

安徽省 2015 年中考数学试卷

注意事项：

1. 你拿到的试卷满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。
2. 本卷包括“试题卷”和“答题卷”两部分，“试题卷”共 4 页，“答题卷”共 6 页。
3. 请你“答题卷”上答题，在“试题卷”上答题是无效的。
4. 考试结束后，请将“试题卷”和“答题卷”一并交回。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分，每小题都给出 A、B、C、D 四个选项，其中只有一个是正确的）。

1. 在 -4 ， 2 ， -1 ， 3 这四个数中，比 -2 小的数是（ ）

- A. -4 B. 2 C. -1 D. 3

考点：有理数大小比较。

分析：根据有理数大小比较的法则直接求得结果，再判定正确选项。

解答：解： \because 正数和 0 大于负数，

\therefore 排除 2 和 3。

$\because|-2|=2$ ， $|-1|=1$ ， $|-4|=4$ ，

$\therefore 4 > 2 > 1$ ，即 $|-4| > |-2| > |-1|$ ，

$\therefore -4 < -2 < -1$ 。

故选：A。

点评：考查了有理数大小比较法则。正数大于 0，0 大于负数，正数大于负数；两个负数，绝对值大的反而小。

2. 计算 \times 的结果是（ ）

- A. B. 4 C. D. 2

考点：二次根式的乘除法。

分析：直接利用二次根式的乘法运算法则求出即可。

解答：解： $\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{16} = 4$ 。

故选：B。

点评：此题主要考查了二次根式的乘法运算，正确化简二次根式是解题关键。

3. 移动互联网已经全面进入人们的日常生活。截止 2015 年 3 月，全国 4G 用户总数达到 1.62 亿，其中 1.62 亿用科学记数法表示为（ ）

- A. 1.62×10^4 B. 1.62×10^6 C. 1.62×10^8 D. 0.162×10^9

考点：科学记数法—表示较大的数。

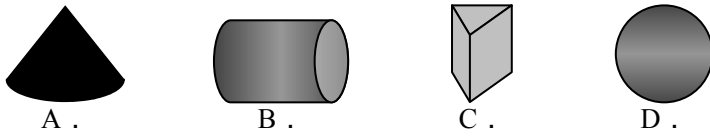
分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 > 1 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数。

解答：解：将 1.62 亿用科学记数法表示为 1.62×10^8 。

故选 C。

点评：此题考查科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

4. 下列几何体中，俯视图是矩形的是 ()



考点：简单几何体的三视图．

分析：根据简单几何体的三视图判断方法，判断圆柱、圆锥、三棱柱、球的俯视图，即可解答．解答：

解：A、俯视图为圆，故错误；

B、俯视图为矩形，正确；

C、俯视图为三角形，故错误；

D、俯视图为圆，故错误；

故选：B．

点评：本题考查了几何体的三种视图，掌握定义是关键．

5. 与 $1+\sqrt{5}$ 最接近的整数是 ()

- A . 4 B . 3 C . 2 D . 1

考点：估算无理数的大小．

分析：由于 $4 < 5 < 9$ ，由此根据算术平方根的概念可以找到 5 接近的两个完全平方数，再估算与 $1+\sqrt{5}$ 最接近的整数即可求解．

解答：解： $\because 4 < 5 < 9$ ，

$$\therefore 2 < \sqrt{5} < 3 .$$

又 5 和 4 比较接近，

$$\therefore \sqrt{5} \text{ 最接近的整数是 } 2 ,$$

$$\therefore \text{与 } 1+\sqrt{5} \text{ 最接近的整数是 } 3 ,$$

故选：B．

点评：此题主要考查了无理数的估算能力，估算无理数的时候，“夹逼法”是估算的一般方法，也是常用方法．

6. 我省 2013 年的快递业务量为 1.4 亿件，受益于电子商务发展和法治环境改善等多重因素，快递业务迅猛发展，2014 年增速位居全国第一．若 2015 年的快递业务量达到 4.5 亿件，设 2014 年与 2013 年这两年的平均增长率为 x ，则下列方程正确的是 ()

- A . $1.4(1+x) = 4.5$ B . $1.4(1+2x) = 4.5$
C . $1.4(1+x)^2 = 4.5$ D . $1.4(1+x) + 1.4(1+x)^2 = 4.5$

考点：由实际问题抽象出一元二次方程．

专题：增长率问题．

分析：根据题意可得等量关系：2013 年的快递业务量 $\times (1+\text{增长率})^2 = 2015$ 年的快递业务量，根据等量关系列出方程即可．

