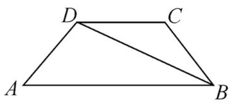
考点跟踪训练25　梯形

一、选择题

1．(2011·武汉)如图，在梯形$ABCD$中，$AB\parallel DC$，$AD=DC=CB$，若$\angle ABD=25°$，则$\angle BAD$的大小是(　　)



A．40° B．45° C．50° D．60°

答案　C

解析　∵$AB\parallel DC$，

∴$\angle ABD=\angle BDC=25°$.

∵$CD=CB$，∴$\angle BDC=\angle DBC=25°$，

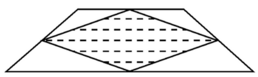
∴$\angle ABC=\angle ABD+\angle DBC=50°$.

∵$AB\parallel BC$，$AD=CB$，

∴梯形$ABCD$是等腰梯形．

∴$\angle BAD=\angle ABC=50°$.

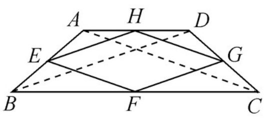
2．(2011·烟台)如图，小区的一角有一块形状为等腰梯形的空地，为了美化小区，社区居委会计划在空地上建一个四边形的水池，使水池的四个顶点恰好在梯形各边的中点上，则水池的形状一定是(　　)



A．等腰梯形 B．矩形

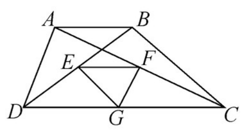
C．菱形 D．正方形

答案　C



解析　如图，连接AC、BD，因为梯形$ABCD$等腰梯形，所以$AC=BD$.由三角形中位线定理，得EF綊AC，GH綊AC，所以EF綊GH，所以四边形$EFGH$是平行四边形．又$FG=BD$，$EF=AC$，所以$EF=FG$，故▱$EFGH$是菱形．

3．(2011·烟台)如图，梯形$ABCD$中，$AB\parallel CD$，点E、F、G分别是BD、AC、DC的中点．已知两底差是6，两腰和是12，则$\triangle EFG$的周长是(　　)



A．8 B．9 C．10 D．12

答案　B

解析　连接AE并延长交DC于H，易证$\triangle ABE\cong\triangle HDE$，$AB=DH$，

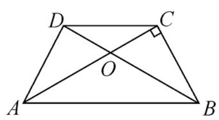
∴$CH=CD-DH=CD-AB=6$.

又∵点E、F、G分别为DB、AC、DC的中点，

∴$EF=CH=\times 6=3$，$EG+FG=BC+AD=(BC+AD)=\times 12=6$，

∴$\triangle EFG$的周长$=EF+EG+FG=3+6=9$.

4．(2011·绵阳)如图，在等腰梯形$ABCD$中，$AB\parallel CD$，对角线AC、BD相交于O，$\angle ABD=30°$，$AC\perp BC$, $AB=8$ cm，则$\triangle COD$的面积为(　　)



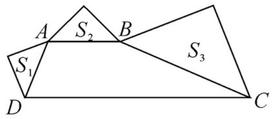
A. cm^2　B. cm^2　C. cm^2　D. cm^2

答案　A

解析　分别画 $CE\perp AB$，$DF\perp AB$，垂足分别是 E、F.在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=\angle ABD=30°$，$AB=8$，$\therefore BC=4$，$BD=AC=4$ ，$S_{\triangle ABC}=AC\cdot BC=\times 4\times 4=8$.

在 $Rt\triangle BCO$ 中，$\angle CBO=30°$，$CB=4$，则 $OC=$ ，$OB=$ ，$S_{\triangle BOC}=BC\cdot OC=\times 4\times =$ ，$\therefore S_{\triangle AOB}=8-=$.$\because AB\parallel CD$，则$\triangle DCO\backsim\triangle BAO$，$={}^2=$ ，$S_{\triangle COD}=\times =$.

