

2025年喀什地区教育系统教师专业水平测试答案卷

初中数学专业理论测试答案

一、单选题 (共9小题, 每小题3分, 共27分)

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 得分 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|
| 答案 | C | B | C | D | A | B | D | A | A | C | B | D | |

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题3分, 共18分)

13. 基础性、普及性、发展性 14. $x > 1$ 或 $1 < x$ 15. 0 (答案不唯一)

16. 6 17. $\frac{5}{8}$ 18. $20\sqrt{3} - 16$ 或 $-16 + 20\sqrt{3}$

14. 【解析】

【分析】本题考查代数式有意义, 根据分式的分母不为0, 二次根式的被开方数为非负数, 进行求解即可.

【详解】解: 由题意, 得: $x - 1 > 0$,

解得: $x > 1$;

故答案为: $x > 1$.

15. 【解析】

【分析】本题考查了一元一次不等式的求解, 先求出不等式的解集, 根据不等式有正数解可得关于 m 的一元一次不等式, 即可求出 m 的取值范围, 进而可得 m 的值, 求出 m 的取值范围是解题的关键.

【详解】解: 不等式移项合并同类项得, $\frac{1}{2}x \leq 1 - m$,

系数化为1得, $x \leq 2 - 2m$,

\therefore 不等式 $m - \frac{x}{2} \leq 1 - x$ 有正数解,

$\therefore 2 - 2m > 0$,

解得 $m < 1$,

$\therefore m$ 的值可以是0,

故答案为: 0.

16. 【解析】本题考查了根与系数的关系及利用完全平方公式求解, 若 x_1, x_2 是一元二次方程

$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根时, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, 熟练掌握一元二次方程根与系数的关系

是解题关键.

根据根与系数的关系得 $m + n = 2, mn = -\frac{1}{2}$, $2m^2 - 4m = 1$, 再把 $3m^2 - 4m + n^2$ 变形为

$2m^2 - 4m + m^2 + n^2$, 然后利用整体代入的方法计算, 再利用完全平方公式求解即可.

【详解】解: \therefore 一元二次方程 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 的两个根为 m, n ,

$\therefore m + n = 2, mn = -\frac{1}{2}, 2m^2 - 4m = 1$

$\therefore 3m^2 - 4m + n^2$

$= 2m^2 - 4m + m^2 + n^2$

$= m^2 + n^2 + 1$

$= (m + n)^2 - 2mn + 1$

$= 2^2 - 2 \times (-\frac{1}{2}) + 1$

$= 6$

故答案为：6 .

17. 【分析】 本题考查简单的概率计算、比例性质，根据随机取出一枚棋子，它是黑棋的概率是 $\frac{3}{8}$ ，

可得 $\frac{x}{x+y} = \frac{3}{8}$ ，进而利用比例性质求解即可 .

【详解】 解：∵ 随机取出一枚棋子，它是黑棋的概率是 $\frac{3}{8}$ ，

$$\therefore \frac{x}{x+y} = \frac{3}{8}, \text{ 则 } \frac{x}{y} = \frac{3}{5},$$

故答案为： $\frac{3}{5}$.

18. 【解析】

【分析】 根据平行四边形的性质得到 $CD = AB = 8$ ， $AB \parallel CD$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，由折叠性质得到

$ED' = DE = 4$ ，进而得到点 D 在以 E 为圆心，4 为半径的圆上运动，如图，过 E 作 $EM \perp AB$ 交

AB 延长线于 M，交圆 E 于 D，此时 D 到边 AB 的距离最短，最小值为 $D'M$ 的长，即此时 $\triangle ABD'$

面积的最小，过 C 作 $CN \perp AB$ 于 N，根据平行线间的距离处处相等得到 $EM = CN$ ，故只需利用锐

角三角函数求得 $CN = 5\sqrt{3}$ 即可求解 .

【详解】 在平行四边形 ABCD 中， $\angle BCD = 120^\circ$ ， $AB = 8$ ，

$\therefore CD = AB = 8$ ， $AB \parallel CD$ ， 则 $\angle ABC = 180^\circ - \angle BCD = 60^\circ$ ，

$\therefore E$ 为边 CD 的中点，

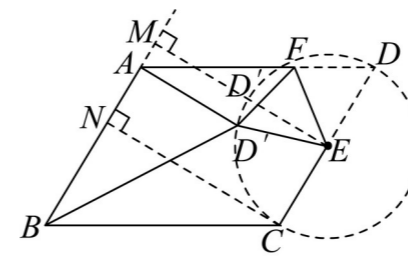
$$\therefore DE = CE = \frac{1}{2}CD = 4,$$

