高中数学学科教师专业能力考核试题(答案)

一、选择题

题目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	C	A	B	C	C	A	D	A	C	B	C	A	D	D	C	B

选择题详解：

1.【答案】C

详解：

教材是根据课程标准编写的教学用书，它系统地阐述了学科的基础知识和基本技能，是实现课程目标、实施教学的重要资源。教材为教师的教学提供了基本的内容框架和教学思路，也为学生的学习提供了主要的依据和学习材料。通过教材，教师可以有计划地组织教学活动，引导学生掌握知识和技能，培养学生的能力和情感态度价值观，以达到课程目标的要求。

2.【答案】A

详解：

课程标准是课程计划中每门学科以纲要的形式编定的、有关学科教学内容的指导性文件。它规定了学科的教学目的和任务，知识的范围、深度和结构，教学进度以及有关教学法的基本要求，是确定教学目标和教学要求的主要依据。教科书是依据课程标准编制的，是教师教学和学生学习的主要材料，但确定教学目标和要求的主要依据是课程标准，而非教科书。考试大纲主要用于规定考试

的范围、要求、形式等，是考试命题的依据，不是确定教学目标和教学要求的主要依据。教辅资料是对教科书内容的补充和拓展，不能作为确定教学目标和教学要求的依据。

3.【答案】B

【分析】

根据交集取共有即可选出答案.

【详解】

因为集合$M=\{x|0<x<5\}$，$N=\{x|-1<x<3\}$则$M\cap N=$，

$\{x|0<x<3\}$，

故选:B.

4.【答案】 C

【分析】

根据复数的除法运算可得$z=1+i$，由此即可求出结果.

【详解】

复数z满足方程$z(1+i)=2i$，$\therefore z=\frac{2i}{1+i}=\frac{2i(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1+i$，

$\therefore z$的虚部为1.

故选：C .

5.【答案】 C

【分析】

由全称命题的否定为特称命题即可求解.

【详解】

解：因为全称命题的否定为特称命题，

所以命题“$\forall x\in Q, x^2+x+1>0$”的否定为“$\exists x\in Q, x^2+x+1\leq 0$”，

故选：C.

6.【答案】 A

【分析】

根据题意得到方程$x^2+bx-a<0$有两个根为$-2,3$，根据韦达定理可得到$a=6,b=-1$，

进而得到答案.

【详解】

一元二次不等式$x^2+bx-a<0$的解集为$\{x|-2<x<3\}$

即方程$x^2+bx-a<0$有两个根为$-2,3$

由韦达定理得到$3-2=-b,-6=-a$

解得$a=6,b=-1$

故得到$a+b=5$.

故选：A.

7.【答案】 D

【知识点】由项的系数确定参数

【分析】写出展开式通项，令x的指数为2，求出参数的值，代入通项后可得出关于a的等式，解之即可.

【详解】$\left(x+\frac{a}{x^2}\right)^5$的展开式通项为

$$T_{k+1}=C_5^k\cdot x^{5-k}\left(\frac{a}{x^2}\right)^k=C_5^k\cdot a^k x^{5-3k}\ (0\le k\le 5, k\in\mathbf{N}),$$

令$5-3k=2$，可得$k=1$，所以x^2的系数为$C_5^1\cdot a=5a=-10$，解得$a=-2$.

故选：A.

8.【答案】 A

【分析】

分别求出基本事件的总数以及所取两数均为偶数包含的基本事件的个数，由古典概率公式即可求解.

【详解】

从$1,2,3,4,5$中抽取两个数基本事件有：

$(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5)$共$10$种，

所取的两个数均为偶数的有$(2,4)$，共1种，

所以所取两数均为偶数的概率为$P=\frac{1}{10}$，

故选：A.

9.【答案】 C

【分析】

利用指数函数、对数函数的单调性即可比较大小.