解答：

解：设 2014 年与 2013 年这两年的平均增长率为 x ，由题意得：

$$1.4(1+x)^2 = 4.5 ,$$

故选：C．

点评：此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，关键是掌握平均变化率的方法，若设变化前的量为 a ，变化后的量为 b ，平均变化率为 x ，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1 \pm x)^2 = b$ 。

7. 某校九年级(1)班全体学生 2015 年初中毕业体育考试的成绩统计如下表：

成绩(分)	35	39	42	44	45	48	50
人数(人)	2	5	6	6	8	7	6

根据上表中的信息判断，下列结论中错误的是 ()

- A. 该班一共有 40 名同学
- B. 该班学生这次考试成绩的众数是 45 分
- C. 该班学生这次考试成绩的中位数是 45 分
- D. 该班学生这次考试成绩的平均数是 45 分

考点：众数；统计表；加权平均数；中位数。

分析：结合表格根据众数、平均数、中位数的概念求解。

解答：解：该班人数为： $2+5+6+6+8+7+6=40$ ，
得 45 分的人数最多，众数为 45，

第 20 和 21 名同学的成绩的平均值为中位数，中位数为： $\frac{45+45}{2}=45$ ，

平均数为： $\frac{35 \times 2 + 39 \times 5 + 42 \times 6 + 44 \times 6 + 45 \times 8 + 48 \times 7 + 50 \times 6}{40} = 44.425$ 。

故错误的为 D。

故选 D。

点评：本题考查了众数、平均数、中位数的知识，掌握各知识点的概念是解答本题的关键。

8. 在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = \angle B = \angle C$ ，点 E 在边 AB 上， $\angle AED = 60^\circ$ ，则一定有 ()

- A. $\angle ADE = 20^\circ$
- B. $\angle ADE = 30^\circ$
- C. $\angle ADE = \angle ADC$
- D. $\angle ADE = \angle ADC$

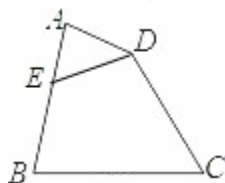
考点：多边形内角与外角；三角形内角和定理。

分析：利用三角形的内角和为 180° ，四边形的内角和为 360° ，分别表示出 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ ，

根据 $\angle A = \angle B = \angle C$ ，得到 $\angle ADE = \frac{1}{2} \angle EDC$ ，因为 $\angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = \frac{1}{2} \angle EDC + \angle EDC = \frac{3}{2}$

$\angle EDC$ ，所以 $\angle ADC = \frac{1}{3} \angle ADC$ ，即可解答。

解答：解：如图，



在 $\triangle AED$ 中， $\angle AED = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle A = 180^\circ - \angle AED - \angle ADE = 120^\circ - \angle ADE$ ，

在四边形 $DEBC$ 中， $\angle DEB = 180^\circ - \angle AED = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，

$$\therefore \angle B = \angle C = (360^\circ - \angle DEB - \angle EDC) \div 2 = 120^\circ - \frac{1}{2} \angle EDC,$$

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C,$$

$$\therefore 120^\circ - \angle ADE = 120^\circ - \frac{1}{2} \angle EDC,$$

$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} \angle EDC,$$

$$\therefore \angle ADC = \angle ADE + \angle EDC = \frac{1}{2} \angle EDC + \angle EDC = \frac{3}{2} \angle EDC,$$

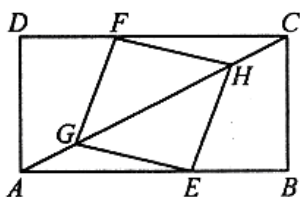
$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{3} \angle ADC,$$

故选：D.

点评：本题考查了多边形的内角和，解决本题的关键是根据利用三角形的内角和为 180° ，四边形的内角和为 360° ，分别表示出 $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$ 。

9. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $BC = 4$ 。点 E 在边 AB 上，点 F 在边 CD 上，点 G 、 H 在对角线 AC 上。若四边形 $EGFH$ 是菱形，则 AE 的长是 ()

- A. 2 B. 3 C. 5 D. 6



第9题图

考点：菱形的性质；矩形的性质。

分析：连接 EF 交 AC 于 O ，由四边形 $EGFH$ 是菱形，得到 $EF \perp AC$ ， $OE = OF$ ，由于四边形 $ABCD$ 是矩形，得到 $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ，通过 $\triangle CFO \cong \triangle AOE$ ，得到 $AO = CO$ ，求出 $AO = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{5}$ ，根据 $\triangle AOE \sim \triangle ABC$ ，即可得到结果。

解答：解；连接 EF 交 AC 于 O ，

\therefore 四边形 $EGFH$ 是菱形，

$\therefore EF \perp AC$ ， $OE = OF$ ，

\therefore 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore \angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $AB \parallel CD$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle CAB$ ，

