形的性质 .

【分析】当 $\square ABCD$ 的面积最大时，四边形 ABCD 为矩形，得出 $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ， $AC=BD$ ，根据勾股定理求出 AC，即可得出结论 .

【解答】解：根据题意得：当 $\square ABCD$ 的面积最大时，四边形 ABCD 为矩形，

$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$ ， $AC=BD$ ，

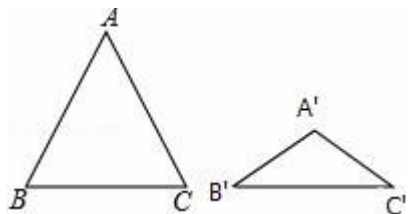
$\therefore AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ，

① 正确，② 正确，④ 正确；③ 不正确；

故选：B .

【点评】本题考查了平行四边形的性质、矩形的性质以及勾股定理；得出▭ABCD的面积最大时，四边形ABCD为矩形是解决问题的关键．

7. 如图， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 都是等腰三角形，且 $AB=AC=5$ ， $A'B'=A'C'=3$ ，若 $\angle B+\angle B'=90^\circ$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的面积比为（ ）



A. 25 : 9 B. 5 : 3 C. $\sqrt{5} : 3$ D. $5\sqrt{5} : 3\sqrt{3}$

【考点】互余两角三角函数的关系．

【分析】先根据等腰三角形的性质得到 $\angle B=\angle C$ ， $\angle B'=\angle C'$ ，根据三角函数的定义得到 $AD=AB\cdot\sin B$ ， $A'D'=A'B'\cdot\sin B'$ ， $BC=2BD=2AB\cdot\cos B$ ， $B'C'=2B'D'=2A'B'\cdot\cos B'$ ，然后根据三角形面积公式即可得到结论．

【解答】解：过A作 $AD\perp BC$ 于D，过A'作 $A'D'\perp B'C'$ 于D'，

$\because \triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 都是等腰三角形，

$\therefore \angle B=\angle C$ ， $\angle B'=\angle C'$ ， $BC=2BD$ ， $B'C'=2B'D'$ ，

$\therefore AD=AB\cdot\sin B$ ， $A'D'=A'B'\cdot\sin B'$ ， $BC=2BD=2AB\cdot\cos B$ ， $B'C'=2B'D'=2A'B'\cdot\cos B'$ ，

$\because \angle B+\angle B'=90^\circ$ ，

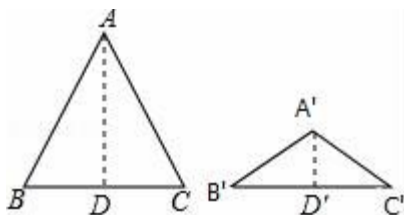
$\therefore \sin B=\cos B'$ ， $\sin B'=\cos B$ ，

$\therefore S_{\triangle BAC}=\frac{1}{2}AD\cdot BC=\frac{1}{2}AB\cdot\sin B\cdot 2AB\cdot\cos B=25\sin B\cdot\cos B$ ，

$S_{\triangle A'B'C'}=\frac{1}{2}A'D'\cdot B'C'=\frac{1}{2}A'B'\cdot\cos B'\cdot 2A'B'\cdot\sin B'=9\sin B'\cdot\cos B'$ ，

$\therefore S_{\triangle BAC} : S_{\triangle A'B'C'}=25 : 9$ ．

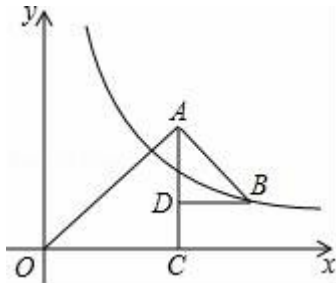
故选A．



【点评】本题考查了互余两角的关系，解直角三角形：在直角三角形中，由已知元素求未知元素的过程就是解直角三角形．也考查了等腰三角形的性质和三角形面积公式．

8. 如图， $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 都是等腰直角三角形， $\angle ACO = \angle ADB = 90^\circ$ ，反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限的图

象经过点 B，则 $\triangle OAC$ 与 $\triangle BAD$ 的面积之差 $S_{\triangle OAC} - S_{\triangle BAD}$ 为 ()



A. 36 B. 12 C. 6 D. 3

【考点】反比例函数系数 k 的几何意义；等腰直角三角形.

【分析】设 $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 的直角边长分别为 a 、 b ，结合等腰直角三角形的性质及图象可得出点 B 的坐标，根据三角形的面积公式结合反比例函数系数 k 的几何意义以及点 B 的坐标即可得出结论.