$\therefore \triangle DEF$ 沿 EF 翻折得 $\triangle D'EF$

$$\therefore ED' = DE = 4,$$

\therefore 点 D 在以 E 为圆心，4 为半径的圆上运动，如图，过 E 作 $EM \perp AB$ 交 AB 延长线于 M，交圆 E 于

D，此时 D 到边 AB 的距离最短，最小值为 $D'M$ 的长，即 $\triangle ABD'$ 面积的最小，



过 C 作 $CN \perp AB$ 于 N，

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore EM = CN,$$

在 $\text{Rt}\triangle BCN$ 中， $BC = 10$ ， $\angle CBN = 60^\circ$ ，

$$\therefore CN = BC \cdot \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3},$$

$$\therefore D'M = ME - ED' = 5\sqrt{3} - 4,$$

$$\therefore \triangle ABD' \text{ 面积的最小值为 } \frac{1}{2} \times 8 \times (5\sqrt{3} - 4) = 20\sqrt{3} - 16,$$

故答案为： $20\sqrt{3} - 16$.

【点睛】 本题考查平行四边形的性质、折叠性质、圆的有关性质以及直线与圆的位置关系、锐角三角函数等知识，综合性强的填空压轴题，得到点 D' 的运动路线是解答的关键。

三、解答题 (本大题共 8 小题，共 50 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19.(4 分) 【解析】

【分析】 本题考查实数的混合运算、解一元一次不等式组，熟练掌握相关运算法则并正确求解是解答的关键。先计算算术平方根、特殊角的三角函数值、零指数幂、化简绝对值，然后加减运算即可；

【详解】 解： $\sqrt{16} + 2\sin 60^\circ - (7 - 2024)^0 + |\sqrt{3} - 2|$

$$= 4 + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 + 2 - \sqrt{3}$$

$$= 5 + \sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$= 5.$$

20. (4 分) 【答案】 $x - 1$; 2

【解析】

【分析】 本题考查了分式化简求值；先根据分式的加减计算括号内的，同时将除法转化为乘法，再根据分式的性质化简，最后根据分式有意义的条件，将字母的值代入求解。

【详解】 解： $\left(1 - \frac{1}{x-1}\right) \div \frac{x-2}{x^2-2x+1}$

$$= \frac{x-1-1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{x-2}$$

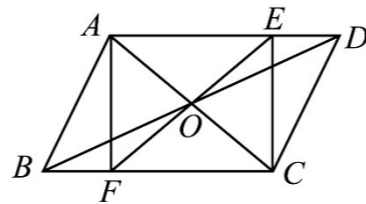
$$= x - 1$$

$$\therefore x \neq 1, 2$$

$$\therefore \text{当 } x = 3 \text{ 时, 原式} = 3 - 1 = 2$$

21. (6 分) 18.(1) \because 四边形 ABCD 是平行四边形

$\therefore AD \parallel BC, OA = OC$



$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COF$ (AAS 或 ASA)

$\therefore OF = OE$

(2) $\because OA = OC, OE = OF$

\therefore 四边形 AFCE 是平行四边形

$\because OA = OE$

$\therefore AC = EF$

\therefore 四边形 AFCE 是矩形.

22.(6 分) 【答案】 (1) 160, 40

(2) 99°

(3) 385

【解析】

【分析】 本题考查统计表和扇形统计图的关联、用样本估计总体，理解题意，能从统计图中获取有用信息是解答的关键。

(1) 根据选择“亲子互动慢游线”的人数及其所占的百分比可求得调查总人数，再根据选择“世界公园

打卡线”对应的圆心角是 90° 可求解 x 值；

(2) 由 360° 乘以选择“国风古韵观赏线”所占的百分比可得答案；

(3) 先求得选择“园艺小清新线”的人数，再由单位总人数乘以样本中选择“园艺小清新线”所占的比例求解即可。

【小问 1 详解】

解：调查总人数为 $48 \div 30\% = 160$ (人)，

选择“世界公园打卡线”的人数为 $160 \times \frac{90}{360} = 40$ (人)，

故答案为：160, 40；

【小问 2 详解】

解：“国风古韵观赏线”对应的圆心角度数为 $360^\circ \times \frac{44}{160} = 99^\circ$ ；

【小问3详解】

解：选择“园艺小清新线”的人数为 $160 - 44 - 40 - 48 = 28$ (人)，

∴该单位选择“园艺小清新线”的员工人数为 $\frac{2200 \times 28}{160} = 385$ (人)