在 $\triangle CFO$ 与 $\triangle AOE$ 中，
$$\begin{cases} \angle FCO = \angle OAB \\ \angle FOC = \angle AOE \\ OF = OE \end{cases}$$

$\therefore \triangle CFO \cong \triangle AOE$ ，

$\therefore AO = CO$ ，

$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 4\sqrt{5}$ ，

$\therefore AO = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{5}$ ，

$\because \angle CAB = \angle CAB, \angle AOE = \angle B = 90^\circ,$

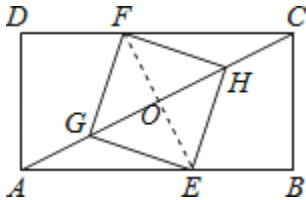
$\therefore \triangle AOE \sim \triangle ABC,$

$$\therefore \frac{AO}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

$$\therefore \frac{2\sqrt{5}}{8} = \frac{AE}{4\sqrt{5}},$$

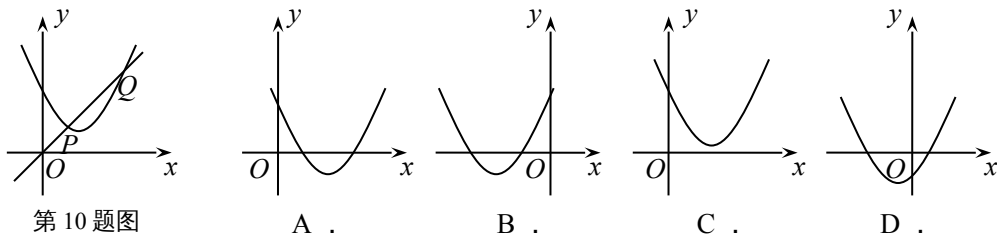
$\therefore AE = 5.$

故选 C.



点评：本题考查了菱形的性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，熟练运用定理是解题的关键．

10. 如图，一次函数 $y_1 = x$ 与二次函数 $y_2 = ax^2 + bx + c$ 图象相交于 P、Q 两点，则函数 $y = ax^2 + (b-1)x + c$ 的图象可能是 ()



第 10 题图

A .

B .

C .

D .

考点：二次函数的图象；正比例函数的图象．

分析：由一次函数 $y_1 = x$ 与二次函数 $y_2 = ax^2 + bx + c$ 图象相交于 P、Q 两点，得出方程 $ax^2 + (b-1)x + c = 0$ 有两个不相等的根，进而得出函数 $y = ax^2 + (b-1)x + c$ 与 x 轴有两个交点，根据方程根与系数的关系得出函数 $y = ax^2 + (b-1)x + c$ 的对称轴 $x = -\frac{b-1}{2a} > 0$ ，即可进行判断．

解答：解： \because 一次函数 $y_1 = x$ 与二次函数 $y_2 = ax^2 + bx + c$ 图象相交于 P、Q 两点，

\therefore 方程 $ax^2 + (b-1)x + c = 0$ 有两个不相等的根，

\therefore 函数 $y = ax^2 + (b-1)x + c$ 与 x 轴有两个交点，

\therefore 方程 $ax^2 + (b-1)x + c = 0$ 的两个不相等的根 $x_1 > 0, x_2 > 0,$

$$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{b-1}{a} > 0,$$

$$\therefore -\frac{b-1}{2a} > 0,$$

$$\therefore \text{函数 } y = ax^2 + (b-1)x + c \text{ 的对称轴 } x = -\frac{b-1}{2a} > 0,$$

$\therefore a > 0$ ，开口向上，

\therefore A 符合条件，

故选 A .

点评：本题考查了二次函数的图象，直线和抛物线的交点，交点坐标和方程的关系以及方程和二次函数的关系等，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键．**二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分）**

11. -64 的立方根是_____.

考点：立方根.

分析：根据立方根的定义求解即可.

解答：解： $\because (-4)^3 = -64$,

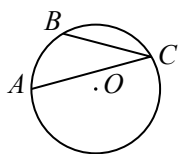
$\therefore -64$ 的立方根是 -4 .

故答案为 -4 .

点评：

此题主要考查了立方根的定义，求一个数的立方根，应先找出所要求的这个数是哪一个数的立方. 由开立方和立方是互逆运算，用立方的方法求这个数的立方根. 注意一个数的立方根与原数的性质符号相同.

12. 如图，点 A 、 B 、 C 在半径为 9 的 $\odot O$ 上， \widehat{AB} 的长为 2π ，则 $\angle ACB$ 的大小是_____.



第 12 题图

考点：弧长的计算；圆周角定理.