【详解】

解析：$a=\log_3 5>\log_3 3=1$，$\therefore a>1$．

$b=\log_{\frac{1}{5}}\frac{1}{3}=\log_5 3>\log_5\sqrt{5}=\frac{1}{2}$，且$\log_5 3<\log_5 5=1$，

$\therefore\frac{1}{2}<b<1$．$c=4^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$，$\therefore a>b>c$，

故选：C．

10.【答案】 B

【分析】

直接利用函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)$的图象变换规律，可得结论．

【详解】

函数$y=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})=2\sin 2(x+\frac{\pi}{6})$，根据图像左加右减的变换原则，

只需把函数$y=2\sin 2x$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，

即可得到函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象，

故选：B．

11.【答案】 C

【分析】

本题要进行两平面平行与垂直的判断，只要利用两平面平行与垂直的性质定理

以及平面的法向量之间的关系判断两平面平行与垂直即可得出答案.

【详解】

A.若$m\perp n$，$m\perp\alpha$，$n\perp\beta$，相当于两平面的法向量垂直，两个平面垂直，A 正确；

B.若$m//n$，$m\perp\alpha$，则$n\perp\alpha$，又$n//\beta$，则平面β内存在直线$c//n$，所以$c\perp\alpha$，所

以$\alpha\perp\beta$，B 正确；

C.若$m\perp n$，$m//\alpha$，$n//\beta$，则α，β可能相交，可能平行，C 错误；

D.若$m // n$，$m \perp \alpha$，$n \perp \beta$，则α，β的法向量平行，所以$\alpha // \beta$，D 正确.

故选：C.

12.【答案】 A

【分析】

先研究函数的奇偶性排除 B，再根据$f(x)=0$的解排除 D，根据$f(4)=3>0$确定答案.

【详解】

由题得函数的定义域为$\{x \mid x \neq 0\}$，关于原点对称.

$f(-x)=-x-\frac{4}{-x}=-x+\frac{4}{x}=-f(x)$,所以$f(x)$为奇函数，排除 B；

当$f(x)=0$时，$x=\pm 2$，排除 D；

当$x=4$时，$f(x)=3>0$，故选 A.

故选：A

13.【答案】 D

【分析】

设 *G* 为 *AD* 的中点，连接 *GF*，*GE*，由三角形中位线定理可得$GF // AB$，$GE // CD$，

则∠*GFE* 即为 *EF* 与 *CD* 所成的角，结合 *AB*=2，*CD*=4，*EF*⊥*AB*，在△*GEF*

中，利用三角函数即可得到答案.

【详解】

解：设 G 为 AD 的中点，连接 GF，GE

则 GF，GE 分别为△ABD，△ACD 的中线.

∴ $GF /\!/ AB$，且 $GF=\frac{1}{2}AB=1$，$GE /\!/ CD$，且 $GE=\frac{1}{2}CD=2$，则 EF 与 CD 所成角的度数等于 EF 与 GE 所成角的度数

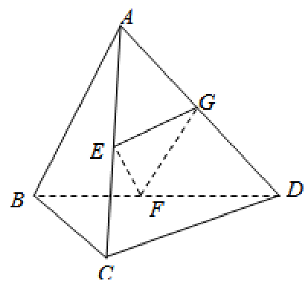
又 $EF\perp AB$，$GF /\!/ AB$

∴ $EF\perp GF$

则△GEF 为直角三角形，$GF=1$，$GE=2$，$\angle GFE=90°$

∴ 在直角△GEF 中，$\sin\angle GEF=\frac{1}{2}$

∴ $\angle GEF=30°$.



故选：D.

14.【答案】 D

【分析】

根据抛物线的对称轴与单调区间的关系可得解.

【详解】

函数 $f(x)=-2x^2+mx-1$ 为开口向下，对称轴为 $x=\frac{m}{4}$ 的抛物线，

因为单调递减区间是$[1,+\infty)$，所以$\frac{m}{4}=1$，解得$m=4$.

故选：D.

