

专题 4.9 曲线运动综合问题

考点定位

【考纲解读与考频分析】

曲线运动综合问题考查的知识点多，综合性强，成为高考命题热点。

【高频考点定位】

曲线运动 综合问题

考点精练

考点一：曲线运动综合问题

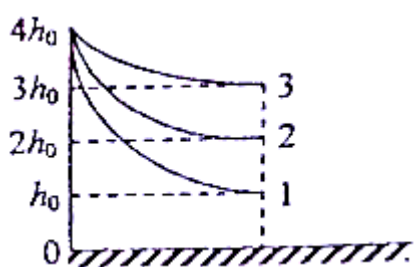
【3年真题链接】

1. (2019 海南物理·10) 三个小物块分别从 3 条不同光滑轨道的上端由静止开始滑下。已知轨道 1、轨道

2、轨道 3 的上端距水平地面的高度均为 $4h_0$ ；它们的下端水平，距地面的高度分别为 $h_1 = h_0$ 、 $h_2 = 2h_0$ 、

$h_3 = 3h_0$ ，如图所示。若沿轨道 1、2、3 下滑的小物块的落地点到轨道下端的水平距离分别记为 s_1 、 s_2 、

s_3 ，则 ()



A. $s_1 > s_2$

B. $s_2 > s_3$

C. $s_1 = s_3$

D. $s_2 = s_3$

【参考答案】BC

【名师解析】沿轨道 1 下滑，由机械能守恒定律， $mg(4h_0 - h_0) = \frac{1}{2}mv_1^2$ ，下滑至轨道 1 末端时速度 $v_1 =$

$\sqrt{6gh_0}$ ，从轨道 1 末端飞出做平抛运动，由平抛运动规律， $s_1=v_1t_1$ ， $h_0=\frac{1}{2}gt_1^2$ ，联立解得 $s_1=2\sqrt{3}h_0$ ；沿轨

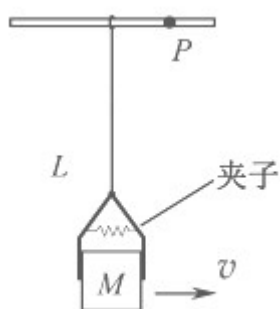
道 2 下滑，由机械能守恒定律， $mg(4h_0-2h_0)=\frac{1}{2}mv_2^2$ ，下滑至轨道 2 末端时速度 $v_2=2\sqrt{gh_0}$ ，从轨道 2 末

端飞出做平抛运动，由平抛运动规律， $s_2=v_2t_2$ ， $2h_0=\frac{1}{2}gt_2^2$ ，联立解得 $s_2=4h_0$ ；沿轨道 3 下滑，由机械能守

恒定律， $mg(4h_0-3h_0)=\frac{1}{2}mv_3^2$ ，下滑至轨道 3 末端时速度 $v_3=\sqrt{2gh_0}$ ，从轨道 3 末端飞出做平抛运动，由

平抛运动规律， $s_3=v_3t_3$ ， $3h_0=\frac{1}{2}gt_3^2$ ，联立解得 $s_3=2\sqrt{3}h_0$ ；显然， $s_2>s_1$ ， $s_2>s_3$ ， $s_1=s_3$ ，选项 BC 正确。

2. (2017·江苏卷·5) 如图所示，一小物块被夹子夹紧，夹子通过轻绳悬挂在小环上，小环套在水平光滑细杆上，物块质量为 M ，到小环的距离为 L ，其两侧面与夹子间的最大静摩擦力均为 F 。小环和物块以速度 v 向右匀速运动，小环碰到杆上的钉子 P 后立刻停止，物块向上摆动。整个过程中，物块在夹子中没有滑动。小环和夹子的质量均不计，重力加速度为 g 。下列说法正确的是 ()



(A) 物块向右匀速运动时，绳中的张力等于 $2F$ (B) 小环碰到钉子 P 时，绳中的张力大于 $2F$

(C) 物块上升的最大高度为 $\frac{2v^2}{g}$ (D) 速度 v 不能超过 $\sqrt{\frac{(2F - Mg)L}{M}}$

【参考答案】D

【名师解析】物块向右匀速运动时，则夹子与物体 M，处于平衡状态，那么绳中的张力等于 Mg，与 2F 大小关系不确定，选项 A 错误；小环碰到钉子 P 时，物体 M 做圆周运动，依据最低点由拉力与重力的合力提供向心力，因此绳中的张力大于 Mg，而与 2F 大小关系不确定，选项 B 错误；依据机械能守恒定律，减小

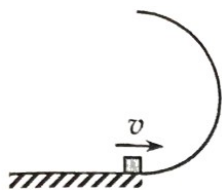
的动能转化为重力势能，则有： $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$ ，那么物块上升的最大高度为 $h = \frac{v^2}{2g}$ ，选项 C 错误；因夹子对