分析：连结 OA 、 OB . 先由 \widehat{AB} 的长为 2π ，利用弧长计算公式求出 $\angle AOB = 40^\circ$ ，再根据在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半得到 $\angle ACB = \frac{1}{2}$

$\angle AOB = 20^\circ$.

解答：解：连结 OA 、 OB . 设 $\angle AOB = n^\circ$.

$\because \widehat{AB}$ 的长为 2π ,

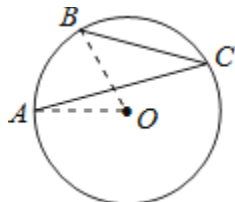
$$\therefore \frac{n \times \pi \times 9}{180} = 2\pi,$$

$\therefore n = 40$,

$\therefore \angle AOB = 40^\circ$,

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 20^\circ$.

故答案为 20° .



点评：本题考查了弧长公式： $l = \frac{n\pi R}{180}$ （弧长为 l ，圆心角度数为 n ，圆的半径为 R ），同时考

查了圆周角定理.

13. 按一定规律排列的一列数： $2^1, 2^2, 2^3, 2^5, 2^8, 2^{13}, \dots$ ，若 x, y, z 表示这列数中的连续三个数，猜想 x, y, z 满足的关系式是_____。

考点：规律型：数字的变化类。

分析：首项判断出这列数中，2 的指数各项依次为 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots ，从第三个数起，每个数都是前两数之和；然后根据同底数的幂相乘，底数不变，指数相加，可得这列数中的连续三个数，满足 $xy=z$ ，据此解答即可。

解答：解： $\because 2^1 \times 2^2 = 2^3, 2^2 \times 2^3 = 2^5, 2^3 \times 2^5 = 2^8, 2^5 \times 2^8 = 2^{13}, \dots$ ，

$\therefore x, y, z$ 满足的关系式是： $xy=z$ 。

故答案为： $xy=z$ 。

点评：

此题主要考查了探寻数列规律问题，考查了同底数幂的乘法法则，注意观察总结规律，并能正确的应用规律，解答此题的关键是判断出 x, y, z 的指数的特征。

14. 已知实数 a, b, c 满足 $a+b=ab=c$ ，有下列结论：

① 若 $c \neq 0$ ，则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ；② 若 $a=3$ ，则 $b+c=9$ ；

③ 若 $a=b=c$ ，则 $abc=0$ ；④ 若 a, b, c 中只有两个数相等，则 $a+b+c=8$ 。

其中正确的是_____ (把所有正确结论的序号都选上)。

考点：分式的混合运算；解一元一次方程。

分析：按照字母满足的条件，逐一分析计算得出答案，进一步比较得出结论即可。

解答：解：① $\because a+b=ab \neq 0, \therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ ，此选项正确；

② $\because a=3$ ，则 $3+b=3b, b=\frac{3}{2}, c=\frac{9}{2}, \therefore b+c=\frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$ ，此选项错误；

③ $\because a=b=c$ ，则 $2a=a^2=a, \therefore a=0, abc=0$ ，此选项正确；

④ $\because a, b, c$ 中只有两个数相等，不妨 $a=b$ ，则 $2a=a^2, a=0$ ，或 $a=2, a=0$ 不合题意， $a=2$ ，则 $b=2, c=4, \therefore a+b+c=8$ ，此选项正确。

其中正确的是①④。

故答案为：①③④。

点评：此题考查分式的混合运算，一元一次方程的运用，灵活利用题目中的已知条件，选择正确的方法解决问题。

三、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

15. 先化简，再求值： $\frac{a^2-1}{a-1} \cdot \frac{1}{a-1}$ ，其中 $a = -\frac{1}{2}$ 。

考点：分式的化简求值。

专题：计算题。

分析：原式括号中第二项变形后，利用同分母分式的减法法则计算，约分得到最简结果，把 a 的值代入计算即可求出值。

解答：解：原式 = $(\frac{a^2-1}{a-1} - \frac{1}{a-1}) \cdot \frac{1}{a} = \frac{(a+1)(a-1)}{a-1} \cdot \frac{1}{a} = \frac{a+1}{a}$ ，

当 $a = -\frac{1}{2}$ 时，原式 = -1 。

点评：此题考查了分式的化简求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键。

16. 解不等式： $x > 1 - \frac{1}{x}$.

考点：解一元一次不等式 .

分析：先去分母，然后移项并合并同类项，最后系数化为 1 即可求出不等式的解集 .

解答：解：去分母，得 $2x > 6 - x + 3$,

移项，得 $2x + x > 6 + 3$,

合并，得 $3x > 9$,

系数化为 1，得 $x > 3$.