5．(2011·福州)梯形 $ABCD$ 中 $AB\parallel CD$，$\angle ADC+\angle BCD=90°$，以 AD、AB、BC 为斜边均向形外作等腰直角三角形，其面积分别是 S_1、S_2、S_3 ，且 $S_1+S_3=4S_2$，则 $CD=($　　$)$



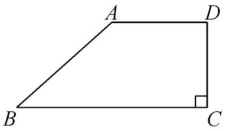
A．$2.5AB$　B．$3AB$　C．$3.5AB$　D．$4AB$

答案　B

解析　过 B 画 $BE\parallel AD$ 交 CD 于 E，则四边形 $ABED$ 是平行四边形，$AD=BE$，$\angle ADC=BEC$，$\therefore\angle BEC+\angle BCD=\angle ADC+\angle BCD=90°$，$\therefore\angle EBC=90°$，$BE^2+BC^2=EC^2$.而 $S_1=AD^2=BE^2$ ，$S_2=AB^2=DE^2$ ，$S_3=BC^2$.又 $S_1+S_3=4S_2$ ，得 $BE^2+BC^2=4$ ，$BE^2+BC^2=4DE^2$，$\therefore EC^2=4DE^2$，$EC=2DE$，$CD=DE+EC=3DE=3AB$.

二、填空题

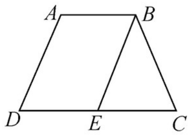
6．(2011·福州)如图，直角梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle C=90°$，则$\angle A+\angle B+\angle C=$________度．



答案　270

解析　因为$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360°$，而$\angle C=90°$，所以$\angle A+\angle B+\angle C=270°$.

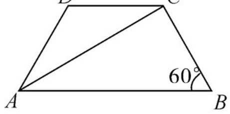
7．(2011·桂林)如图，等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel DC$，$BE\parallel AD$, 梯形 $ABCD$ 的周长为 26，$DE=4$，则$\triangle BEC$ 的周长为_________．



答案　18

解析　由 $AB\parallel DC$，$BE\parallel AD$，得四边形 $ABED$ 是平行四边形，$AB=DE=4$.又因为梯形 $ABCD$ 的周长$=AB+BC+CD+DA=26$，可知 $AD+BC+EC=18$，所以$\triangle BEC$ 的周长$=BE+EC+BC=AD+EC+BC=18$.

8．(2011·邵阳)如图所示，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$AD=BC$，$AC\perp BC$，$\angle B=60°$，$BC=2$ cm，则上底 DC 的长是________cm.



答案　2

解　$\because\angle CAB=90°-60°=30°$，

又$\because$在等腰梯形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=\angle B=60°$，

$\therefore\angle CAD=\angle BAD-\angle BAC=30°$.

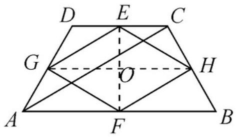
又$\because CD\parallel AB$，$\therefore\angle DCA=\angle CAB=30°=\angle DAC$.

$\therefore CD=AD=BC=2$ cm.

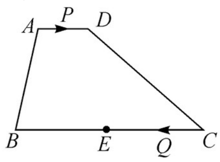
9．(2011·连云港)一等腰梯形两组对边中点相连线段的平方和为 8，则这个等腰梯形的对角线长为________．

答案　2

解析　如图，易证四边形 $EGFH$ 是菱形，在 Rt△EOG 中，$EG^2=EO^2+GO^2={}^2+{}^2==\times 8=2$，所以 $EG=$，又 $EG=AC$，所以 $AC=2EG=2$．



10．(2011·襄阳)如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AD=6$，$BC=16$，E 是 BC 的中点．点 P 以每秒 1 个单位长度的速度从点 A 出发，沿 AD 向点 D 运动；点 Q 同时以每秒 2 个单位长度的速度从点 C 出发，沿 CB 向点 B 运动．点 P 停止运动时，点 Q 也随之停止运动．当运动时间 $t=$________秒时，以点 P、Q、E、D 为顶点的四边形是平行四边形．



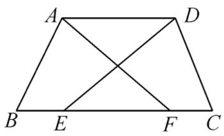
答案　2 或

解析　当四边形 $PDQE$ 是平行四边形时，$PD=QE$，而 $PD=6-t$，$QE=8-2t$，所以 $6-t=8-2t$，$t=2$；当四边形 $PDEQ$ 是平行四边形时，$PD=EQ$，而 $PD=6-t$，$EQ=2t-8$，所以 $6-t=2t-8,3t=14$，$t=$；综上，$t=2$ 或 $t=$.