【解答】解：设 $\triangle OAC$ 和 $\triangle BAD$ 的直角边长分别为 a 、 b ，
则点 B 的坐标为 $(a+b, a-b)$.

\because 点 B 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的第一象限图象上，

$$\therefore (a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2 = 6 .$$

$$\therefore S_{\triangle OAC} - S_{\triangle BAD} = \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{2}(a^2 - b^2) = \frac{1}{2} \times 6 = 3 .$$

故选 D .

【点评】本题考查了反比例函数系数 k 的几何意义、等腰三角形的性质以及面积公式，解题的关键是找出 $a^2 - b^2$ 的值. 本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，设出等腰直角三角形的直角边，用其表示出反比例函数上点的坐标是关键.

二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分，只要求把最后结果填写在答题卡的相应区域内)

9. 2016 年春节期间，在网络上用“百度”搜索引擎搜索“开放二孩”，能搜索到与之相关的结果个数约为 45100000，这个数用科学记数法表示为 4.51×10^7 .

【考点】科学记数法—表示较大的数.

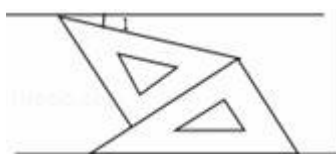
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数．确定 n 的值是易错点，由于 45100000 有 8 位，所以可以确定 $n=8-1=7$ ．

【解答】解：45100000 这个数用科学记数法表示为 4.51×10^7 ．

故答案为： 4.51×10^7 ．

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键．

10．如图，将一副三角板和一张对边平行的纸条按下列方式摆放，两个三角板的一直角边重合，含 30° 角的直角三角板的斜边与纸条一边重合，含 45° 角的三角板的一个顶点在纸条的另一边上，则 $\angle 1$ 的度数是 15° ．



【考点】平行线的性质．

【专题】计算题．

【分析】过 A 点作 $AB \parallel a$ ，利用平行线的性质得 $AB \parallel b$ ，所以 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 3 = \angle 4 = 30^\circ$ ，加上 $\angle 2 + \angle 3 = 45^\circ$ ，易得 $\angle 1 = 15^\circ$ ．

【解答】解：如图，过 A 点作 $AB \parallel a$ ，

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

$$\because a \parallel b,$$

$$\therefore AB \parallel b,$$

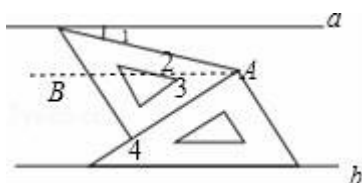
$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 30^\circ,$$

而 $\angle 2 + \angle 3 = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle 2 = 15^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 = 15^\circ.$$

故答案为 15° ．



【点评】本题考查了平行线的性质：两直线平行，内错角相等．

11. 某校九年级(1)班40名同学中,14岁的有1人,15岁的有21人,16岁的有16人,17岁的有2人,则这个班同学年龄的中位数是15岁.

【考点】中位数.

【分析】根据中位数的定义找出第20和21个数的平均数,即可得出答案.

【解答】解: \because 该班有40名同学,

\therefore 这个班同学年龄的中位数是第20和21个数的平均数,

\because 15岁的有21人,

\therefore 这个班同学年龄的中位数是15岁;

故答案为:15.

【点评】此题考查了中位数,中位数是将一组数据从小到大(或从大到小)重新排列后,最中间的那个数(最中间两个数的平均数),熟练掌握中位数的定义是本题的关键.

12. 已知 m 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根,则 $2m^2 - 4m =$ 6.

【考点】一元二次方程的解.

【专题】推理填空题.

【分析】根据 m 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根,通过变形可以得到 $2m^2 - 4m$ 值,本题得以解决.

【解答】解: $\because m$ 是关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根,

$\therefore m^2 - 2m - 3 = 0$,

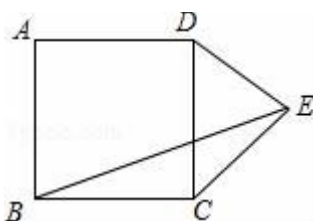
$\therefore m^2 - 2m = 3$,

$\therefore 2m^2 - 4m = 6$,

故答案为:6.

【点评】本题考查一元二次方程的解,解题的关键是明确题意,找出所求问题需要的条件.

13. 如图,在正方形 $ABCD$ 外作等腰直角 $\triangle CDE$, $DE = CE$,连接 BE ,则 $\tan \angle EBC =$ $\frac{1}{3}$.