物体 M 的最大静摩擦力为 2F，依据牛顿第二定律，结合向心力表达式，对物体 M，则有： $2F - Mg = M \frac{v^2}{L}$ ，

解得： $v = \sqrt{\frac{(2F - Mg)L}{M}}$ ，选项 D 正确。

【名师点睛】在分析问题，要细心。题中给的力 F 是夹子与重物间的最大静摩擦力，而在物体运动的过程中，没有信息表明夹子与物体间静摩擦力达到最大。另小环碰到钉子后，重物绕钉子做圆周运动，夹子与重物间的静摩擦力会突然增大。

3. (2017 全国 II 卷·17) 如图，半圆形光滑轨道固定在水平地面上，半圆的直径与地面垂直，一小物块以速度 v 从轨道下端滑入轨道，并从轨道上端水平飞出，小物块落地点到轨道下端的距离与轨道半径有关，此距离最大时，对应的轨道半径为（重力加速度为 g ）（ ）



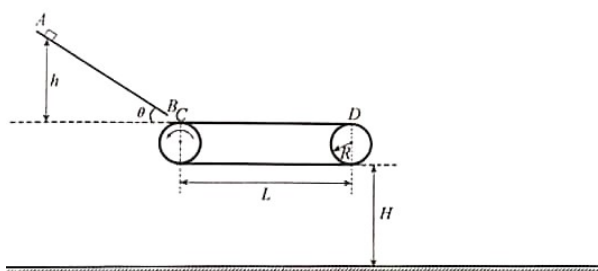
- A. $\frac{v^2}{16g}$ B. $\frac{v^2}{8g}$ C. $\frac{v^2}{4g}$ D. $\frac{v^2}{2g}$

【参考答案】B

【名师解析】设小物块运动到最高点的速度为 v_t ，半圆形光滑轨道半径为 R，小物块由最低点运动到最高点，由机械能守恒定律， $\frac{1}{2}mv_t^2 - \frac{1}{2}mv^2 = -mg \cdot 2R$ ；小物块从最高点飞出做平抛运动， $x = v_t t$ ， $2R = \frac{1}{2}gt^2$ ，

联立解得， $x=2\sqrt{\frac{v^2}{g}R+4R^2}=4\sqrt{\left(R-\frac{v^2}{8g}\right)^2-\frac{v^4}{16g^2}}$ 。当 $R=\frac{v^2}{8g}$ 时， x 最大，选项 B 正确。

4. (2019年4月浙江选考) 某砂场为提高运输效率，研究砂粒下滑的高度与砂粒在传送带上运动的关系，建立如图所示的物理模型。竖直平面内有一倾角 $\theta=37^\circ$ 的直轨道 AB，其下方右侧放置一水平传送带，直轨道末端 B 与传送带间距可近似为零，但允许砂粒通过。转轮半径 $R=0.4\text{m}$ 、转轴间距 $L=2\text{m}$ 的传送带以恒定的线速度逆时针转动，转轮最低点离地面的高度 $H=2.2\text{m}$ 。现将一小物块放在距离传送带高 h 处静止释放，假设小物块从直轨道 B 端运动到达传送带上 C 点时，速度大小不变，方向变为水平向右。已知小物块与直轨道和传送带间的动摩擦因数均为 $\mu=0.5$ 。（ $\sin 37^\circ=0.6$ ）



- 若 $h=2.4\text{m}$ ，求小物块到达 B 端时速度的大小；
- 若小物块落到传送带左侧地面，求 h 需要满足的条件
- 改变小物块释放的高度 h ，小物块从传送带的 D 点水平向右抛出，求小物块落地点到 D 点的水平距离 x 与 h 的关系式及 h 需要满足的条件。

【参考答案】 (1) 4m/s ； (2) $< 3.0\text{m}$ ； (3) $\geq 3.6\text{m}$

【名师解析】

(1) 物块由静止释放到 B 的过程中： $mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma$

$$v_B^2 = 2a \frac{h}{\sin\theta}$$

解得 $v_B=4\text{m/s}$

(2) 左侧离开，D 点速度为零时高为 h_1

$$0 = mgh_1 - \mu mg\cos\theta \cdot \frac{h_1}{\sin\theta} - \mu mgL$$

解得 $h < h_1=3.0\text{m}$

(3) 右侧抛出，D 点的速度为 v ，则

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh - \mu mg\cos\theta \cdot \frac{h}{\sin\theta} - \mu mgL$$

$$H + 2R = \frac{1}{2}gt^2$$

$$x = vt$$

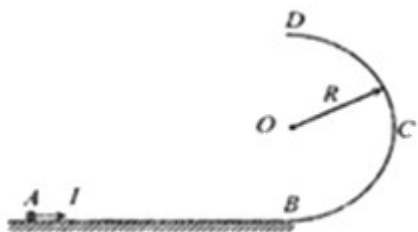
$$\text{可得 } x = 2\sqrt{h-3}$$

$$\text{为使能在 D 点水平抛出则：} mg \leq m\frac{v^2}{R}$$

解得 $h \geq 3.6m$

【2 年模拟再现】

1. (6 分) (2019 山东枣庄二模) 如图所示，AB 为光滑水平直轨道，BCD 为半径是 R 的光滑半圆弧轨道。质量为 m 的小球在 A 点获得瞬时冲量 I，经过 D 点时对轨道的压力大小等于小球的重力大小，经过 D 点后恰好落到 A 点，重力加速为 g，则下列判断正确的是 ()