三、解答题

11．(2011·南充)如图，四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，$AD\parallel BC$，点 E、F 在 BC 上，且 $BE=CF$，连接 DE、AF.

求证：$DE=AF$.



解　证明：∵$BE=FC$，

∴$BE+EF=FC+EF$，即 $BF=CE$.

∵四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，

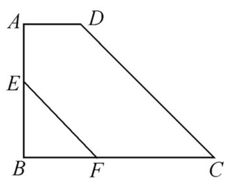
∴$AB=DC$，$\angle B=\angle C$.

在△DCE 和△ABF 中，

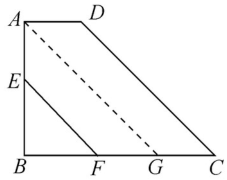
∴△DCE≌△$ABF(SAS)$．

∴$DE=AF$.

12．(2011·菏泽)如图，在梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$\angle B=90°$，$\angle C=45°$，$AD=1$，$BC=4$, E 为 AB 中点，$EF\parallel DC$ 交 BC 于点 F, 求 EF 的长．



解　过点 A 作 $AG\parallel DC$ 交 BC 于 G，



∵$AD\parallel BC$，

∴四边形$AGCD$是平行四边形，

∴$GC=AD$，

∴$BG=BC-AD=4-1=3$.

在Rt△ABG中，

∠$AGB=\angle C=45°$，$AB=BG$.

∴$AG===3$.

∵$EF\parallel DC\parallel AG$，$E$是$AB$中点，

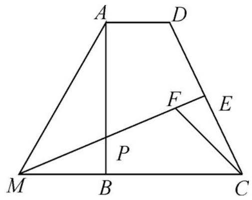
∴F是BG中点，

∴$EF=AG=$.

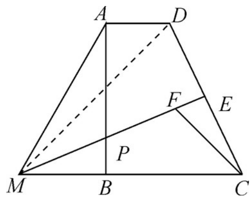
13．(2010·重庆)如图，在直角梯形$ABCD$中，$AD\parallel BC$，$\angle ABC=90°$.点E是DC的中点，过点E作DC的垂线交AB于点P，交CB的延长线于点M.点F在线段ME上，且满足$CF=AD$，$MF=MA$.

(1)若$\angle MFC=120°$，求证：$AM=2MB$；

(2)求证：$\angle MPB=90°-\angle FCM$.



解　证明：(1)如图，连接MD，



∵点E是DC的中点，$EM\perp DC$，

∴$MD=MC$.

又∵$AD=CF$，$MF=MA$，

∴△AMD≌△FMC，

∴∠$MAD=\angle MFC=120°$.

∵$AD\parallel BC$，$\angle ABC=90°$，

∴∠$BAD=90$，°

∴∠$MAB=30°$.

在Rt△AMB中，$\angle MAB=30°$，

∴$BM=AM$，即$AM=2BM$.

(2)∵△AMD≌△FMC，

∴∠$ADM=\angle FCM$，

∵$AD\parallel BC$，

∴∠$ADM=\angle CMD$.

∴∠$CMD=\angle FCM$.

∵$MD=MC$，$ME\perp DC$，

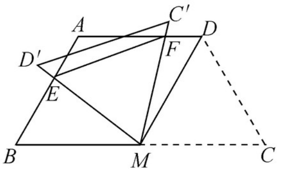
∴∠$DME=\angle CME=\angle CMD$，

∴∠$CME=\angle FCM$，

∴在 Rt△MBP 中，$\angle MPB = 90° - \angle CME = 90° - \angle FCM$.

