考点跟踪训练23　平行四边形

一、选择题

1．(2011·泰州)四边形$ABCD$中，对角线AC、BD相交于点O，给出下列四组条件：①$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$；②$AB=CD$，$AD=BC$；③$AO=CO$，$BO=DO$；④$AB\parallel CD$，$AD=BC$. 其中一定能判定这个四边形是平行四边形的条件有(　　)

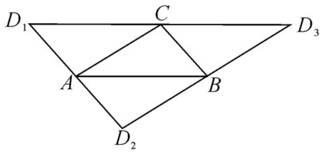
A．1组 B．2组 C．3组 D．4组

答案　C

解析　四组条件中，①②③可作为判定平行四边形的条件；④不可以，因为等腰梯形有$AB\parallel CD$，$AD=BC$.

2．(2011·宁夏)点A、B、C是平面内不在同一直线上的三点，点D是平面内任意一点，若A、B、C、D四点恰能构成一个平行四边形，则在平面符合这样条件的点D有(　　)

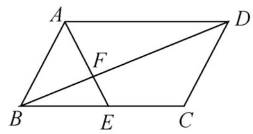
A．1个 B．2个 C．3个 D．4个



答案　C

解析　如图，可画出平行四边形三个，符合条件的点D有三个．

3．(2011·达州)如图，在▱$ABCD$中，E是BC的中点，且$\angle AEC=\angle DCE$，则下列结论不正确的是(　　)



A．$S_{\triangle AFD}=2S_{\triangle EFB}$

B．$BF=DF$

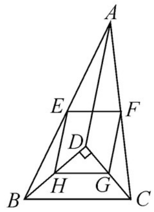
C．四边形$AECD$是等腰梯形

D．$\angle AEB=\angle ADC$

答案　A

解析　因为E是BC的中点，所以$BE=BC$，又四边形$ABCD$是平行四边形，所以$AD\parallel BC$，$\triangle AFD\backsim\triangle EFB$，$=^2=^2=$，故$S_{\triangle AFD}=4S_{\triangle EFB}$.

4．(2011·安徽)如图，D是$\triangle ABC$内一点，$BD\perp CD$，$AD=6$，$BD=4$，$CD=3$，E、F、G、H分别是AB、AC、CD、BD的中点，则四边形$EFGH$的周长是(　　)



A．7 B．9　C．10 D．11

答案　D

解析　∵E、F是AB、AC的中点，

∴EF綊BC.

∵H、G是BD、CD的中点，

∴HG綊BC.

∴EF綊HG，四边形$EFGH$是平行四边形．

∵E、H是AB、BD的中点，

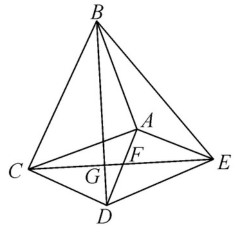
∴$EH=AD=3$.

在Rt$\triangle BCD$中，$BC==5$，所以▱$EFGH$的周长$=2\times=11$.

5．(2011·浙江)如图，$\triangle ABC$和$\triangle ADE$都是等腰直角三角形，$\angle BAC=\angle DAE=90°$，四边形$ACDE$是平行四边形，连结$CE$交$AD$于点$F$，连结BD交$CE$于点$G$，连结$BE$. 下列结论中：

①$CE=BD$；②$\triangle ADC$是等腰直角三角形；③$\angle ADB=\angle AEB$；④ $CD\cdot AE=EF\cdot CG$；

一定正确的结论有(　　)



A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

答案　D

解析　①$\because\angle BAC=\angle DAE=90°$，$\therefore\angle BAC+\angle DAC=\angle DAE+\angle DAC$，即$\angle BAD=\angle CAE$.

$\because\triangle ABC$和$\triangle ADE$都是等腰直角三角形，

$\therefore AB=AC$，$AE=AD$，

$\therefore\triangle BAD\cong\triangle CAE(SAS)$，$\therefore CE=BD$，故①正确．

②$\because$四边形$ACDE$是平行四边形，

$\therefore\angle EAD=\angle ADC=90°$，$AE=CD$.