A. 小球经过 D 点的速度为 \sqrt{gR}

B. 小球获得的冲量 $I = m\sqrt{5gR}$

C. 小球即将着地时重力的瞬时功率为 $2mg\sqrt{gR}$

D. 小球从 A 点运动到 B 点用时 $2\sqrt{\frac{R}{3g}}$

【参考答案】 CD

【名师解析】 根据小球在 D 点的受力情况应用牛顿第二定律求出经过 D 点时的速度；

从 A 到 D 过程系统机械能守恒，应用机械能守恒定律求出小球在 A 点的速度，然后求出其获得的冲量；小球离开 D 后做平抛运动，应用平抛运动规律求出小球落地时的竖直分速度，然后求出重力的瞬时功率；小球从 A 到 B 做匀速直线运动，应用运动学公式可以求出从 A 到 B 的时间。

小球过 D 点时对轨道的压力大小等于小球的重力大小，在 D 点，由牛顿第二定律得： $mg + mg = m\frac{v_D^2}{R}$ ，解

得： $v_D = \sqrt{2gR}$ ，故 A 错误；从 A 到 D 过程小球机械能守恒，由机械能守恒定律得：

$\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_D^2 + mg \cdot 2R$ ，解得： $v_A = \sqrt{6gR}$ ，由动量定理得： $I = mv_A = m\sqrt{6gR}$ ，故 B 错误；小球离开 D 后

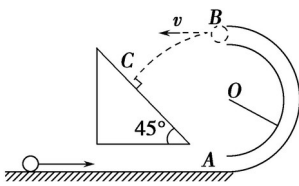
做平抛运动，竖直方向： $v_y = \sqrt{2g \cdot 2R} = 2\sqrt{gR}$ ，

小球落地时重力的瞬时功率： $P = mg\cos\alpha = mgv_y = 2mg\sqrt{gR}$ ，故 C 正确；小球离开 D 后做平抛运动，竖直

方向： $2R = \frac{1}{2}gt^2$ ，水平方向： $AB = v_D t$ ，小球从 A 到 B 做匀速直线运动： $AB = v_A t'$ ，解得： $t' = 2\sqrt{\frac{R}{3g}}$ ，

故 D 正确。

2. (2019 河南名校联考) 如图所示，一个固定在竖直平面上的光滑半圆形管道，管道里有一个直径略小于管道内径的小球，小球在管道内做圆周运动，从 B 点脱离后做平抛运动，经过 0.3 s 后又恰好垂直与倾角为 45° 的斜面相碰。已知半圆形管道的半径 $R = 1 \text{ m}$ ，小球可看做质点且其质量为 $m = 1 \text{ kg}$ ， g 取 10 m/s^2 。则()

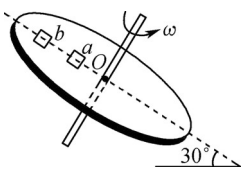


- A. 小球在斜面上的相碰点 C 与 B 点的水平距离是 0.9 m
- B. 小球在斜面上的相碰点 C 与 B 点的水平距离是 1.9 m
- C. 小球经过管道的 B 点时，受到管道的作用力 F_{NB} 的大小是 1 N
- D. 小球经过管道的 B 点时，受到管道的作用力 F_{NB} 的大小是 2 N

【参考答案】 AC

【名师解析】 根据平抛运动的规律，小球在 C 点的竖直分速度 $v_y = gt = 3 \text{ m/s}$ ，水平分速度 $v_x = v_y \tan 45^\circ = 3 \text{ m/s}$ ，则 B 点与 C 点的水平距离为 $x = v_x t = 0.9 \text{ m}$ ，选项 A 正确，B 错误；在 B 点设管道对小球的作用力方向向下，根据牛顿第二定律，有 $F_{NB} + mg = m \frac{v_B^2}{R}$ ， $v_B = v_x = 3 \text{ m/s}$ ，解得 $F_{NB} = -1 \text{ N}$ ，负号表示管道对小球的作用力方向向上，选项 C 正确，D 错误。