23. (6分) 【解析】

【分析】(1) 设A种客房每间定价为 x 元，B种客房每间定价为 y 元，根据题意，列出方程组即

可求解；

(2) 设A种客房每间定价为 a 元，根据题意，列出 W 与 a 的二次函数解析式，根据二次函数的性质

即可求解；

本题考查了二元一次方程组的应用，二次函数的应用，根据题意，正确列出二元一次方程组和二次函数解析式是解题的关键。

【小问1详解】

解：设A种客房每间定价为 x 元，B种客房每间定价为 y 元，

$$\begin{cases} 24x + 20y = 7200 \\ 10x + 10y = 3200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 200 \\ y = 120 \end{cases}$$

答：A种客房每间定价为200元，B种客房每间定价为120元；

【小问2详解】

解：设A种客房每间定价为 a 元，

$$W = \left(24 - \frac{a - 200}{10} \right) a = -\frac{1}{10}a^2 + 44a = -\frac{1}{10}(a - 220)^2 + 4840$$

$$\because -\frac{1}{10} < 0$$

∴当 $a = 220$ 时， W 取最大值， $W_{\text{最大值}} = 4840$ 元，

答：当A种客房每间定价为220元时，A种客房一天的营业额 W 最大，最大营业额为4840元。

24. (6分) 【答案】任务一：冬至， 14° ；任务二：乙楼中7层(含7层)以下不能安装该品牌太阳能热水器

【解析】本题考查解直角三角形的应用，理解题意是解答的关键。

任务一：根据题意直接求解即可；

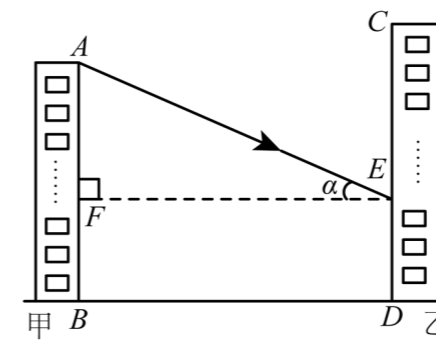
任务二：过E作 $EF \perp AB$ 于F，利用正切定义求得

【详解】解：任务一：根据题意，要判断乙楼哪些楼层不能安装该品牌太阳能板，只需 α 为冬至日时

的最小角度，即 $\alpha = 14^\circ$ ，

故答案为：冬至， 14° ；

任务二：过E作 $EF \perp AB$ 于F，则 $\angle AFE = 90^\circ$ ， $EF = 54$ 米， $BF = DF$ ，



$$\text{在 Rt}\triangle AFE \text{ 中, } \tan \alpha = \frac{AF}{EF}$$

$$\therefore AF = EF \cdot \tan 14^\circ \approx 54 \times 0.25 = 13.5 \text{ (米)}$$

$$\therefore AB = 11 \times 3.3 = 36.3 \text{ (米)}$$

$$\therefore DE = BF = AB - AF = 36.3 - 13.5 = 22.8 \text{ (米)},$$

$$22.8 \div 3.3 \approx 7 \text{ (层)},$$

答：乙楼中7层（含7层）以下不能安装该品牌太阳能热水器。

25. (8分)

【答案】(1) 见详解；

$$(2) \sqrt{5}, 3\sqrt{6}.$$

【解析】

【分析】(1) 先证明 $\triangle EBC \sim \triangle DBF$ ，然后利用对应边成比例，即可证明；

(2) 利用 $\triangle EBC \sim \triangle DBF$ ，知道 $\angle EBC = \angle DBF$ ，从而推出 $\angle CBF = \angle EBA$ ，结合

$\angle A = \angle CBF$ ，知道 $\angle A = \angle EBA$ ，推出 $AE = BE$ ，接下来证明 $\angle BFC = \angle ABC$ ，那么有

$\tan \angle BFC = \tan \angle ABC = \sqrt{5}$ ，即 $\frac{CB}{CF} = \frac{AC}{BC} = \sqrt{5}$ ，不妨设 $CF = x$ ，代入求得 CF 的长度，不妨

设 $EF = y$ ，在 $\text{Rt}\triangle CEB$ 和 $\text{Rt}\triangle CFB$ 中利用勾股定理求得 EF 和 BF 的长度，最后利用