15.【答案】 C

【分析】

设此圆的底面半径为r，高为h，母线为l，根据底面圆周长等于展开扇形的弧长，建立关系式解出r，再根据勾股定理，即可求出此圆锥高．

【详解】

设此圆的底面半径为r，高为h，母线为l，

∵圆锥的侧面展开图是一个半径为3，圆心角为$\frac{4\pi}{3}$的扇形，

∴$l=3$，

又$2\pi r=\frac{4\pi}{3}\times l=4\pi$，解得$r=2$，

因此，此圆锥的高$h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{9-4}=\sqrt{5}$．

故选：C．

16.答案：B

解析：抛物线中$2p=4$，则$p=2$，∴焦点坐标为$F(1,0)$，则直线$l:y=x-1$，联立直线方程和抛物线方程得：$\begin{cases}y=x-1\\y^2=4x\end{cases}$，整理得$x^2-6x+1=0$，设点$A(x_1,y_1)$，

$B(x_2,y_2)$，∴$x_1+x_2=6$，$x_1x_2=1$，

∴$|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+k^2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{2}\sqrt{6^2-4\times1}=8$.

故选：B.

二、填空题

17.【答案】基础性。

【分析】

高中数学课程标准最突出的特点就是体现了基础性、多样性和选择性。基础性强调为学生提供适应现代生活和未来发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验；多样性和选择性则为不同兴趣、不同发展方向的学生提供了多种课程组合和选择，以满足学生个性化发展的需求。

18【答案】$\pm\frac{1}{2}$

【分析】

根据三角函数的最小正周期的定义及求法，列出方程，即可求解.

【详解】

由题意，函数$y=2\cos\left(\frac{\pi}{3}-\omega x\right)$的最小正周期为$4\pi$，可得$\frac{2\pi}{|-\omega|}=4\pi$，

解得$|\omega|=\frac{1}{2}$，所以$\omega=\pm\frac{1}{2}$.

故答案为：$\pm\frac{1}{2}$

19.【答案】-1

【分析】

利用分段函数的解析式，代入即可求解.

【详解】

解：因为$f(x)=\begin{cases}\log_2 x, x>0\\ 2^x, x\le 0\end{cases}$，

则$f(f(-1))=f(\frac{1}{2})=-1$.

故答案为：-1

20.【答案】$-\frac{1}{2}$

【分析】

由已知可得$(2a+b)//(a-mb)$，带入坐标即可求出实数 m 的值.

【详解】

∵$(2a+b)//(a-mb)$，$a-mb=(2+m,1-2m), 2a+b=(3,4)$

∴$(2+m)\cdot 4=(1-2m)\times 3$，解得$m=-\frac{1}{2}$．

故答案为：$-\frac{1}{2}$.

三、解答题

21.【解析】(1) $a_n=2^{n-1}$

(2) $S_n=(n-1)2^n+1$

【知识点】等差中项的应用、写出等比数列的通项公式、等比数列通项公式的基本量计算、错位相减法求和

【分析】（1）设$\{a_n\}$的公比为q，利用等差中项和等比数列通项公式建立关系求出q，得解；

（2）利用错位相减法求解.

【详解】（1）设$\{a_n\}$的公比为q，因为$2a_2$为$4a_1$，a_3的等差中项，

所以$4a_2=4a_1+a_3, a_1\neq 0$，即$4a_1q=4a_1+a_1\cdot q^2$，（1分）

则$q^2-4q+4=0$，解得$q=2$，（2分）

所以$a_n=2^{n-1}$.（3分）

（2）设$\{na_n\}$的前n项和为S_n，又$a_1=1, a_n=2^{n-1}$，

$S_n=1\times1+2\times2+3\times2^2+\cdots+n\times2^{n-1}$ ①

$2S_n=1\times2+2\times2^2+3\times2^3+\cdots(n-1)2^{n-1}+n\times2^n$ ② （4分）

① - ②得$-S_n=1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}-n\times2^n=\dfrac{1-2^n}{1-2}-n\times2^n=(1-n)2^n-1$，

（5 分）

所以 $S_n=(n-1)2^n+1$.（6 分）

22．【答案】(1) $a=0.008$ ，平均数为 107.4 ，中位数 $\frac{740}{7}$ ；

(2) $\frac{3}{5}$.

【分析】（1）根据频率分布直方图中小矩形的面积之和为 1，即可求解出 x ；再用每一组区间的中点值代表该组数据，分别乘以每个小矩形的面积，计算平均数；最后计算中位数，即将频率分布直方图划分为左右两个面积相等的部分的分界线与 x 轴交点的横坐标.