3. (2019·山东泰州联考) 如图所示，两个质量均为 m 的小物块 a 和 b (可视为质点)，静止在倾斜的匀质圆盘上，圆盘可绕垂直于盘面的固定轴转动，a 到转轴的距离为 l ，b 到转轴的距离为 $2l$ ，物块与盘面间的动摩擦因数为 μ ，盘面与水平面的夹角为 30° 。设最大静摩擦力等于滑动摩擦力，重力加速度大小为 g 。若 a、b 随圆盘以角速度 ω 匀速转动，下列说法中正确的是 ()



- A. a 在最高点时所受摩擦力可能为 0
- B. a 在最低点时所受摩擦力可能为 0

C. $\omega = \sqrt{\frac{g}{8l}}$ 是 a 开始滑动的临界角速度 D. $\omega = \sqrt{\frac{g}{8l}}$ 是 b 开始滑动的临界角速度

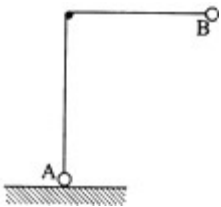
【参考答案】.AD

【名师解析】 a 在最高点时可能有重力沿斜面的分力提供向心力,所以所受摩擦力可能为 0, ,故选项 A 正确; ; a 在最低点,由牛顿运动定律 $f - mg\sin\theta = m\omega^2 l$,所以 a 在最低点时所受摩擦力不可能为 0, ,故选项 B 错误; ;

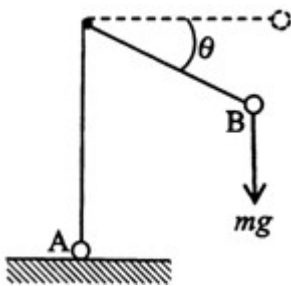
对 a 在最低点,由牛顿运动定律 $\mu mg\cos\theta - mg\sin\theta = m\omega^2 l$,代入数据解得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{4l}}$,故选项 C 错误; ;对 b 在最

低点,由牛顿运动定律 $\mu mg\cos\theta - mg\sin\theta = m\omega^2 (2l)$,代入数据解得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{8l}}$,故选项 D 正确.

4. (2019 河南濮阳三模拟) (13 分) 如图所示,一根跨越一固定的水平光滑细杆的柔软、不可伸长的轻绳,两端各系一个质量相等的小球 A 和 B,球 A 刚好接触地面,球 B 被拉到与细杆同样高度的水平位置,当球 B 到细杆的距离为 L 时,绳刚好拉直.在绳被拉直时释放球 B,使球 B 从静止开始向下摆动.求球 A 刚要离开地面时球 B 与其初始位置的高度差.



【名师解析】 设 A 刚离开地面时,连接球 B 的绳子与其初始位置的夹角为 θ , 如图所示,



设此时 B 的速度为 v , 对 B,

由牛顿第二定律得: $T - mg\sin\theta = m\frac{v^2}{l}$,

由机械能守恒定律得: $mgL\sin\theta = \frac{1}{2}mv^2$,

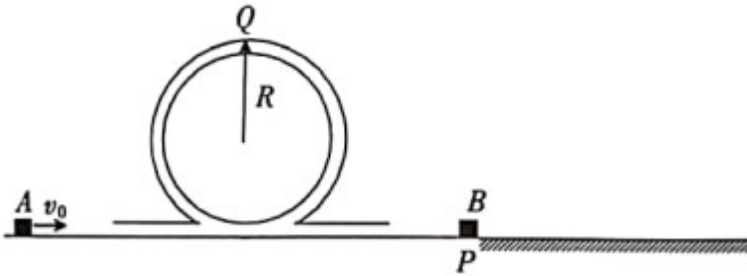
A 刚要离开地面时， $T = mg$

以 h 表示所求的高度差， $h = l \sin \theta$ ，

解得： $h = \frac{1}{3}l$ ；

答：球 A 刚要离开地面时球 B 与其初始位置的高度差为 $\frac{1}{3}l$ 。

5. (2019 河南示范性高中联考) 如图所示，带有圆管轨道的长轨道水平固定，圆管轨道竖直(管内直径可以忽略)，底端分别与两侧的直轨道相切圆管轨道的半径 $R=0.5\text{m}$ ，P 点左侧轨道(包括圆管光滑右侧轨道粗糙。质量 $m=1\text{kg}$ 的物块 A 以 $v_0=10\text{m/s}$ 的速度滑入圆管，经过竖直圆管轨道后与直轨道上 P 处静止的质量 $M=2\text{kg}$ 的物块 B 发生碰撞(碰撞时间极短)，碰后物块 B 在粗糙轨道上滑行 18m 后速度减小为零。已知物块 A、B 与粗糙轨道间的动摩擦因数均为 $\mu=0.1$ ，取重力加速度大小 $g=10\text{m/s}^2$ ，物块 A、B 均可视为质点。求：



