

与四边形有关的综合题

例题

- 1、已知二次函数的图象经过 $A(2, 0)$ 、 $C(0, 12)$ 两点，且对称轴为直线 $x=4$. 设顶点为点 P ，与 x 轴的另一交点为点 B .
- (1) 求二次函数的解析式及顶点 P 的坐标；
 - (2) 如图 1，在直线 $y=2x$ 上是否存在点 D ，使四边形 $OPBD$ 为等腰梯形？若存在，求出点 D 的坐标；若不存在，请说明理由；
 - (3) 如图 2，点 M 是线段 OP 上的一个动点 (O 、 P 两点除外)，以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度由点 P 向点 O 运动，过点 M 作直线 $MN \parallel x$ 轴，交 PB 于点 N . 将 $\triangle PMN$ 沿直线 MN 对折，得到 $\triangle P_1MN$. 在动点 M 的运动过程中，设 $\triangle P_1MN$ 与梯形 $OMNB$ 的重叠部分的面积为 S ，运动时间为 t 秒. 求 S 关于 t 的函数关系式.

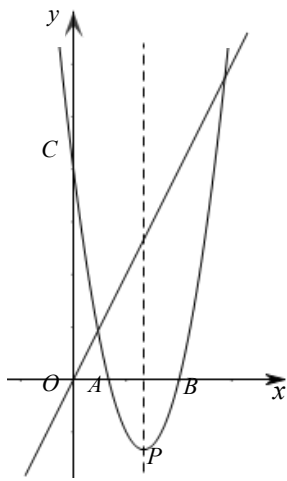


图 1

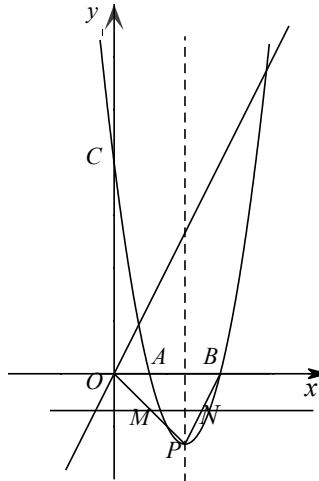
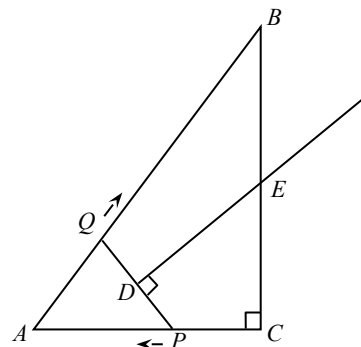


图 2

2、如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ ， $AB=5$ 。点 P 从点 C 出发沿 CA 以每秒 1 个单位长的速度向点 A 匀速运动，到达点 A 后立刻以原来的速度沿 AC 返回；点 Q 从点 A 出发沿 AB 以每秒 1 个单位长的速度向点 B 匀速运动。伴随着 P 、 Q 的运动， DE 保持垂直平分 PQ ，且交 PQ 于点 D ，交折线 $QB-BC-CP$ 于点 E 。点 P 、 Q 同时出发，当点 Q 到达点 B 时停止运动，点 P 也随之停止。设点 P 、 Q 运动的时间是 t 秒 ($t > 0$)。

- (1) 当 $t=2$ 时， $AP=$ ___，点 Q 到 AC 的距离是___；
- (2) 在点 P 从 C 向 A 运动的过程中，求 $\triangle APQ$ 的面积 S 与 t 的函数关系式；(不必写出 t 的取值范围)
- (3) 在点 E 从 B 向 C 运动的过程中，四边形 $QBED$ 能否成为直角梯形？若能，求 t 的值。若不能，请说明理由；
- (4) 当 DE 经过点 C 时，请直接写出 t 的值。