$\because\triangle ADE$是等腰直角三角形，$\therefore AE=AD$，

$\therefore AD=CD$，$\therefore\triangle ADC$是等腰直角三角形，故②正确．

③$\because\triangle ADC$是等腰直角三角形，

$\therefore\angle CAD=45°$，$\therefore\angle BAD=90°+45°=135°$.

$\because\angle EAD=\angle BAC=90°$，$\angle CAD=45°$，

$\therefore\angle BAE=360°-90°-90°-45°=135°$，

$\therefore\angle BAD=\angle BAE$.

又$\because AB=AB$，$AD=AE$，$\therefore\triangle BAE\cong\triangle BAD(SAS)$，

$\therefore\angle ADB=\angle AEB$，故③正确．

④$\because\triangle BAD\cong\triangle CAE$，$\triangle BAE\cong\triangle BAD$，

$\therefore\triangle CAE\cong\triangle BAE$，$\therefore\angle BEA=\angle AEC=\angle BDA$.

$\because\angle AEF+\angle AFE=90°$，$\therefore\angle AFE+\angle BDA=90°$.

$\because\angle GFD=\angle AFE$，$\therefore\angle GDF+GFD=90°$，

$\therefore\angle CGD=90°$.

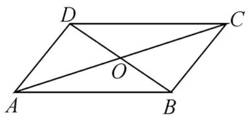
$\because\angle FAE=90°$，$\angle GCD=\angle AEF$，$\therefore\triangle CGD\sim\triangle EAF$，

$\therefore=$，$\therefore CD\cdot AE=EF\cdot CG$，故④正确．

正确的结论有4个，选D.

二、填空题

6．(2011·苏州)如图，在四边形$ABCD$中，$AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，AC、BD相交于点O.若$AC=6$，则线段AO的长度等于__________．



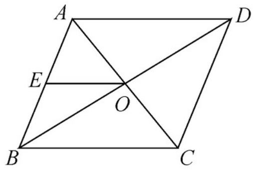
答案　3

解析　$\because AB\parallel CD$，$AD\parallel BC$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形．

$\therefore AO=CO=AC=\times 6=3$.

7．(2011·聊城)如图，在▱$ABCD$中，AC、BD相交于点O，点E是AB的中点，$OE=3$ cm，则AD的长是_________cm.



答案　6

解析　在▱$ABCD$中，$BO=DO$，

∵点E是AE中点，

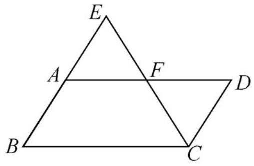
∴$AE=BE$，

∴EO是△ABD的中位线．

∴$OE=AD$，

∴$AD=2\times3=6$ cm.

8．(2011·临沂)如图，▱$ABCD$中，E是BA延长线上一点，$AB=AE$，连结CE交AD于点F，若CF平分∠BCD，$AB=3$，则BC的长为________．



答案　6

解析　在▱$ABCD$中，$AB\parallel DC$，

∴$\angle E=\angle DCF$.

∵CF平分∠BCD，

∴$\angle DCF=\angle BCE$，

∴$\angle E=\angle BCE$，

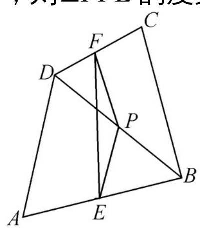
∴$BC=BE$.

∵$AB=AE=3$，

∴$BE=6$.

即$BC=6$.

9．(2011·泉州)如图，在四边形$ABCD$中，P是对角线BD的中点，E、F分别是AB、CD的中点，$AD=BC$，$\angle PEF=18°$，则∠PFE的度数是__________．



答案　18°

解析　∵P是BD的中点，E、F分别是AB、CD的中点，

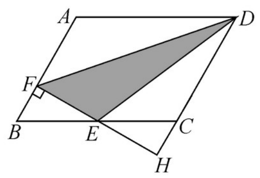
∴$PE=AD$，$PF=BC$.