(1)物块 A 滑过竖直圆管轨道最高点 Q 时受到管壁的弹力；

(2)最终物块 A 静止的位置到 P 点的距离。

【答案】 (1) 150N (2) 2m

【解析】 (1) 物块 A 从开始运动到 Q 点的过程中，由机械能守恒定律可得： $\frac{1}{2}mv_0^2 = mg \times 2R + \frac{1}{2}mv_Q^2$

物块 A 在 Q 点时，设轨道对物块 A 的弹力 T 向下，由牛顿第二定律可得：

$$T + mg = m \frac{v_Q^2}{R}$$

解得 $T=150\text{N}$ ，

则物块 A 在 Q 点时轨道对它的弹力大小为 150N，方向竖直向下；

(2) 由机械能守恒定律可知，物块 A 与 B 碰前的速度为 v_0 ，物块 A 与 B 碰撞过程，由动量守恒定律：

$$mv_0 = mv_1 + Mv_2$$

碰后物块 B 做匀减速运动，由运动学公式： $v_2^2 = 2ax_B$

$$f = Ma = \mu Mg$$

解得 $v_1 = -2\text{m/s}$, $v_2 = 6\text{m/s}$

由机械能守恒定律可知,物块 A 若能滑回 Q 点,其在 P 点反弹时的最小速度满足: $\frac{1}{2}mv_{\min}^2 = mg \times 2R$

$$v_{\min} = 2\sqrt{5m/d} > 2\text{m/s}$$

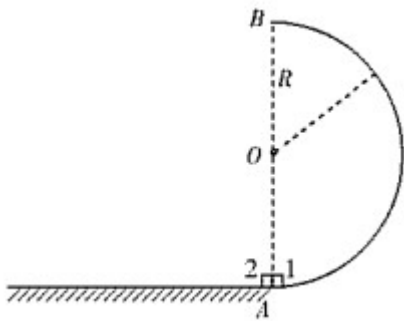
则物块 A 反弹后划入圆管后又滑回 P 点,设最终位置到 P 点的距离为 x_A ,

则: $v_1^2 = 2\mu gx_A$

解得最终物块 A 静止的位置到 P 点的距离 $x_A = 2\text{m}$

6. (2019 河南安阳二模拟) 如图所示,一圆心为 O 半径为 R 的光滑半圆轨道固定在竖直平面内,其下端和粗糙的水平轨道在 A 点相切,AB 为圆弧轨道的直径。质量分别为 m、2m 的滑块 1、2 用很短的细线连接,在两滑块之间夹有压缩的短弹簧(弹簧与滑块不固连),滑块 1、2 位于 A 点。现剪断两滑块间的细线,滑块恰能过 B 点,且落地点恰与滑块 2 停止运动的地点重合。滑块 1、2 可视为质点,不考虑滑块 1 落地后反弹,不计空气阻力,重力加速度为 g,求

- (1)滑块 1 过 B 点的速度大小;
- (2)弹簧释放的弹性势能大小;
- (3)滑块 2 与水平轨道间的动摩擦因数。



【名师解析】 (1) 滑块 1 恰能过 B 点,由重力提供向心力,由牛顿第二定律得

$$mg = m \frac{v_B^2}{R}$$

可得 $v_B = \sqrt{gR}$

(2) 滑块 1 从 A 运动到 B 的过程,根据动能定理有

$$-2mgR = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

解得

滑块 1、2 被弹簧弹开的过程，取向右为正方向，根据动量守恒定律和能量守恒定律分别得

$$mv_A - 2mv_2 = 0$$

$$E_p = \frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{1}{2} \cdot 2mv_2^2$$

联立解得 $E_p = \frac{15}{4}mgR$

(3) 滑块 1 过 B 点后做平抛运动，则水平方向有 $x = v_B t$

竖直方向有 $2R = \frac{1}{2}gt^2$

滑块 2 在水平面上做减速运动过程，由动能定理得 $-\mu \cdot 2mgx = 0 - \frac{1}{2} \cdot 2mv_2^2$

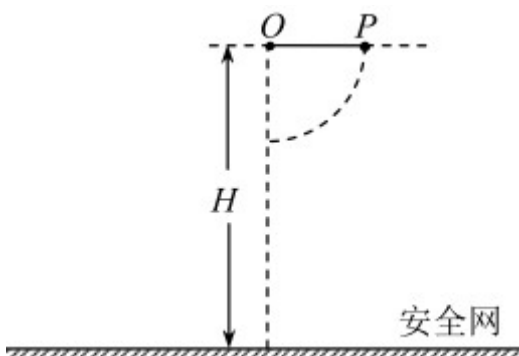
解得： $\mu = 5/16$

考点预测

预测考点一：曲线运动综合问题

【2 年模拟再现】

1. (2019 年 1 月云南昆明复习诊断测试) 如图所示，一质量为 m 的小孩(可视为质点)做杂技表演。一不可伸长的轻绳一端固定于距离水平安全网高为 H 的 O 点，小孩抓住绳子上的 P 点从与 O 点等高的位置由静止开始向下摆动，小孩运动到绳子竖直时松手离开绳子做平抛运动，落到安全网上。已知 P 点到 O 点的距离为 l ($0 < l < H$)，空气阻力不计。下列说法正确的是