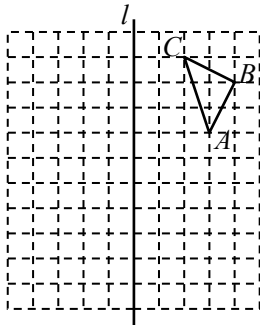
点评：本题考查了一元一次不等式的解法，解答本题的关键是熟练掌握解不等式的方法步骤，此题比较简单 .

四、(本大题共 2 小题，每小题 8 分，满分 16 分)

17. 如图，在边长为 1 个单位长度的小正方形格中，给出了 $\triangle ABC$ (顶点是格线的交点) .

(1) 请画出 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 将线段 AC 向左平移 3 个单位，再向下平移 5 个单位，画出平移得到的线段 A_2C_2 ，并以它为一边作一个格点 $\triangle A_2B_2C_2$ ，使 $A_2B_2 = C_3B_2$.



第 17 题图

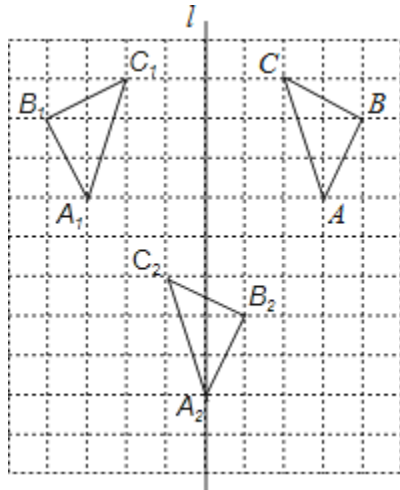
考点：作图-轴对称变换；作图-平移变换 .

分析：(1) 直接利用轴对称的性质得出对应点位置进而得出答案；

(2) 利用轴对称图形的性质得出对应点位置进而得出答案 .

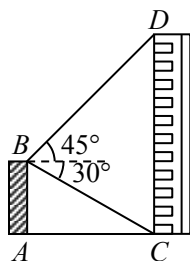
解答：解：(1) 如图所示： $\triangle A_1B_1C_1$ ，即为所求；

(2) 如图所示： $\triangle A_2B_2C_2$ ，即为所求 .



点评：此题主要考查了轴对称变换以及平移变换，根据图形的性质得出对应点位置是解题关键。

18. 如图，平台 AB 高为 12m ，在 B 处测得楼房 CD 顶部点 D 的仰角为 45° ，底部点 C 的俯角为 30° ，求楼房 CD 的高度(= 1.7)。



第 18 题图

考点：解直角三角形的应用-仰角俯角问题。

分析：首先分析图形，根据题意构造直角三角形。本题涉及多个直角三角形，应利用其公共边构造关系式求解。

解答：解：如图，过点 B 作 $BE \perp CD$ 于点 E ，
根据题意， $\angle DBE=45^\circ$ ， $\angle CBE=30^\circ$ 。

$\because AB \perp AC$ ， $CD \perp AC$ ，

\therefore 四边形 $ABEC$ 为矩形。

$\therefore CE=AB=12\text{m}$ 。

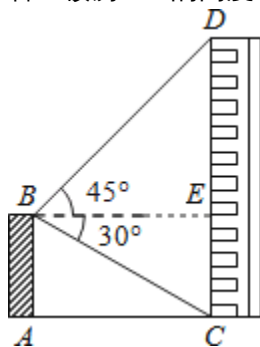
在 $\text{Rt}\triangle CBE$ 中， $\cot \angle CBE = \frac{BE}{CE}$ ，

$\therefore BE=CE \cdot \cot 30^\circ = 12 \times \sqrt{3} = 12\sqrt{3}$ 。

在 $\text{Rt}\triangle BDE$ 中，由 $\angle DBE=45^\circ$ ，
得 $DE=BE=12\sqrt{3}$ 。

$\therefore CD=CE+DE=12(\sqrt{3}+1) \approx 32.4$ 。

答：楼房 CD 的高度约为 32.4m 。



点评：考查了解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题，本题要求学生借助俯角构造直角三角形，并结合图形利用三角函数解直角三角形。

五、(本大题共 2 小题，每小题 10 分，满分 20 分)

19. A 、 B 、 C 三人玩篮球传球游戏，游戏规则是：第一次传球由 A 将球随机地传给 B 、 C 两人中的某一人，以后的每一次传球都是由上次的传球者随机地传给其他两人中的某一人。

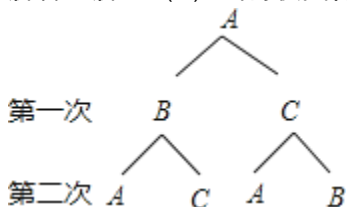
(1) 求两次传球后，球恰在 B 手中的概率；

(2)求三次传球后，球恰在A手中的概率．

考点：列表法与树状图法．分析：（1）首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与两次传球后，球恰在B手中的情况，再利用概率公式即可求得答案；