$\tan \angle CEB = \tan \angle FDB$ ，求得 DF 的长度，然后再利用勾股定理求得 BD 的长度。

【小问1详解】

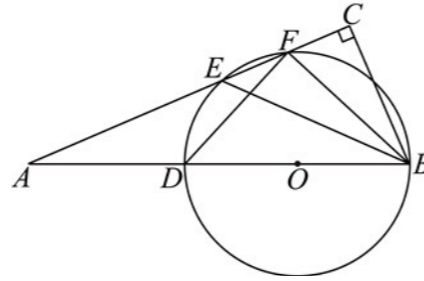
∵ BD 是 $\odot O$ 的直径

$$\therefore \angle BFD = 90^\circ = \angle C$$

又 $\angle CEB = \angle FDB$

$\therefore \triangle EBC \sim \triangle DBF$,

$$\therefore \frac{EC}{DF} = \frac{CB}{FB}$$



$$\therefore BC \cdot DF = BF \cdot CE$$

【小问2详解】

由(1)可知， $\triangle EBC \sim \triangle DBF$ ，

$$\therefore \angle EBC = \angle DBF$$

$$\therefore \angle EBC - \angle FBE = \angle DBF - \angle FBE$$

$$\therefore \angle CBF = \angle EBA$$

$$\therefore \angle A = \angle CBF$$

$$\therefore \angle A = \angle EBA$$

$$\therefore AE = BE$$

$$\therefore \angle A = \angle CBF$$

$$\therefore 90^\circ - \angle A = 90^\circ - \angle CBF$$

$$\therefore \angle ABC = \angle CFB$$

$$\square \tan \angle BFC = \sqrt{5}$$

$$\therefore \tan \angle BFC = \tan \angle ABC = \sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{CB}{CF} = \frac{AC}{BC} = \sqrt{5}$$

不妨设 $CF = x$ ，那么 $CB = \sqrt{5}x$

$$\therefore AF = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore \frac{x + 4\sqrt{5}}{\sqrt{5}x} = \sqrt{5}$$

$$\therefore x = \sqrt{5}$$

$$\therefore CF = \sqrt{5}, CB = \sqrt{5}x = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$$

不妨设 $EF = y$ ，那么 $AE = AF - EF = 4\sqrt{5} - y = BE$

在 $\text{Rt}\triangle CEB$ 中， $CE = EF + CF = y + \sqrt{5}$ ， $CB = 5$ ， $BE = 4\sqrt{5} - y$

$$\therefore (y + \sqrt{5})^2 + 5^2 = (4\sqrt{5} - y)^2$$

$$\therefore y = \sqrt{5}$$

$$\therefore EF = \sqrt{5}$$

在 $\text{Rt}\triangle CFB$ 中, $CF = \sqrt{5}$, $BC = 5$

$$\therefore BF = \sqrt{CF^2 + BC^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 5^2} = \sqrt{30}$$

$$\because \angle CEB = \angle FDB$$

$$\therefore \tan \angle CEB = \tan \angle FDB$$

$$\therefore \frac{CB}{CE} = \frac{BF}{DF}$$

$$\therefore \frac{5}{\sqrt{5} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{30}}{DF}$$

$$\therefore DF = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore BD = \sqrt{DF^2 + BF^2} = \sqrt{(2\sqrt{6})^2 + (\sqrt{30})^2} = 3\sqrt{6}$$

$\therefore \odot O$ 的直径是 $3\sqrt{6}$.

【点睛】 本题考查了同弧所对的圆周角相等, 直径所对的圆周角是直角, 三角形相似的判定与性质, 勾股定理, 解直角三角形, 等腰三角形的性质, 二次根式的化简, 熟练掌握以上知识点是解题的关键.

26. (10分)

【答案】 (1) $AB = 4$

$$(2) \tan \angle ABD = \frac{10}{3}$$

(3) 抛物线 L' 与 L 交于定点 $(3, 0)$

【解析】

【分析】 (1) 根据题意可得 $ax^2 - 2ax - 3a = 0$, 整理得 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 即可知 $A(-1, 0), B(3, 0)$,

则有 $AB = 4$;

(2) 由题意得抛物线 $L: y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$, 则 $C(1, -4)$, 设 $D(n, n^2 - 2n - 3)$,

$(0 < n < 3)$, 可求得 $S_{\triangle ABD} = -2n^2 + 4n + 6$, 结合题意可得直线 AD 解析式为 $y = (n - 3)(x + 1)$,

设直线 AD 与抛物线对称轴交于点 E , 则 $E(1, 2n - 6)$, 即可求得 $S_{\triangle ACD} = n^2 - 1$, 进一步解得点

$D\left(\frac{7}{3}, -\frac{20}{9}\right)$, 过 D 作 $DH \perp AB$ 于点 H , 则 $BH = \frac{2}{3}, DH = \frac{20}{9}$, 即可求得 $\tan \angle ABD = \frac{DH}{BH}$;

(3) 设 $D(n, an^2 - 2an - 3a)$, 可求得直线 AD 解析式为 $y = a(n - 3)(x + 1)$, 过点 D 作 $DM \perp AB$,

可得 $AM = n + 1, DM = -an^2 + 2an + 3a$, 结合题意得 $EM = n + 1, A'(n, -an^2 + 2an + 3a)$,

$B'(n + 4, -an^2 + 2an + 3a)$, 设抛物线 L' 解析式为 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$, 由于过点 A', B' 可求得

抛物线 L' 解析式为 $y = ax^2 + (-2an - 4a)x + 6an + 3a$, 根据

$ax^2 - 2ax - 3a = ax^2 + (-2an - 4a)x + 6an + 3a$ 解得 $x = 3$, 即可判断抛物线 L' 与 L 交于定点

$(3, 0)$.