【考点】正方形的性质;等腰直角三角形;解直角三角形.

【专题】计算题.

【分析】作 $EF \perp BC$ 于 F ，如图，设 $DE=CE=a$ ，根据等腰直角三角形的性质得 $CD=\sqrt{2}CE=\sqrt{2}$

a ， $\angle DCE=45^\circ$ ，再利用正方形的性质得 $CB=CD=\sqrt{2}a$ ， $\angle BCD=90^\circ$ ，接着判断 $\triangle CEF$ 为等腰直角三角形

得到 $CF=EF=\frac{\sqrt{2}}{2}CE=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ ，然后在 $Rt\triangle BEF$ 中根据正切的定义求解。

【解答】解：作 $EF \perp BC$ 于 F ，如图，设 $DE=CE=a$ ，

$\because \triangle CDE$ 为等腰直角三角形，

$\therefore CD=\sqrt{2}CE=\sqrt{2}a$ ， $\angle DCE=45^\circ$ ，

\because 四边形 $ABCD$ 为正方形，

$\therefore CB=CD=\sqrt{2}a$ ， $\angle BCD=90^\circ$ ，

$\therefore \angle ECF=45^\circ$ ，

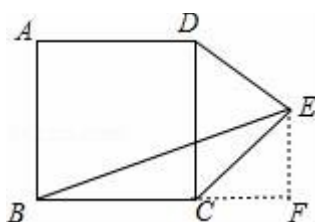
$\therefore \triangle CEF$ 为等腰直角三角形，

$\therefore CF=EF=\frac{\sqrt{2}}{2}CE=\frac{\sqrt{2}}{2}a$ ，

在 $Rt\triangle BEF$ 中， $\tan \angle EBF = \frac{EF}{BF} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}a}{\sqrt{2}a + \frac{\sqrt{2}}{2}a} = \frac{1}{3}$ ，

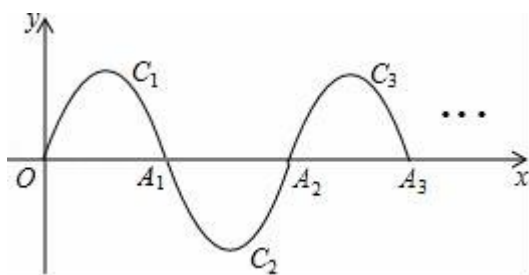
即 $\angle EBC = \frac{1}{3}$ 。

故答案为 $\frac{1}{3}$ 。



【点评】 本题考查了正方形的性质：正方形的四条边都相等，四个角都是直角；正方形的两条对角线相等，互相垂直平分，并且每条对角线平分一组对角；正方形具有四边形、平行四边形、矩形、菱形的一切性质．也考查了等腰直角三角形的性质．

14．如图，一段抛物线： $y = -x(x - 2)$ ($0 \leq x \leq 2$) 记为 C_1 ，它与 x 轴交于两点 O, A_1 ；将 C_1 绕 A_1 旋转 180° 得到 C_2 ，交 x 轴于 A_2 ；将 C_2 绕 A_2 旋转 180° 得到 C_3 ，交 x 轴于 A_3 ；…如此进行下去，直至得到 C_6 ，若点 $P(11, m)$ 在第 6 段抛物线 C_6 上，则 $m = \underline{\quad -1 \quad}$ ．



【考点】 二次函数图象与几何变换；抛物线与 x 轴的交点．

【专题】 规律型．

【分析】 将这段抛物线 C_1 通过配方法求出顶点坐标及抛物线与 x 轴的交点，由旋转的性质可以知道 C_1 与 C_2 的顶点到 x 轴的距离相等，且 $OA_1 = A_1A_2$ ，照此类推可以推导知道点 $P(11, m)$ 为抛物线 C_6 的顶点，从而得到结果．