（2）分别求出在区间 $[130,140)$ ，$[140,150]$ 内抽取的人数，再利用列举法结合古典概型概率公式即可求解.

【详解】（1）由题意知 $(0.012+0.028+0.022+0.018+0.010+a+0.002)\times 10=1$ ，解得 $a=0.008$ ，

所以数学成绩的平均数为（1 分）

$\bar{x}=85\times 0.12+95\times 0.22+105\times 0.28+115\times 0.18+125\times 0.10+135\times 0.08+145\times 0.02=107.4$ （2 分）

由频率分布直方图知，分数在区间 $[80,100)$ 、 $[100,110)$ 内的频率分别为

0.34，0.62，

所以该校数学成绩的中位数$m\in[100,110)$，则$(m-100)\times0.028+0.34=0.5$，解得$m=\frac{740}{7}$；

（2分）

（2）由题意知，抽取的5人中，分数在$[130,140)$内的有$\frac{0.08}{0.08+0.02}\times5=4$（人），

在$[140,150]$内的有1人，（4分）

记在$[130,140)$内的4人为a，b，c，d，在$[140,150]$内的1人为A，

从5人中任取3人，有(a,b,c)，(a,b,d)，(a,b,A)，(a,c,d)，(a,c,A)，(a,d,A)，(b,c,d)，

(b,c,A)，(b,d,A)，(c,d,A)，共10种选法，（5分）

选出的3人中恰有一人成绩在$[140,150]$中，有(a,b,A)，(a,c,A)，(a,d,A)，(b,c,A)，

(b,d,A)，(c,d,A)，共6种选法，所以选出的3人中恰有一人成绩在$[140,150]$中的

概率是$P=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$.（6分）

23.【详解】（1）因为$PO\perp$平面$ABCD$，$CD\subset$平面$ABCD$，所以$PO\perp CD$，又底面

$ABCD$是正方形，则$CD\perp AD$，且AD与PO是平面PAD内两条相交直线，（1分）

所以$CD\perp$平面PAD，$PA\subset$平面PAD，所以$CD\perp PA$，（2分）

又E,F分别是PC,PD的中点，所以$EF//CD$，

所以$EF\perp PA$.（3分）

（2）因为E,F,M,O分别是PC,PD,BC,AD的中点，

所以$EF//CD//OM$，（4分）

所以平面EFM即是平面FOM，

由（1）知$CD\perp$平面PAD，则$OM\perp$平面PAD，$FO\subset$平面PAD，

$\therefore OM\perp FO$，则$S_{\triangle FOM}=\frac{1}{2}OM\cdot OF=\frac{1}{2}\times4\times2=4$，（5分）

设点B到平面EFM的距离为d，由$V_{B-FOM}=V_{F-OBM}$，

得$\frac{1}{3}S_{\triangle FOM}\cdot d=\frac{1}{3}S_{\triangle OBM}\cdot\frac{1}{2}PO$，即$4d=\frac{1}{2}\times2\times4\times\sqrt{3}$，

解得$d=\sqrt{3}$，

所以点B到平面EFM的距离为$\sqrt{3}$.（6分）

24.【解析】（1）因为$2a\cos B=2c-b$，$c=2$

根据正弦定理，得$2\sin A\cos B=2\sin C-\sin B$，（1分）

所以$2\sin A\cos B=2\sin(A+B)-\sin B$，

所以$2\sin A\cos B=2\sin A\cos B+2\cos A\sin B-\sin B$，

即$2\cos A\sin B=\sin B$，（2分）

因为$\sin B \neq 0$，所以$\cos A = -\frac{1}{2}$，

又$A \in (0, \pi)$，所以$A = 60^\circ$；（3 分）

（2）因为 D 为BC中点，所以$AD = \frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}AC$，（4 分）

所以$|AD|^2 = \frac{1}{4}\left(|AB|^2 + |AC|^2 + 2AB \cdot AC\right)$，（5 分）

所以$7 = \frac{1}{4}\left(4 + b^2 + 2 \times 2 \cdot b\cos 60^\circ\right)$，（6 分）

所以$b^2 + 2b - 24 = 0$，解得$b = 4$或$b = -6$（舍去），

故$b = 4$；（7 分）

25.解：（1）因为$f(x) = ax^2 + \frac{b}{x}$，所以$f'(x) = 2ax - \frac{b}{x^2}$，（1 分）

因为函数$f(x)$在点$(1, f(1))$处的切线方程为$y = 3$，所以$\begin{cases} f(1) = 3 \\ f'(1) = 0 \end{cases}$，即$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a - b = 0 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$.（3 分）