∵$AD=BC$，

∴$PE=PF$，

∴$\angle PFE=\angle PEF=18°$.

10．(2011·金华)如图，在▱$ABCD$中，$AB=3$，$AD=4$，$\angle ABC=60°$，过BC的中点E作$EF\perp AB$，垂足为点F，与DC的延长线相交于点H，则△DEF的面积是__________．



答案　2

解析　在 Rt$\triangle BEF$ 中，$\angle ABC = 60°$，$BE = BC = AD = \times 4 = 2$.

$\therefore BF = 1$，$EF = $.

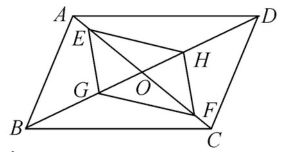
易证$\triangle BEF \cong \triangle CEH$，$\therefore BF = CH = 1$，$EF = EH = $，

$\therefore S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DEH} = DH \cdot EH = \times (3 + 1) \times = 2$.

三、解答题

11．(2011·宜宾)如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC、BD 交于点 O，E、F 在 AC 上，G、H 在 BD 上，$AF = CE$，$BH = DG$.

求证：$GF \parallel HE$.



解　证明：在平行四边形 $ABCD$ 中，$OA = OC$，

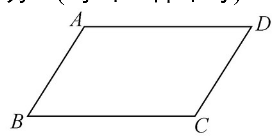
$\because AF = CE$，$\therefore AF - OA = CE - OC$，即 $OF = OE$.

同理可证，$OG = OH$.

$\therefore$四边形 $EGFH$ 是平行四边形．

$\therefore GF \parallel HE$.

12．(2011·福州) 如图，请在下列四个关系中，选出两个恰当的关系作为条件，推出四边形 $ABCD$ 是平行四边形，并予以证明．(写出一种即可)



关系：① $AD \parallel BC$；② $AB = CD$；③$\angle A = \angle C$；④$\angle B + \angle C = 180°$.

已知：在四边形 $ABCD$ 中，__________，__________；

求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形．

解　选①、③.

证明：$\because AD \parallel BC$，$\therefore \angle A + \angle B = 180°$.

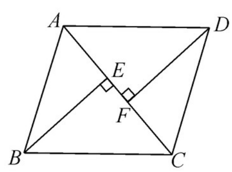
$\because \angle A = \angle C$，

$\therefore \angle C + \angle B = 180°$，

$\therefore AB \parallel DC$.

$\therefore$四边形 $ABCD$ 是平行四边形．(选①④、③④均可)

13．(2011·义乌)如图，已知 E、F 是▱$ABCD$ 对角线 AC 上的两点，且 $BE \perp AC$，$DF \perp AC$.



(1)求证：$\triangle ABE \cong \triangle CDF$；

(2)请写出图中除$\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 外其余两对全等三角形(不再添加辅助线)．

解　(1)证明：$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB = CD$，$AB \parallel CD$，

$\therefore \angle BAE = \angle FCD$.

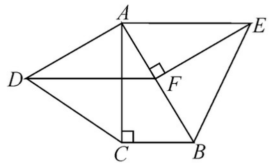
又$\because BE \perp AC$，$DF \perp AC$，

$\therefore \angle AEB = \angle CFD = 90°$，

∴△ABE≌△CDF(AAS)．

(2)①△ABC≌△CDA；②△BCE≌△DAF.

14．(2011·广东)如图，分别以 Rt△ABC 的直角边 AC 及斜边 AB 向外作等边△ACD、等边△ABE.已知∠BAC = 30°，EF⊥AB，垂足为 F，连接 DF.



(1)试说明 AC = EF；

(2)求证：四边形 $ADFE$ 是平行四边形．

解　(1)在 Rt△ABC 中，∠BAC = 30°，

∴BC = AB，AC = AB.

在等边△ABE 中，EF⊥AB，

∴∠AFE = 90°，AF = AE，EF = AE = AB，

∴AC = EF.

(2)在等边△ACD 中，∠DAC = 60°，

∴∠DAF = 60° + 30° = 90° = ∠EFA，

∴AD∥EF.