【解答】 解： $\because y = -x(x - 2)$ ($0 \leq x \leq 2$)，

\therefore 配方可得 $y = -(x - 1)^2 + 1$ ($0 \leq x \leq 2$)，

\therefore 顶点坐标为 $(1, 1)$ ，

$\therefore A_1$ 坐标为 $(2, 0)$

$\because C_2$ 由 C_1 旋转得到，

$\therefore OA_1 = A_1A_2$ ，即 C_2 顶点坐标为 $(3, -1)$ ， $A_2(4, 0)$ ；

照此类推可得， C_3 顶点坐标为 $(5, 1)$ ， $A_3(6, 0)$ ；

C_4 顶点坐标为 $(7, -1)$ ， $A_4(8, 0)$ ；

C_5 顶点坐标为 $(9, 1)$ ， $A_5(10, 0)$ ；

C_6 顶点坐标为 $(11, -1)$ ， $A_6(12, 0)$ ；

$\therefore m = -1$ ．

故答案为： -1 ．

【点评】 本题考查了二次函数的性质及旋转的性质，解题的关键是求出抛物线的顶点坐标．

三、解答题（本题共 78 分，把解答和证明过程写在答题卡的相应区域内）

15. 计算： $2^{-2} - 2\cos 60^\circ + |-\sqrt{12}| + (\pi - 3.14)^0$.

【考点】实数的运算；零指数幂；负整数指数幂；特殊角的三角函数值.

【专题】计算题；实数.

【分析】原式利用负整数指数幂法则，特殊角的三角函数值，绝对值的代数意义，以及零指数幂法则计算即可得到结果.

【解答】解：原式 $= \frac{1}{4} - 2 \times \frac{1}{2} + 2\sqrt{3} + 1$
 $= \frac{1}{4} + 2\sqrt{3}.$

【点评】此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

16. 已知 $4x=3y$ ，求代数式 $(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 2y^2$ 的值.

【考点】整式的混合运算—化简求值.

【分析】首先利用平方差公式和完全平方公式计算，进一步合并，最后代入求得答案即可.

【解答】解： $(x-2y)^2 - (x-y)(x+y) - 2y^2$
 $= x^2 - 4xy + 4y^2 - (x^2 - y^2) - 2y^2$
 $= -4xy + 3y^2$
 $= -y(4x - 3y).$

$\because 4x=3y,$

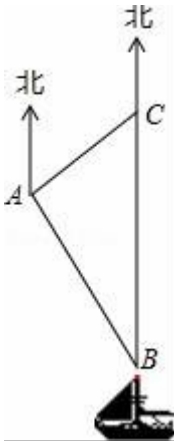
\therefore 原式 $= 0.$

【点评】此题考查整式的化简求值，注意先化简，再代入求得数值即可.

17. 南沙群岛是我国固有领土，现在我南海渔民要在南沙某海岛附近进行捕鱼作业，当渔船航行至 B 处

时，测得该岛位于正北方向 $20(1+\sqrt{3})$ 海里的 C 处，为了防止某国还巡警干扰，就请求我 A 处的鱼监船

前往 C 处护航，已知 C 位于 A 处的北偏东 45° 方向上，A 位于 B 的北偏西 30° 的方向上，求 A、C 之间的距离.



【考点】解直角三角形的应用-方向角问题．

【分析】作 $AD \perp BC$ ，垂足为 D ，设 $CD=x$ ，利用解直角三角形的知识，可得出 AD ，继而可得出 BD ，结合题意 $BC=CD+BD$ 可得出方程，解出 x 的值后即可得出答案．

【解答】解：如图，作 $AD \perp BC$ ，垂足为 D ，

由题意得， $\angle ACD=45^\circ$ ， $\angle ABD=30^\circ$ ．

设 $CD=x$ ，在 $Rt\triangle ACD$ 中，可得 $AD=x$ ，

在 $Rt\triangle ABD$ 中，可得 $BD=\sqrt{3}x$ ，

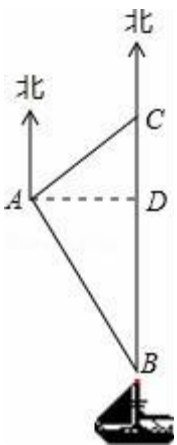
又 $\because BC=20(1+\sqrt{3})$ ， $CD+BD=BC$ ，

即 $x+\sqrt{3}x=20(1+\sqrt{3})$ ，

解得： $x=20$ ，

$\therefore AC=\sqrt{2}x=20\sqrt{2}$ （海里）．

答：A、C 之间的距离为 $20\sqrt{2}$ 海里．



【点评】此题考查了解直角三角形的应用，解答本题的关键是根据题意构造直角三角形，将实际问题转化为数学模型进行求解，难度一般．

18．列方程或方程组解应用题：

为了响应“十三五”规划中提出的绿色环保的倡议，某校文印室提出了每个人都践行“双面打印，节约用纸”．已知打印一份资料，如果用 A4 厚型纸单面打印，总质量为 400 克，将其全部改成双面打印，用纸将减少一半；如果用 A4 薄型纸双面打印，这份资料的总质量为 160 克，已知每页薄型纸比厚型纸轻 0.8 克，求 A4 薄型纸每页的质量．（墨的质量忽略不计）