14．(2011·南充)如图，等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AD = AB = CD = 2$，$\angle C = 60^0$，M 是 BC 的中点．

(1)求证：△MDC 是等边三角形；



(2)将△MDC 绕点 M 旋转，当 MD(即 MD')与 AB 交于一点 E，MC 即 MC')同时与 AD 交于一点 F 时，点 E、F 和点 A 构成△AEF.试探究△AEF 的周长是否存在最小值？如果不存在，请说明理由；如果存在，请计算出△AEF 周长的最小值．

解 (1)证明：过点 D 作 $DP\perp BC$ 于点 P，过点 A 作 $AQ\perp BC$ 于点 Q，

∵$\angle C = \angle B = 60°$，

∴$CP = BQ = AB$，$CP + BQ = AB$.

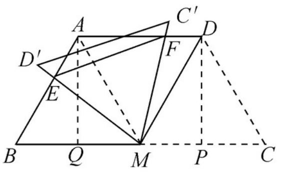
又∵$ADPQ$ 是矩形，$AD = PQ$，$AD = AB$，故 $BC = 2AD$.

由已知，点 M 是 BC 的中点，

∴$BM = CM = AD = AB = CD,$

∴在△MDC 中，$CM = CD,\ \angle C = 60°$，

故△MDC 是等边三角形．



(2)解：△AEF 的周长存在最小值，理由如下：

连接 AM，由(1)得▱$ABMD$ 是菱形，△MAB, △MAD 和△$MC'D'$是等边三角形，

∴$\angle BMA = \angle BME + \angle AME = 60°$， $\angle EMF = \angle AMF + \angle AME = 60°$，

∴$\angle BME = \angle AMF$.

在△BME 与△AMF 中，$BM = AM,\ \angle EBM = \angle FAM = 60°$，$\angle BME = \angle AMF$，

∴△BME≌△$AMF(ASA)$．

∴$BE = AF,\ ME = MF$，$AE + AF = AE + BE = AB$.

∵$\angle EMF = \angle DMC = 60°$，

∴△EMF 是等边三角形，$EF = MF$.

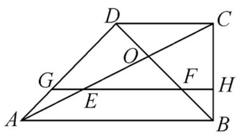
∵MF 的最小值为点 M 到 AD 的距离 $2·\sin60° =$ ，

∴EF 的最小值是，

∴△AEF 的周长 $= AE + AF + EF = AB + EF$，

∴△AEF 的周长的最小值为 $2 +$.

15．(2011·杭州)在直角梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，$\angle ABC = 90°$，$AB = 2BC = 2CD$，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，线段 OA、OB 的中点分别为点 E、F.



(1)求证：△FOE≌ △DOC；

(2)求 $\sin\angle OEF$ 的值；

(3)若直线 EF 与线段 AD、BC 分别相交于点 G、H，求的值．

解 (1)证明：∵E、F 分别为线段 OA、OB 的中点，

∴$EF\parallel AB$，$AB = 2EF$.

∵$AB = 2CD$，∴$EF = CD$.

∵$AB\parallel CD$，∴$EF\parallel CD$，

$\therefore \angle OEF = \angle OCD$，$\angle OFE = \angle ODC$，
$\therefore \triangle FOE \cong \triangle DOC$.
(2)在$\triangle ABC$中，$\because \angle ABC = 90°$，
$\therefore AC = = = BC$，
$\sin\angle CAB = =$.
$\because EF \parallel AB$，$\therefore \angle OEF = \angle CAB$，
$\therefore \sin\angle OEF = \sin\angle CAB =$.
(3)$\because \triangle FOE \cong \triangle DOC$，$\therefore OE = OC$.
$\because AE = OE$，$\therefore AE = OE = OC$，$\therefore = $.
$\because EF \parallel AB$，$\therefore \triangle CEH \backsim \triangle CAB$，
$\therefore = =$ ，$\therefore EH = AB = CD$.
$\because EF = CD$，$\therefore EH = EF$，$FH = EF = CD$.
同理，$GE = CD$，$\therefore GH = CD$，
$\therefore = =$.