（2）首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果与三次传球后，球恰在A手中的情况，再利用概率公式即可求得答案．

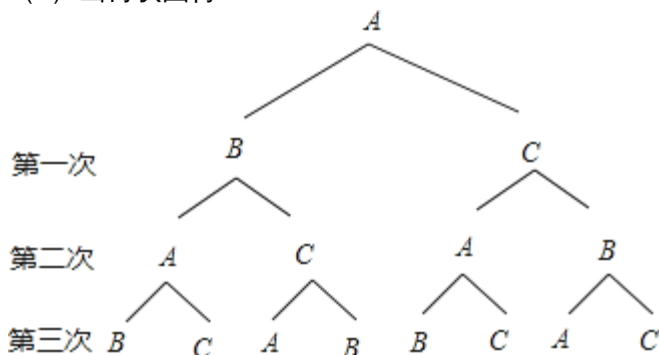
解答：解：（1）画树状图得：



∴共有4种等可能的结果，两次传球后，球恰在B手中的只有1种情况，

∴两次传球后，球恰在B手中的概率为： $\frac{1}{4}$ ；

（2）画树状图得：

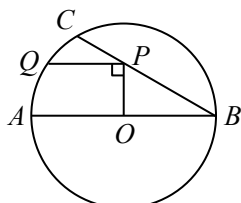


∴共有8种等可能的结果，三次传球后，球恰在A手中的有2种情况，

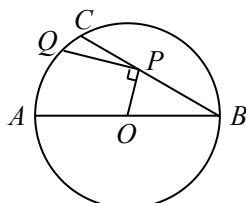
∴三次传球后，球恰在A手中的概率为： $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ ．

点评：此题考查了列表法或树状图法求概率．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

20．在⊙O中，直径AB=6，BC是弦，∠ABC=30°，点P在BC上，点Q在⊙O上，且OP⊥PQ．



第20题图1



第20题图2

(1)如图1，当PQ∥AB时，求PQ的长度；

(2)如图2，当点P在BC上移动时，求PQ长的最大值．

考点：圆周角定理；勾股定理；解直角三角形．

专题：计算题．

分析：(1) 连结 OQ，如图 1，由 $PQ \parallel AB$ ， $OP \perp PQ$ 得到 $OP \perp AB$ ，在 $Rt\triangle OBP$ 中，利用正切定义可计算出 $OP=3\tan 30^\circ=\sqrt{3}$ ，然后在 $Rt\triangle OPQ$ 中利用勾股定理可计算出 $PQ=\sqrt{6}$ ；

(2) 连结 OQ，如图 2，在 $Rt\triangle OPQ$ 中，根据勾股定理得到 $PQ=\sqrt{OQ^2-OP^2}$ ，则当 OP 的长最

小时，PQ 的长最大，根据垂线段最短得到 $OP \perp BC$ ，则 $OP=\frac{1}{2}OB=\frac{3}{2}$ ，所以 PQ 长的最大值=

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

解答：

解：(1) 连结 OQ，如图 1，

$\because PQ \parallel AB$ ， $OP \perp PQ$ ，

$\therefore OP \perp AB$ ，

在 $Rt\triangle OBP$ 中， $\because \tan \angle B = \frac{OP}{OB}$ ，

$$\therefore OP = 3 \tan 30^\circ = \sqrt{3}，$$

在 $Rt\triangle OPQ$ 中， $\because OP = \sqrt{3}$ ， $OQ = 3$ ，

$$\therefore PQ = \sqrt{OQ^2 - OP^2} = \sqrt{6}；$$

(2) 连结 OQ，如图 2，

在 $Rt\triangle OPQ$ 中， $PQ = \sqrt{OQ^2 - OP^2} = \sqrt{9 - OP^2}$ ，

当 OP 的长最小时，PQ 的长最大，

此时 $OP \perp BC$ ，则 $OP = \frac{1}{2}OB = \frac{3}{2}$ ，

$$\therefore PQ \text{ 长的最大值为 } \sqrt{9 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}.$$

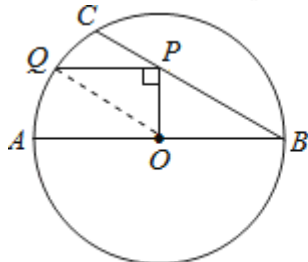


图 1

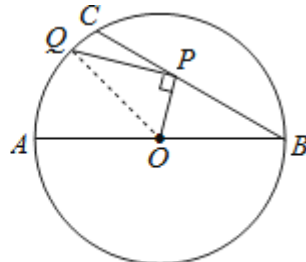


图 2

点评：本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．也考查了勾股定理和解直角三角形．

六、(本题满分 12 分)