【考点】分式方程的应用．

【分析】设 A4 薄型纸每页的质量为 x 克，则 A4 厚型纸每页的质量为 $(x+0.8)$ 克，然后根据“双面打印，用纸将减少一半”列方程，然后解方程即可．

【解答】解：设 A4 薄型纸每页的质量为 x 克，则 A4 厚型纸每页的质量为 $(x+0.8)$ 克，

根据题意，得：
$$\frac{400}{x+0.8} = 2 \times \frac{160}{x},$$

解得： $x=3.2$ ，

经检验： $x=3.2$ 是原分式方程的解，且符合题意，

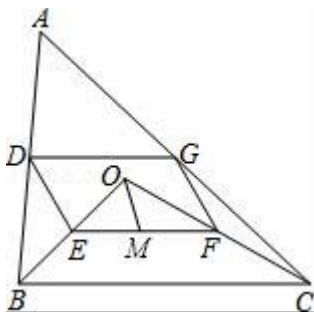
答：A4 薄型纸每页的质量为 3.2 克．

【点评】本题主要考查分式方程的应用，根据题意准确找到相等关系并据此列出方程是解题的关键．

19．如图，点 O 是 $\triangle ABC$ 内一点，连结 OB 、 OC ，并将 AB 、 OB 、 OC 、 AC 的中点 D 、 E 、 F 、 G 依次连结，得到四边形 $DEFG$ ．

(1) 求证：四边形 $DEFG$ 是平行四边形；

(2) 若 M 为 EF 的中点， $OM=3$ ， $\angle OBC$ 和 $\angle OCB$ 互余，求 DG 的长度．



【考点】平行四边形的判定与性质．

【分析】(1) 根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $EF \parallel BC$ 且 $EF = \frac{1}{2}$

BC , $DG \parallel BC$ 且 $DG = \frac{1}{2}BC$, 从而得到 $DE = EF$, $DG \parallel EF$, 再利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形证明即可;

(2) 先判断出 $\angle BOC = 90^\circ$, 再利用直角三角形斜边的中线等于斜边的一半, 求出 EF 即可.

【解答】解: (1) $\because D$ 、 G 分别是 AB 、 AC 的中点,

$$\therefore DG \parallel BC, DG = \frac{1}{2}BC,$$

$\because E$ 、 F 分别是 OB 、 OC 的中点,

$$\therefore EF \parallel BC, EF = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore DE = EF, DG \parallel EF,$$

\therefore 四边形 $DEFG$ 是平行四边形;

(2) $\because \angle OBC$ 和 $\angle OCB$ 互余,

$$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC = 90^\circ,$$

$\because M$ 为 EF 的中点, $OM = 3$,

$$\therefore EF = 2OM = 6.$$

由 (1) 有四边形 $DEFG$ 是平行四边形,

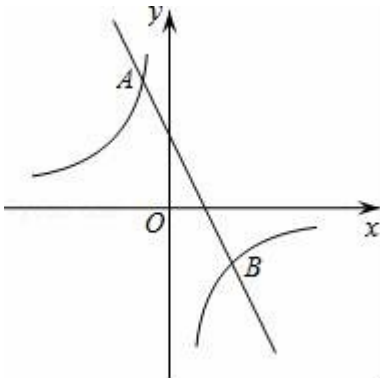
$$\therefore DG = EF = 6.$$

【点评】此题是平行四边形的判定与性质题, 主要考查了平行四边形的判定和性质, 三角形的中位线, 直角三角形的性质, 解本题的关键是判定四边形 $DEFG$ 是平行四边形.

20. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 与直线 $y = -2x + 2$ 交于点 $A(-1, a)$.

(1) 求 a , m 的值;

(2) 求该双曲线与直线 $y = -2x + 2$ 另一个交点 B 的坐标.