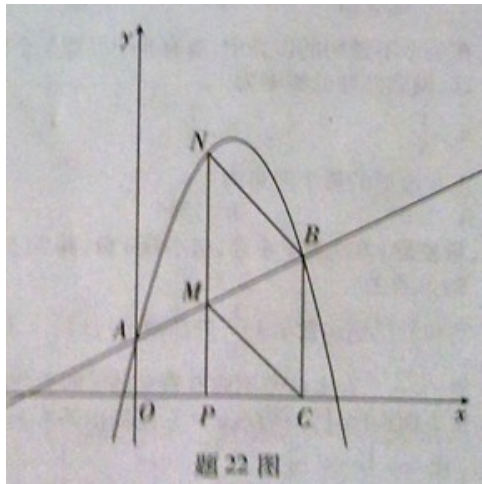


巩固练习

1、如图，抛物线 $y = -\frac{5}{4}x^2 + \frac{17}{4}x + 1$ 与 y 轴交于点 A ，过点 A 的直线与抛物线交于另一点

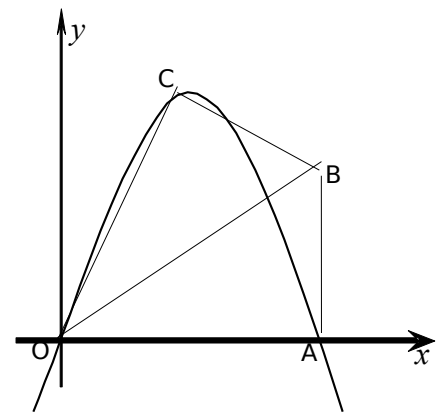
B ，过点 B 作 $BC \perp x$ 轴，垂足为点 $C(3, 0)$ 。

- (1) 求直线 AB 的函数关系式；
- (2) 动点 P 在线段 OC 上，从原点 O 出发以每秒一个单位的速度向 C 移动，过点 P 作 $\perp x$ 轴，交直线 AB 于点 M ，抛物线于点 N ，设点 P 移动的时间为 t 秒， MN 的长为 s 个单位，求 s 与 t 的函数关系式，并写出 t 的取值范围；
- (3) 设 (2) 的条件下 (不考虑点 P 与点 O ，点 G 重合的情况)，连接 CM ， BN ，当 t 为何值时，四边形 $BCMN$ 为平行四边形？问对于所求的 t 的值，平行四边形 $BCMN$ 是否为菱形？说明理由。



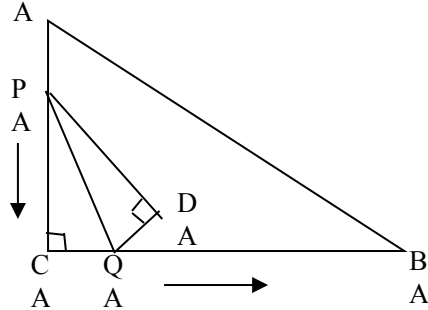
2、已知，在四边形 OABC 中， $\angle OAB = 90^\circ$ ， $\angle BOA = 30^\circ$ ， $AB = 2$ 。若以 O 为坐标原点，OA 所在直线为 x 轴，建立如图所示的平面直角坐标系，点 B 在第一象限内。将 $Rt\triangle OAB$ 沿 OB 折叠后，点 A 落在第一象限内的点 C 处。

- (1) 求点 C 的坐标；
- (2) 若抛物线经过 O、C、A 三点，求此抛物线的解析式；
- (3) 若抛物线的对称轴与 OB 交于点 D，点 P 为线段 DB 上一点，过 P 作 y 轴的平行线，交抛物线于点 M。问：是否存在这样的点 P，使得四边形 CDPM 为等腰梯形？若存在，请求出此时点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。



3、如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC=12$ ， $BC=16$ 。动点 P 从点 A 出发沿 AC 边向点 C

以每秒 3 个单位的速度运动，动点 Q 从点 C 出发沿 CB 边向点 B 以每秒 4 个单位的速度运动。点 P、Q 分别从点 A、C 同时出发，当其中一点到达端点时，另一点也随之停止运动。在运动过程中， $\triangle PCQ$ 关于直线 PQ 对称的图形是 $\triangle PDQ$ 。设运动时间为 t (秒)



(1) 设四边形 PCQD 的面积为 y, 求 y 与 t 之间的函数关系式；

(2) t 为何值时，四边形 PQBA 是梯形？

(3) 是否存在时刻 t，使得 $PD \parallel AB$ ？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由；

(4) 通过观察、画图或者折纸等方法，猜想是否存在时刻 t，使得 $PD \perp AB$ ？若存在，请估计 t 的值在后面括号中的哪个时间段内 ($0 \leq t \leq 1$ ， $1 < t \leq 2$ ， $2 < t \leq 3$ ， $3 < t \leq 4$)；若不存在，请简要说明理由。