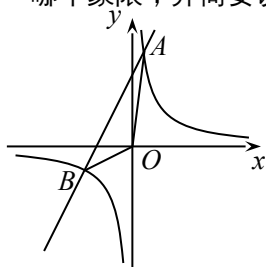
21. 如图，已知反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 与一次函数 $y = k_2x + b$ 的图象交于点 $A(1, 8)$ 、 $B(-4, m)$ ．

(1) 求 k_1 、 k_2 、 b 的值；

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积；

(3) 若 $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$ 是比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 图象上的两点，且 $x_1 < x_2$ ， $y_1 < y_2$ ，指出点 M 、 N 各位于

哪个象限，并简要说明理由．



第 21 题图

考点：反比例函数与一次函数的交点问题．

分析：（1）先把 A 点坐标代入 $y = \frac{k_1}{x}$ 可求得 $k_1 = 8$ ，则可得到反比例函数解析式，再把 B（-4，m）代入反比例函数求得 m，得到 B 点坐标，然后利用待定系数法确定一次函数解析式即可求得结果；

（2）由（1）知一次函数 $y = k_2x + b$ 的图象与 y 轴的交点坐标为（0，6），可求 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 1 = 9$ ；

（3）根据反比例函数的性质即可得到结果．

解答：解：（1） \because 反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 与一次函数 $y = k_2x + b$ 的图象交于点 A（1，8）、B（-4，m），

$\therefore k_1 = 8$ ，B（-4，-2），

$$\text{解} \begin{cases} 8 = k_2 + b \\ -2 = -4k_2 + b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k_2 = 2 \\ b = 6 \end{cases};$$

（2）由（1）知一次函数 $y = k_2x + b$ 的图象与 y 轴的交点坐标为（0，6），

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 + \frac{1}{2} \times 6 \times 1 = 9;$$

（3） \because 比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ 的图象位于一、三象限，

\therefore 在每个象限内，y 随 x 的增大而减小，

$\because x_1 < x_2$ ， $y_1 < y_2$ ，

\therefore M，N 在不同的象限，

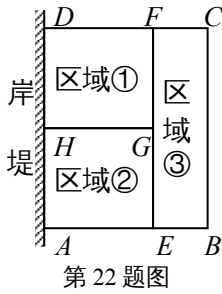
\therefore M（ x_1 ， y_1 ）在第三象限，N（ x_2 ， y_2 ）在第一象限．

点评：本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，求三角形的面积，求函数的解析式，正确掌握反比例函数的性质是解题的关键．

七、（本题满分 12 分）

22．为了节省材料，某水产养殖户利用水库的岸堤（岸堤足够长）为一边，用总长为 80m 的围在水库中围成了如图所示的①②③三块矩形区域，而且这三块矩形区域的面积相等．设 BC 的长度为 x m，矩形区域 ABCD 的面积为 ym^2 ．

- (1)求 y 与 x 之间的函数关系式，并注明自变量 x 的取值范围；
 (2) x 为何值时， y 有最大值？最大值是多少？



第 22 题图

考点：二次函数的应用．

专题：应用题．

分析：(1) 根据三个矩形面积相等，得到矩形 AEFD 面积是矩形 BCFE 面积的 2 倍，可得出 $AE=2BE$ ，设 $BE=a$ ，则有 $AE=2a$ ，表示出 a 与 $2a$ ，进而表示出 y 与 x 的关系式，并求出 x 的范围即可；

(2) 利用二次函数的性质求出 y 的最大值，以及此时 x 的值即可．

解答：

解：(1) \because 三块矩形区域的面积相等，

\therefore 矩形 AEFD 面积是矩形 BCFE 面积的 2 倍，

$\therefore AE=2BE$ ，

设 $BE=a$ ，则 $AE=2a$ ，

$\therefore 8a+2x=80$ ，

$\therefore a=-\frac{1}{4}x+10$ ， $2a=-\frac{1}{2}x+20$ ，

$\therefore y=(-\frac{1}{4}x+20)x+(-\frac{1}{2}x+10)x=-\frac{3}{4}x^2+30x$ ，

$\because a=-\frac{1}{4}x+10>0$ ，

$\therefore x<40$ ，

则 $y=-\frac{3}{4}x^2+30x$ ($0<x<40$)；

(2) $\because y=-\frac{3}{4}x^2+30x=-\frac{3}{4}(x-20)^2+300$ ($0<x<40$)，且二次项系数为 $-\frac{3}{4}<0$ ，