【考点】反比例函数与一次函数的交点问题．

【分析】（1）将 A 坐标代入一次函数解析式中即可求得 a 的值，将 A（-1，4）坐标代入反比例解析式中即可求得 m 的值；

（2）解方程组
$$\begin{cases} y = -2x + 2 \\ y = \frac{-4}{x} \end{cases}$$
，即可解答．

【解答】解：（1）∵点 A 的坐标是（-1，a），在直线 $y = -2x + 2$ 上，
 $\therefore a = -2 \times (-1) + 2 = 4$ ，

\therefore 点 A 的坐标是（-1，4），代入反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ，

$\therefore m = -4$ ．

（2）解方程组
$$\begin{cases} y = -2x + 2 \\ y = \frac{-4}{x} \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 2 \\ y = -2 \end{cases}$$
，

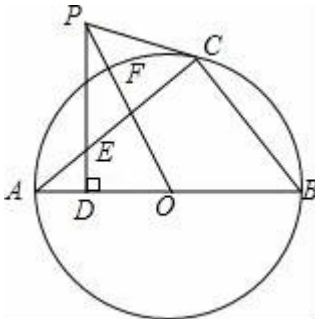
\therefore 该双曲线与直线 $y = -2x + 2$ 另一个交点 B 的坐标为（2，-2）．

【点评】此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，涉及的知识有：反比例函数的图象上点的坐标特征，待定系数法确定函数解析式，熟练掌握待定系数法是解本题的关键．

21．如图，直角 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ，点 D 是直角 $\triangle ABC$ 斜边 AB 上的一点，过点 D 作 AB 的垂线交 AC 于 E，过点 C 作 $\angle ECP = \angle AED$ ，CP 交 DE 的延长线于点 P，连结 PO 交 $\odot O$ 于点 F．

（1）求证：PC 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $PC = 3$ ， $PF = 1$ ，求 AB 的长．



【考点】切线的判定；切割线定理．

【分析】（1）连接 OC ，欲证明 PC 是 $\odot O$ 的切线，只要证明 $PC \perp OC$ 即可．

（2）延长 PO 交圆于 G 点，由切割线定理求出 PG 即可解决问题．

【解答】解：（1）如图，连接 OC ，

$\because PD \perp AB$ ，

$\therefore \angle ADE = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ECP = \angle AED$ ，

又 $\because \angle EAD = \angle ACO$ ，

$\therefore \angle PCO = \angle ECP + \angle ACO = \angle AED + \angle EAD = 90^\circ$ ，

$\therefore PC \perp OC$ ，

$\therefore PC$ 是 $\odot O$ 切线．

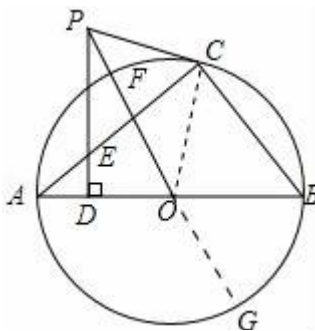
（2）延长 PO 交圆于 G 点，

$\because PF \times PG = PC^2$ ， $PC = 3$ ， $PF = 1$ ，

$\therefore PG = 9$ ，

$\therefore FG = 9 - 1 = 8$ ，

$\therefore AB = FG = 8$ ．



【点评】本题考查切线的判定、切割线定理、等角的余角相等知识，解题的关键是熟练运用这些知识解决问题，学会添加常用辅助线，属于中考常考题型．

22. 锐锐参加我市电视台组织的“牡丹杯”智力竞答节目，答对最后两道单选题就顺利通关，第一道单选题有3个选项，第二道单选题有4个选项，这两道题锐锐都不会，不过锐锐还有两个“求助”可以用（使用“求助”一次可以让主持人去掉其中一题的一个错误选项）。