A. l 越大，小孩在 O 点正下方松手前瞬间，对绳子的拉力越大

B. l 越小，小孩在 O 点正下方松手前瞬间，对绳子的拉力越大

C.当 $l = \frac{H}{2}$ 时,小孩在安全网上的落点距 O 点的水平距离最大

D.当 $l = \frac{\sqrt{2}}{2} H$ 时,小孩在安全网上的落点距 O 点的水平距离最大

【参考答案】 C

【命题意图】 本题考查对机械能守恒、牛顿运动定律、平抛运动规律的理解和运用。

【解题思路】 小孩向下摆动,机械能守恒,由 $mgl = \frac{1}{2}mv^2$, 解得 $v = \sqrt{2gl}$ 。运动到 O 点正下方时,设绳子

拉力为 F,由牛顿第二定律, $F - mg = m\frac{v^2}{l}$, 解得 $F = 3mg$,由牛顿第三定律,绳子的拉力恒定为 $3mg$,选项

AB 错误;小孩运动到绳子竖直时松手后做平抛运动,由平抛运动规律, $x = vt$, $H - l = \frac{1}{2}gt^2$, 联立解得: $x = 2$

$\sqrt{l(H - l)}$,由数学知识可知,当 $l = H/2$ 时,小孩在安全网上的落点距离 O 点的水平距离 x 最大,选项 C

正确 D 错误。

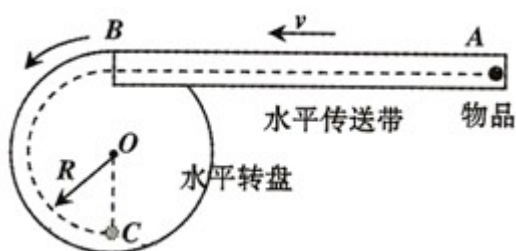
【易错警示】 解答此题常见错误主要有:一是错误认为小孩速度越大就对绳子拉力越大,导致错选 A;二是不能正确运用相关知识列方程得出水平位移表达式,不能正确运用数学知识得出最大水平距离。

2. (2019 广东七校冲刺模拟) 机场经常使用传送带和转盘组合完成乘客行李箱的传送,图为机场水平传输装置的俯视图。行李箱从 A 处无初速放到传送带上,运动到 B 处后进入和传送带速度始终相等的匀速转动的转盘,并随转盘一起运动(无打滑)半个圆周到 C 处被乘客取走。已知 A、B 两处的距离 $L = 10m$,传送带的传输速度 $v = 2.0m/s$,行李箱在转盘上与轴 O 的距离 $R = 4.0m$,已知行李箱与传送带之间的动摩擦因数 $\mu_1 = 0.1$,行李箱与转盘之间的动摩擦因数 $\mu_2 = 0.4$, $g = 10m/s^2$ 。

(1) 行李箱从 A 处被放上传送带到 C 处被取走所用时间为多少?

(2) 如果要使行李箱能最快到达 C 点,传送带和转盘的共同速度应调整为多大?

(3) 若行李箱的质量均为 $15kg$,每 $6s$ 投放一个行李箱,则传送带传送行李箱的平均输出功率应为多大?



