

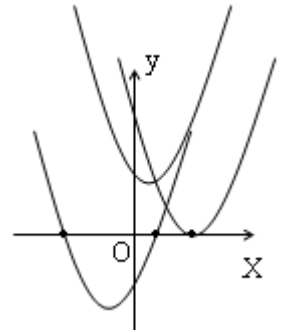
第20课 二次函数(2)

【复习要点】

1、二次函数与一元二次方程的关系：

(1) 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴有公共点，公共点的横坐标即为方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解；

(2) 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴的位置关系有三种：



① 没有公共点：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解的情况是_____；

② 有一个公共点：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解的情况是_____；

③ 有两个公共点：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解的情况是_____。

(3) 当 $a > 0$ 时，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点位置与一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的关系(如右上图)：

① 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两 \longleftrightarrow 不相等的实数根 顶点在_____；

② 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两 \longleftrightarrow 相等的实数根 顶点在_____；

③ 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 没有 \longleftrightarrow 实数根 顶点在_____；

(4) 当 $a < 0$ 时，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点位置与一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的关系：

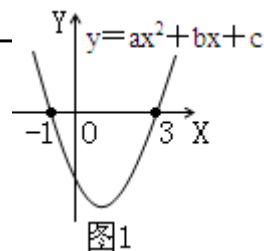
① 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不相等的实数根 顶点在

;

② 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个相等的实数根 顶点在

;

③ 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 没有实数根 顶点在



2、二次函数与一元二次不等式的关系：

如图 1, ① 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解是_____；

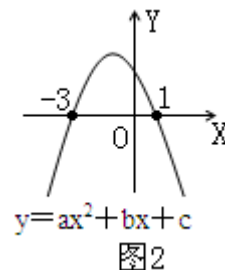
② 当 x 满足_____时，函数值大于 0；

③ 当 x 满足_____时，函数值小于 0.

如图 2, ① 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解是_____；

② 当 x 满足_____时，函数值大于 0；

③ 当 x 满足_____时，函数值小于 0.



【例题解析】

例 1、已知抛物线 $y_1 = 2x^2 - 8x + k + 8$ 和直线 $y_2 = mx + 1$ 相交于点 $P(3, 4m)$.

(1) 求这两个函数的关系式；

(2) 求抛物线与直线的另一交点坐标.

解：(1)∵点 P(3, 4m) 在直线 $y_2 = mx + 1$ 上.

$$\therefore \text{有 } 4m = 3m + 1.$$

$$\text{解得 } m = 1$$

$$\therefore y_1 = x + 1, P(3, 4).$$

∵点 P(3, 4) 在抛物线 $y_1 = 2x^2 - 8x + k + 8$ 上.

$$\therefore 4 = 18 - 24 + k + 8.$$

$$\text{解得 } k = 2$$

$$\therefore y_1 = 2x^2 - 8x + 10.$$

(2) 依题意，得 解这个方程组，得，

∴抛物线与直线的另一交点坐标是(1.5, 2.5).

【实弹射击】

1. 填空。

(1) 抛物线 $y = x^2 - x - 2$ 与 x 轴的交点坐标是_____，与 y 轴的交点坐标是_____.

(2) 抛物线 $y = 2x^2 - 5x + 3$ 与 y 轴的交点坐标是_____，与 x 轴的交点坐标是_____.

(3) 抛物线 $y = x^2 + 5x - 6$ 与 y 轴的交点 C 的坐标是_____，与 x 轴的交点 A、B 坐标分别是_____， $\triangle ABC$ 的面积是_____.

2. 二次函数 $y = x^2 - 3x - 18$ 的图象与 x 轴有两交点，求两交点间的距离。

3. 已知抛物线 $y_1 = x^2 + x - k$ 与直线 $y = -2x + 1$ 的交点的纵坐标为 3。

(1) 求抛物线的关系式；

(2) 求抛物线 $y = x^2 + x - k$ 与直线 $y = -2x + 1$ 的另一个交点坐标。

4. 已知函数 $y = x^2 - x - 2$ 。

(1) 先确定其图象的开口方向、对称轴、顶点坐标和与两坐标轴的交点，再画出图象

(2) 观察图象确定： x 取什么值时，① $y = 0$ ，② $y > 0$ ；③ $y < 0$ 。

5. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与直线 $y = x - 2$ 相交于 $(m, -2)$ ， $(n, 3)$ 两点，且抛物线的对称轴为直线 $x = 3$ ，求函数的关系式。

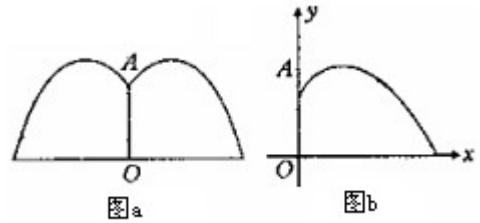
6. 学校建造一个圆形喷水池，在水池中央垂直于水面安装一个花形柱子 OA ， O 恰好在水面中心，在柱子顶端 A 处的喷头向外喷水，水流在各个方向上沿形状相同的抛物线路径落下，且在过 OA 任意平面上的抛物线如图 a 所示，建立直角坐标系(如图 b)，水流

喷出的高度 $y(m)$ 与水面距离 $x(m)$ 之间的函数关系式是 $y = -x^2$

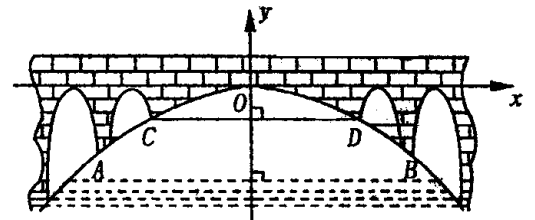
$+ x +$ ，请回答下列问题：

(1) 花形柱子 OA 的高度；

(2) 若不计其他因素，水池的半径至少要多少米，才能使喷出的水不至于落在池外？



7、如图，有一座抛物线形拱桥，桥下面在正常水位 AB 宽 $20m$ ，水位上升 $3m$ 就达到警戒线 CD ，这时水面宽度为 $10m$ 。



(1) 在如图所示的坐标系中，求抛物线的解析式；

(2) 若洪水到来时，水位以每小时 $0.2m$ 的速度上升，从警戒线开始，再持续多少小时才能到桥拱顶？