(1) 如果锐锐两次“求助”都在第一道题中使用，那么锐锐通关的概率是 $\frac{1}{4}$ 。

(2) 如果锐锐两次“求助”都在第二道题中使用，那么锐锐通关的概率是 $\frac{1}{6}$ 。

(3) 如果锐锐将每道题各用一次“求助”，请用树状图或者列表来分析他顺序通关的概率。

【考点】列表法与树状图法。

【专题】应用题。

【分析】(1) 锐锐两次“求助”都在第一道题中使用，第一道肯定能对，第二道对的概率为 $\frac{1}{4}$ ，即可得出结果；

(2) 由题意得出第一道题对的概率为 $\frac{1}{3}$ ，第二道题对的概率为 $\frac{1}{2}$ ，即可得出结果；

(3) 用树状图得出共有6种等可能的结果，锐锐顺利通关的只有1种情况，即可得出结果。

【解答】解：(1) 第一道肯定能对，第二道对的概率为 $\frac{1}{4}$ ，

所以锐锐通关的概率为 $\frac{1}{4}$ ；

故答案为： $\frac{1}{4}$ ；

(2) 锐锐两次“求助”都在第二道题中使用，

则第一道题对的概率为 $\frac{1}{3}$ ，第二道题对的概率为 $\frac{1}{2}$ ，

所以锐锐能通关的概率为 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ ；

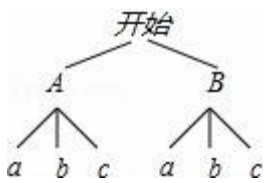
故答案为： $\frac{1}{6}$ ；

(3) 锐锐将每道题各用一次“求助”，分别用 A, B 表示剩下的第一道单选题的 2 个选项，a, b, c 表示剩下的第二道单选题的 3 个选项，

树状图如图所示：

共有 6 种等可能的结果，锐锐顺利通关的只有 1 种情况，

∴锐锐顺利通关的概率为： $\frac{1}{6}$ 。



【点评】此题考查了列表法或树状图法求概率．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

23．如图， $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形，点 A, D, E 在同一直线上，连接 BE．

(1) 如图 1，若 $\angle CAB = \angle CBA = \angle CDE = \angle CED = 50^\circ$

① 求证： $AD = BE$ ；

② 求 $\angle AEB$ 的度数．

(2) 如图 2，若 $\angle ACB = \angle DCE = 120^\circ$ ，CM 为 $\triangle DCE$ 中 DE 边上的高，BN 为 $\triangle ABE$ 中 AE 边上的高，试

证明： $AE = 2\sqrt{3}CM + \frac{2\sqrt{3}}{3}BN$ ．

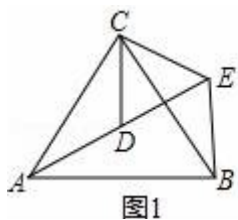


图1

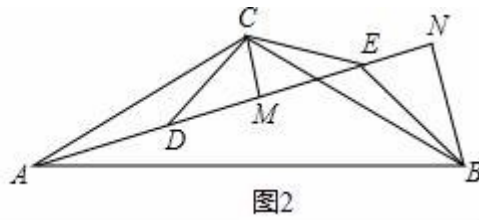


图2

【考点】等腰三角形的性质．

【分析】(1) ①通过角的计算找出 $\angle ACD = \angle BCE$ ，再结合 $\triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形可得出“ $AC = BC$ ， $DC = EC$ ”，利用全等三角形的判定 (SAS) 即可证出 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ，由此即可得出结论 $AD = BE$ ；

② 结合①中的 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ 可得出 $\angle ADC = \angle BEC$ ，再通过角的计算即可算出 $\angle AEB$ 的度数；

(2) 根据等腰三角形的性质结合顶角的度数，即可得出底角的度数，利用 (1) 的结论，通过解直角三角形即可求出线段 AD、DE 的长度，二者相加即可证出结论。

【解答】(1) ①证明： $\because \angle CAB = \angle CBA = \angle CDE = \angle CED = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACB = \angle DCE = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$ 。
 $\because \angle ACB = \angle ACD + \angle DCB$ ， $\angle DCE = \angle DCB + \angle BCE$ ，
 $\therefore \angle ACD = \angle BCE$ 。
 $\because \triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形，
 $\therefore AC = BC$ ， $DC = EC$ 。

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中，有
$$\begin{cases} AC = BC \\ \angle ACD = \angle BCE \\ DC = EC \end{cases}$$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS)，
 $\therefore AD = BE$ 。

②解： $\because \triangle ACD \cong \triangle BCE$ ，
 $\therefore \angle ADC = \angle BEC$ 。
 \because 点 A，D，E 在同一直线上，且 $\angle CDE = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle ADC = 180^\circ - \angle CDE = 130^\circ$ ，
 $\therefore \angle BEC = 130^\circ$ 。
 $\because \angle BEC = \angle CED + \angle AEB$ ，且 $\angle CED = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle AEB = \angle BEC - \angle CED = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$ 。

(2) 证明： $\because \triangle ACB$ 和 $\triangle DCE$ 均为等腰三角形，且 $\angle ACB = \angle DCE = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle CDM = \angle CEM = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$ 。

$\because CM \perp DE$ ，
 $\therefore \angle CMD = 90^\circ$ ， $DM = EM$ 。

在 $Rt\triangle CMD$ 中， $\angle CMD = 90^\circ$ ， $\angle CDM = 30^\circ$ ，

$\therefore DE = 2DM = 2 \times \frac{CM}{\tan \angle CDM} = 2\sqrt{3}CM$ 。

$\because \angle BEC = \angle ADC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ ， $\angle BEC = \angle CEM + \angle AEB$ ，
 $\therefore \angle AEB = \angle BEC - \angle CEM = 150^\circ - 30^\circ = 120^\circ$ ，
 $\therefore \angle BEN = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 。