又 AD = AC = EF，

∴四边形 $ADEF$ 是平行四边形．

15．(2011·北京) 在▱$ABCD$ 中，∠BAD 的平分线交直线 BC 于点 E，交直线 DC 于点 F.

(1)在图 1 中证明 CE = CF；

(2)若∠ABC = 90°，G 是 EF 的中点(如图 2)，直接写出∠BDG 的度数；

(3)若∠ABC = 120°，FG∥CE，FG = CE，分别连结 DB、DG(如图 3)，求∠BDG 的度数．

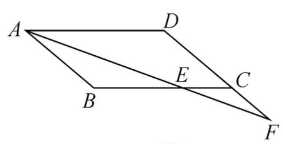


图1

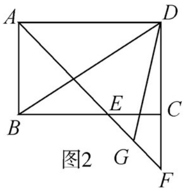


图2

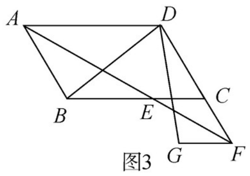


图3

解　(1) 证明：如图 1，

∵AF 平分∠BAD，

∴∠BAF = ∠DAF.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴AD∥BC，AB∥CD.

∴∠DAF = ∠CEF，∠BAF = ∠F，

∴∠CEF = ∠F，∴ CE = CF.

(2)∠BDG = 45°.

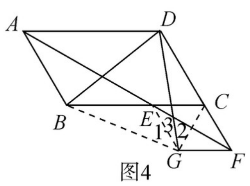


图4

(3) 解法一：分别连接 GB、GE、GC(如图 4)．

∵AB∥DC，∠ABC = 120°，

∴∠ECF = ∠ABC = 120°.

$\because FG\parallel CE$ 且 $FG=CE$，
$\therefore$ 四边形 $CEGF$ 是平行四边形．
由(1)得 $CE=CF$, $\therefore$ ▱$CEGF$ 是菱形，

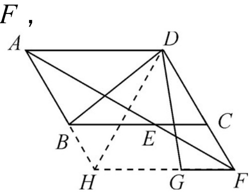
$\therefore EG=EC$，$\angle GCF=\angle GCE=\angle ECF=60°$.
$\therefore \triangle ECG$ 是等边三角形．
$\therefore EG=CG$，…①
$\therefore \angle GEC=\angle EGC=60°$，
$\therefore \angle GEC=\angle GCF$，
$\therefore \angle BEG=\angle DCG$，…②
由 $AD\parallel BC$ 及 AF 平分 $\angle BAD$ 可得 $\angle BAE=\angle AEB$，
$\therefore AB=BE$.
在▱$ABCD$ 中，$AB=DC$，
$\therefore BE=DC$，…③
由①②③得，$\triangle BEG\cong\triangle DCG$.
$\therefore BG=DG$，$\angle 1=\angle 2$，
$\therefore \angle BGD=\angle 1+\angle 3=\angle 2+\angle 3=\angle EGC=60°$.
$\therefore \angle BDG=(180°-\angle BGD)=60°$.
解法二：延长 AB、FG 交于 H，连接 HD，如图 5，
易证四边形 $AHFD$ 是平行四边形．
$\because \angle ABC=120°$，AF 平分 $\angle BAD$，
$\therefore \angle DAF=30°$，$\angle ADC=120°$，$\angle DFA=30°$，
$\therefore \triangle DAF$ 为等腰三角形，$\therefore AD=DF$，


图 5
$\therefore$ 平行四边形 $AHFD$ 是菱形，
$\therefore \triangle ADH$、$\triangle DHF$ 为全等的等边三角形，
$\therefore DH=DF$，$\angle BHD=\angle GFD=60°$.
$\because FG=CE$，$CE=CF$，$CF=BH$，
$\therefore BH=GF$.
$\therefore \triangle BHD\cong\triangle GFD$，$\therefore \angle BDH=\angle GDF$，
$\therefore \angle BDG=\angle BDH+\angle HDG=\angle GDF+\angle HDG=60°$.