【名师解析】(1) 设行李箱质量为 m ，放在传送带上，受到摩擦力做加速运动

由牛顿第二定律得： $\mu_1 mg = ma$

由速度公式得： $v = at_1$

由位移公式得： $x = \frac{1}{2} at_1^2$

解得： $t_1 = 2s$ ， $x = 2m < L$

行李箱在传送带上匀速运动时间 $t_2 = \frac{L - x}{v} = 4s$

从 B 到 C 做匀速圆周运动用时 $t_3 = \frac{\pi R}{v} = 6.28s$

从 A 处被放上传送到 C 用时为 $t = t_1 + t_2 + t_3 = 2 + 4 + 6.28 = 12.28s$

(2) 行李箱在转盘上运动时取最大静摩擦力，

由牛顿第二定律得： $\mu_2 mg = m \frac{v_2^2}{R}$ ，

则速度应为 $v_2 = 4m/s$

设行李箱在传送带上一直加速的速度为 v_1 ，则 $v_1^2 = 2aL$ ，

则 $v_1 = 2\sqrt{5}m/s > 4m/s$

故最大速度应取为 $4m/s$ ，即共同速度应调整为 $4m/s$

(3) 每传送一个行李箱需要做功 W ， $W = \frac{1}{2} mv^2 + \mu_1 mg (vt_1 - x) = 60J$

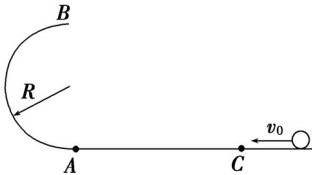
传送行李箱需要的平均输出功率 $P = W/t_0 = 10W$

答：(1) 行李箱从 A 处被放上传送带到 C 处被取走所用时间为 $12.28s$ ；

(2) 如果要使行李箱能最快到达 C 点，传送带和转盘的共同速度应调整为 $4m/s$ ；

(3) 传送带传送行李箱的平均输出功率应为 $10W$ 。

3. (12分) (2019 高考仿真模拟 5) 如图所示, 半径 $R = 0.40\text{ m}$ 的光滑半圆环轨道处于竖直平面内, 半圆环与粗糙的水平地面相切于圆环的端点 A 。一质量 $m = 0.10\text{ kg}$ 的小球, 以初速度 $v_0 = 7.0\text{ m/s}$ 在水平地面上向左做加速度 $a = 3.0\text{ m/s}^2$ 的匀减速直线运动, 运动 $s = 4.0\text{ m}$ 后, 冲上竖直半圆环, 最后小球落在 C 点。(取重力加速度 $g = 10\text{ m/s}^2$)。



- (1) 小球运动到 A 点时的速度大小;
- (2) 小球经过 B 点时对轨道的压力大小;
- (3) A, C 间的距离。

【名师解析】 (1) 小球向左运动的过程中小球做匀减速直线运动, 有 $v - v_0 = -2as$
解得 $v_A = 5\text{ m/s}$ 。..... ① (2分)

(2) 如果小球能够到达 B 点, 设在 B 点的最小速度为 v_{\min} ,
有 $mg = m \frac{v_{\min}^2}{R}$
解得 $v_{\min} = 2\text{ m/s}$ 。..... ② (2分)

而小球从 A 到 B 的过程中根据机械能守恒, 有 $mg \cdot 2R + \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_A^2$
解得 $v_B = 3\text{ m/s}$ 。..... ③ (2分)

由于 $v_B > v_{\min}$, 故小球能够到达 B 点, 且从 B 点做平抛运动,
由牛顿第二定律可知 $F + mg = m \frac{v_B^2}{R}$,
解得 $F = 1.25\text{ N}$ ④ (2分)

由牛顿第三定律可知, 小球对轨道的压力大小为 1.25 N 。..... ⑤ (1分)

(3) 在竖直方向有 $2R = gt^2$, ⑥ (1分)

在水平方向有 $s_{AC} = v_B t$, ⑦ (1分)

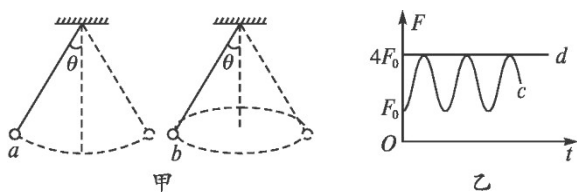
解得 $s_{AC} = 0.6\text{ m}$

故 A, C 间的距离为 0.6 m 。..... ⑧ (1分)

【1年仿真原创】

1. 如图甲所示, 质量相等, 大小可忽略的 a, b 两小球用不可伸长的等长轻质细线悬挂起来, 使小球 a 在竖直平

面内来回摆动,小球 b 在水平面内做匀速圆周运动,连接小球 b 的细线与竖直方向的夹角和小球 a 摆动时细线偏离竖直方向的最大夹角都为 θ ,运动过程中两细线拉力大小随时间变化的关系如图乙中 c 、 d 所示.则下列说法正确的是()



- A.图乙中直线 d 表示细线对小球 a 的拉力大小随时间变化的关系
- B.图乙中曲线 c 表示细线对小球 a 的拉力大小随时间变化的关系
- C. $\theta=45^\circ$
- D. $\theta=60^\circ$

【参考答案】:BD

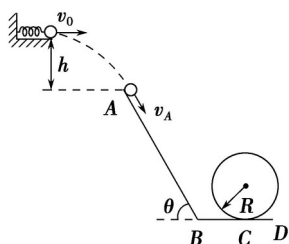
【名师解析】:题图乙中曲线 c 表示细线对小球 a 的拉力大小随时间变化的关系,直线 d 表示细线对小球 b 的

拉力大小随时间变化的关系,选项 A 错误,B 正确.对 a 小球运动,由机械能守恒定律, $mgL(1-\cos \theta)=\frac{1}{2}mv^2$,

在最低点,由牛顿第二定律, $F-mg=m\frac{v^2}{L}$,解得细线对小球 a 的拉力最大值 $F=3mg-2mg\cos \theta$,在 a 小球运动

到最高点时拉力最小,最小值 $F=mg\cos \theta$,由题图乙可知细线对小球 a 的拉力最大值是最小值的 4 倍,由此可得, $\theta=60^\circ$,选项 C 错误,D 正确.