在 $Rt\triangle BNE$ 中， $\angle BNE=90^\circ$ ， $\angle BEN=60^\circ$ ，

$$\therefore BE = \frac{BN}{\sin \angle BEN} = \frac{2\sqrt{3}}{3} BN.$$

$\because AD=BE$ ， $AE=AD+DE$ ，

$$\therefore AE = BE + DE = \frac{2\sqrt{3}}{3} BN + 2\sqrt{3} \text{ CM}.$$

【点评】 本题考查了等腰三角形的性质、全等三角形的判定及性质、解直角三角形以及角的计算，解题的关键是：（1）通过角的计算结合等腰三角形的性质证出 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ；（2）找出线段 AD 、 DE 的长．本题属于中档题，难度不大，但稍显繁琐，解决该题型题目时，利用角的计算找出相等的角，再利用等腰三角形的性质找出相等的边或角，最后根据全等三角形的判定定理证出三角形全是关键．

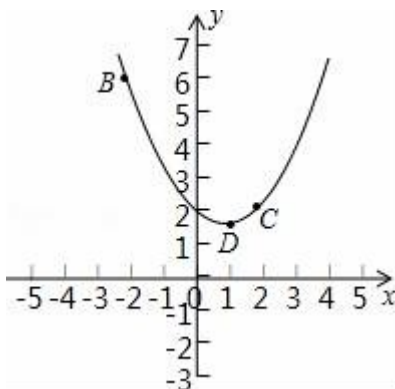
24．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y=ax^2+bx+2$ 过 $B(-2, 6)$ ， $C(2, 2)$ 两点．

(1) 试求抛物线的解析式；

(2) 记抛物线顶点为 D ，求 $\triangle BCD$ 的面积；

(3) 若直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 向上平移 b 个单位所得的直线与抛物线段 BDC （包括端点 B 、 C ）部分有两个交点，

求 b 的取值范围．



【考点】 待定系数法求二次函数解析式；二次函数的性质．

【分析】 (1) 根据待定系数法即可解决问题．

(2) 求出直线 BC 与对称轴的交点 H ，根据 $S_{\triangle BDC} = S_{\triangle BDH} + S_{\triangle DHC}$ 即可解决问题．

(3) 由 $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + b \\ y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2 \end{cases}$, 当方程组只有一组解时求出 b 的值, 当直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过点 C 时, 求出 b 的

值, 当直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过点 B 时, 求出 b 的值, 由此即可解决问题.

【解答】解: (1) 由题意 $\begin{cases} 4a - 2b + 2 = 6 \\ 4a + 2b + 2 = 2 \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases}$,

\therefore 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2$.

(2) $\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2 = \frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{3}{2}$.

\therefore 顶点坐标 $(1, \frac{3}{2})$,

\therefore 直线 BC 为 $y = -x + 4$, \therefore 对称轴与 BC 的交点 $H(1, 3)$,

$\therefore S_{\triangle BDC} = S_{\triangle BDH} + S_{\triangle DHC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 1 = 3$.

(3) 由 $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + b \\ y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2 \end{cases}$ 消去 y 得到 $x^2 - x + 4 - 2b = 0$,

当 $\Delta = 0$ 时, 直线与抛物线相切, $1 - 4(4 - 2b) = 0$,

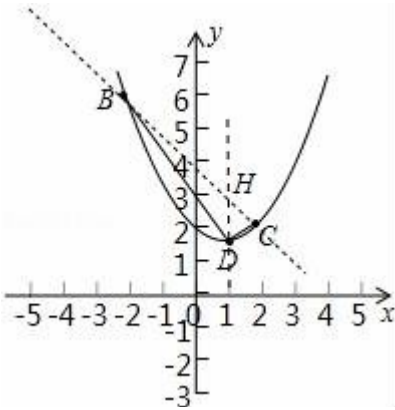
$\therefore b = \frac{15}{8}$,

当直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过点 C 时, $b = 3$,

当直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 经过点 B 时， $b = 5$ ，

\therefore 直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 向上平移 b 个单位所得的直线与抛物线段 BDC（包括端点 B、C）部分有两个交点，

$\therefore \frac{15}{8} < b \leq 3$.



【点评】 本题考查待定系数法确定二次函数解析式、二次函数性质等知识，解题的关键是求出对称轴与直线 BC 交点 H 坐标，学会利用判别式确定两个函数图象的交点问题，属于中考常考题型 .