\therefore 当 $x=20$ 时， y 有最大值，最大值为 300 平方米．

点评：此题考查了二次函数的应用，以及列代数式，熟练掌握二次函数的性质是解本题的关键

八 (本题满分 14 分)

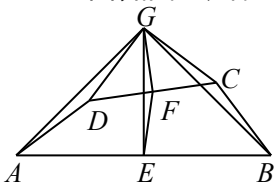
23. 如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别是 AB 、 CD 的中点，过点 E 作 AB 的垂线，过点 F 作 CD 的垂线，两垂线交于点 G ，连接 AG 、 BG 、 CG 、 DG ，且 $\angle AGD = \angle BGC$ ．

(1) 求证： $AD=BC$ ；

(2) 求证： $\triangle AGD \sim \triangle EGF$ ；

第 23 题图 1

(3) 如图 2，若 AD 、 BC 所在直线互相垂直，求的值．



第 23 题图 2

考点：相似形综合题．

分析：（1）由线段垂直平分线的性质得出 $GA=GB$ ， $GD=GC$ ，由 SAS 证明 $\triangle AGD \cong \triangle BGC$ ，得出对应边相等即可；

（2）先证出 $\angle AGB = \angle DGC$ ，由 $\frac{GA}{GD} = \frac{GB}{GC}$ ，证出 $\triangle AGB \sim \triangle DGC$ ，得出比例式 $\frac{EG}{FG} = \frac{GA}{GD}$ ，再证出 $\angle AGD = \angle EGF$ ，即可得出 $\triangle AGD \sim \triangle EGF$ ；

（3）延长 AD 交 GB 于点 M，交 BC 的延长线于点 H，则 $AH \perp BH$ ，由 $\triangle AGD \cong \triangle BGC$ ，得出 $\angle GAD = \angle GBC$ ，再求出 $\angle AGE = \angle AHB = 90^\circ$ ，得出 $\angle AGE = \frac{1}{2} \angle AGB = 45^\circ$ ，求出 $\frac{AG}{EG} = \sqrt{2}$ ，

由 $\triangle AGD \sim \triangle EGF$ ，即可得出 $\frac{AD}{EF}$ 的值．

解答：

（1）证明： \because GE 是 AB 的垂直平分线，

$\therefore GA=GB$ ，

同理： $GD=GC$ ，

在 $\triangle AGD$ 和 $\triangle BGC$ 中，

$$\begin{cases} GA=GB \\ \angle AGD=\angle BGC \\ GD=GC \end{cases} ,$$

$\therefore \triangle AGD \cong \triangle BGC$ (SAS) ，

$\therefore AD=BC$ ；

（2）证明： $\because \angle AGD = \angle BGC$ ，

$\therefore \angle AGB = \angle DGC$ ，

在 $\triangle AGB$ 和 $\triangle DGC$ 中， $\frac{GA}{GD} = \frac{GB}{GC}$ ，

$\therefore \triangle AGB \sim \triangle DGC$ ，

$$\therefore \frac{EG}{FG} = \frac{GA}{GD} ,$$

又 $\because \angle AGE = \angle DGF$ ，

$\therefore \angle AGD = \angle EGF$ ，

$\therefore \triangle AGD \sim \triangle EGF$ ；

(3) 解：延长 AD 交 GB 于点 M，交 BC 的延长线于点 H，如图所示：

则 $AH \perp BH$ ，

$$\because \triangle AGD \cong \triangle BGC,$$

$$\therefore \angle GAD = \angle GBC,$$

在 $\triangle GAM$ 和 $\triangle HBM$ 中， $\angle GAD = \angle GBC$ ， $\angle GMA = \angle HMB$ ，

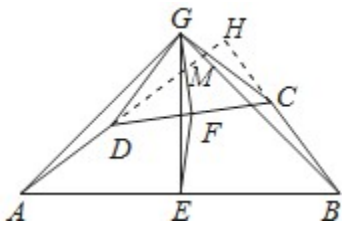
$$\therefore \angle AGE = \angle AHB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AGE = \frac{1}{2} \angle AGB = 45^\circ,$$

$$\therefore \frac{AG}{EG} = \sqrt{2},$$

又 $\because \triangle AGD \sim \triangle EGF$ ，

$$\therefore \frac{AD}{EF} = \frac{AG}{EG} = \sqrt{2}.$$



点评：本题是相似形综合题目，考查了线段垂直平分线的性质、全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、三角函数等知识；本题难度较大，综合性强，特别是（3）中，需要通过作辅助线综合运用（1）（2）的结论和三角函数才能得出结果。