2. 为了研究过山车的原理,某物理小组提出了下列的设想:取一个与水平方向夹角为 $\theta=60^\circ$,长为 $L_1=2$ m 的倾斜轨道 AB ,通过微小圆弧与长为 $L_2=$ m 的水平轨道 BC 相连,然后在 C 处设计一个竖直完整的光滑圆轨道,出口为水平轨道 D ,如图所示.现将一个小球从距 A 点高为 $h=0.9$ m 的水平台面上以一定的初速度 v_0 水平弹出,到 A 点时速度方向恰沿 AB 方向,并沿倾斜轨道滑下.已知小球与 AB 和 BC 间的动摩擦因数均为 $\mu=$. g 取 10 m/s²,求:



(1)小球初速度 v_0 的大小;

(2) 小球滑过 C 点时的速率 v_C ;

(3) 要使小球不离开轨道，则竖直圆弧轨道的半径 R 应该满足什么条件。

【名师解析】 (1) 小球做平抛运动到达 A 点，由平抛运动规律知竖直方向有： $v = 2gh$

即： $v_y = 3 \text{ m/s}$

因为在 A 点的速度恰好沿 AB 方向，

所以小球初速度： $v_0 = v_y \tan 30^\circ = \text{m/s}$

(2) 从水平抛出到 C 点的过程中，由动能定理得：

$$mg(h + L_1 \sin \theta) - \mu mg L_1 \cos \theta - \mu mg L_2 = mv - mv_0$$

解得： $v_C = 3 \text{ m/s}$ 。

(3) 小球刚好能通过最高点时，由牛顿第二定律有： $mg = m \frac{v^2}{R_1}$

小球做圆周运动过程中，由动能定理有：

$$-2mgR_1 = mv^2 - mv_0^2$$

解得： $R_1 = 1.08 \text{ m}$

当小球刚好能到达与圆心等高时有： $mgR_2 = mv_0^2$

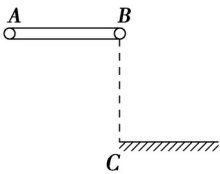
解得： $R_2 = 2.7 \text{ m}$

当圆轨道与 AB 相切时： $R_3 = L_2 \tan 60^\circ = 1.5 \text{ m}$ ，即圆轨道的半径不能超过 1.5 m

综上所述，要使小球不离开轨道， R 应该满足的条件是： $0 < R \leq 1.08 \text{ m}$ 。

答案 (1) m/s (2) 3 m/s (3) $0 < R \leq 1.08 \text{ m}$

3. 如图所示，一水平传送带 AB 长为 $L = 6 \text{ m}$ ，离水平地面的高为 $h = 5 \text{ m}$ ，地面上 C 点在传送带右端点 B 的正下方。一物块以水平初速度 $v_0 = 4 \text{ m/s}$ 自 A 点滑上传送带，传送带匀速转动，物块与传送带间的动摩擦因数为 $\mu = 0.2$ ，重力加速度为 $g = 10 \text{ m/s}^2$ 。



(1) 要使物块从 B 点抛出后的水平位移最大，传送带运转的速度应满足什么条件？最大水平位移多大？

(2) 若物块从 A 点滑上传送带到落地所用的时间为 2.3 s ，求传送带运转的速度($= 3.162$ ， $= 3.77$ ，结果保留三位有效数字)。

【名师解析】

(1) 要使物块平抛的水平位移最大，则物块应一直做加速运动，传送带必须沿顺时针转动，且转动的速度满足 $v^2 \geq v_0^2 + 2\mu gL$

$$v \geq 2 \text{ m/s}$$

物块所能达到的最大速度为 $v_2 = 2 \text{ m/s}$

做平抛运动的过程 $h = gt^2$

$$t = 1 \text{ s}$$

则最大的水平位移为 $s_{\max} = v_2 t = 2 \text{ m} = 6.32 \text{ m}$

(2)若物块从 A 点滑上传送带到落地所用的时间为 2.3 s ，由于平抛运动的时间为 1 s ，因此物块在传送带上运动的时间为 $t_1 = 1.3 \text{ s}$

若物块从 A 到 B 以 $v_0 = 4 \text{ m/s}$ 匀速运动，需要的时间为 $t_2 = 1.5 \text{ s}$

若物块一直匀加速运动，则所用的时间为

$$t_3 = \frac{v_0}{a} = \frac{4}{3.5} \text{ s} = 1.162 \text{ s}$$

由于 $t_2 > t_1 > t_3$ ，所以物块在传送带上先加速再匀速

则 $t = t_1$

$$v'^2 - 13.2v' + 40 = 0$$

解得 $v' = 4.72 \text{ m/s}$ 。

答案 (1) $v \geq 6.32 \text{ m/s}$ 6.32 m (2) 4.72 m/s