（2）由（1）可得$f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$定义域为$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$，（4 分）

则$f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3 - 2}{x^2} = \frac{2(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2}$，（5 分）

因为$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$，（6 分）

所以当$x < 0$或$0 < x < 1$时$f'(x) < 0$，当$x > 1$时$f'(x) > 0$，

所以$f(x)$的单调递减区间为$(-\infty,0)$，$(0,1)$，单调递增区间为$(1,+\infty)$.（7 分）

26.(1) $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$

(2)证明过程见解析，定值为$\frac{1}{2}$.

【知识点】根据韦达定理求参数、椭圆中的定值问题、根据椭圆过的点求标准方程

【分析】（1）建立方程组，求解未知数a,b,c；

（2）设直线BC方程，联立方程组，化简$k_{AB}+k_{AC}=0$即可.

【详解】（1）由题意可知，$\begin{cases} c=\sqrt{6} \\ \frac{4}{a^2}+\frac{1}{b^2}=1 \\ a^2=b^2+c^2 \\ a>b>0 \end{cases}$，（1 分）

解得$\begin{cases} a=2\sqrt{2} \\ b=\sqrt{2} \\ c=\sqrt{6} \end{cases}$，（2 分）

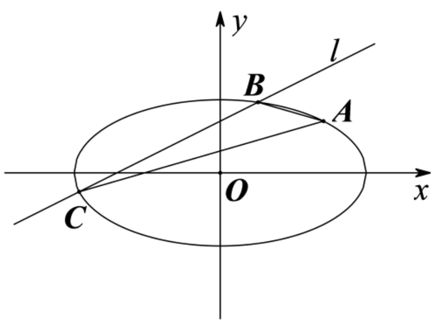
则椭圆E的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$.（3 分）

（2）当直线l斜率不存在时，直线AB与AC的斜率之和不会为 0 .

设点 $B\left(x_1,y_1\right),C\left(x_2,y_2\right)$，直线 $BC:y=kx+m$，（4 分）

由 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1\\ y=kx+m\end{cases}$ 消去 y 并整理，得 $\left(4k^2+1\right)x^2+8kmx+4m^2-8=0$，（1 分）

则 $\begin{cases}\Delta>0\\ x_1+x_2=\dfrac{-8km}{4k^2+1}\\ x_1x_2=\dfrac{4m^2-8}{4k^2+1}\end{cases}$，（5 分）



则 $k_{AB}+k_{AC}=\dfrac{y_1-1}{x_1-2}+\dfrac{y_2-1}{x_2-2}=\dfrac{2kx_1x_2+(m-1-2k)(x_1+x_2)-4m+4}{x_1x_2-2\left(x_1+x_2\right)+4}$（6 分）

$$=\frac{2k\frac{4m^2-8}{4k^2+1}+(m-1-2k)\left(\frac{-8km}{4k^2+1}\right)-4m+4}{\frac{4m^2-8}{4k^2+1}-2\left(\frac{-8km}{4k^2+1}\right)+4}$$

$$=\frac{-4k+2km-m+4k^2+1}{m^2+4km+4k^2-1}=0$$

则$-4k+2km-m+4k^2+1=0$，

整理，得$(2k-1)(m+2k-1)=0$，（7 分）

因直线BC不过点A，则$2k+m\neq1$，所以$k=\frac{1}{2}$.

故直线l的斜率为定值，定值为$\frac{1}{2}$.（8 分）

【点睛】关键点点睛：本题为圆锥曲线中直线过定点问题，本题的关键在于此二元二次方程$-4k+2km-m+4k^2+1=0$的化简问题，该题中求解斜率为定值，故$k-p$其中p为常数必为此二元二次方程的因式，而另一个因式必为题中增根，即$2k+m-1$.