【小问1详解】

解: \because 抛物线 $L: y = ax^2 - 2ax - 3a (a > 0)$ 与 x 轴交于 A, B 两点,

$\therefore ax^2 - 2ax - 3a = 0$, 整理得 $x^2 - 2x - 3 = 0$, 解得 $x_1 = -1, x_2 = 3$,

$\therefore A(-1,0), B(3,0),$

则 $AB = 3 - (-1) = 4;$

【小问2详解】

当 $a=1$ 时, 抛物线 $L: y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4,$

则 $C(1, -4),$

设 $D(n, n^2 - 2n - 3), (0 < n < 3),$ 则 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot |y_D| = -\frac{1}{2} \times 4 \times (n^2 - 2n - 3) = -2n^2 + 4n + 6,$

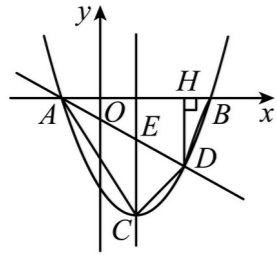
设直线 AD 解析式为 $y = k(x+1),$

\because 点 D 在直线 AD 上,

$\therefore n^2 - 2n - 3 = k(n+1),$ 解得 $k = n - 3,$

则直线 AD 解析式为 $y = (n-3)(x+1),$

设直线 AD 与抛物线对称轴交于点 $E,$ 则 $E(1, 2n-6),$



$\therefore S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} CE \cdot (x_D - x_A) = \frac{1}{2} \times [2n - 6 - (-4)] \times (n+1) = n^2 - 1,$

$\therefore \triangle ACD$ 的面积与 $\triangle ABD$ 的面积相等,

$\therefore -2n^2 + 4n + 6 = n^2 - 1,$ 解得 $n_1 = -1, n_2 = \frac{7}{3},$

\therefore 点 $D\left(\frac{7}{3}, -\frac{20}{9}\right),$

过点 D 作 $DH \perp AB$ 于点 $H,$ 则 $BH = 3 - \frac{7}{3} = \frac{2}{3}, DH = \frac{20}{9},$

则 $\tan \angle ABD = \frac{DH}{BH} = \frac{10}{3};$

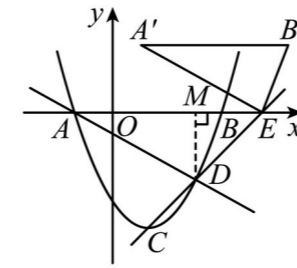
【小问3详解】

设 $D(n, an^2 - 2an - 3a),$ 直线 AD 解析式 $y = k_1(x+1),$

则 $an^2 - 2an - 3a = k_1(n+1),$ 解得 $k_1 = an - 3a,$

那么直线 AD 解析式为 $y = a(n-3)(x+1),$

过点 D 作 $DM \perp AB,$ 如图,



则 $AM = n+1, DM = -an^2 + 2an + 3a,$

$\therefore AD = DE,$

$\therefore EM = n+1,$

\therefore 将 $\triangle ADB$ 沿 DE 方向平移得到 $\triangle A'EB', A(-1,0), B(3,0),$

$$\therefore A'(n, -an^2 + 2an + 3a), B'(n+4, -an^2 + 2an + 3a),$$

由题意知抛物线 L 平移得到抛物线 L' ，设抛物线 L' 解析式为 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ ，

\therefore 点 A' ， B' 都落在抛物线 L' 上

$$\therefore \begin{cases} -an^2 + 2an + 3a = an^2 + bn + c \\ -an^2 + 2an + 3a = a(n+4)^2 + b(n+4) + c \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = -2an - 4a \\ c = 6an + 3a \end{cases},$$

则抛物线 L' 解析式为 $y = ax^2 + (-2an - 4a)x + 6an + 3a$

$$\therefore ax^2 - 2ax - 3a = ax^2 + (-2an - 4a)x + 6an + 3a$$

整理得 $(n+1)x = 3n+3$ ，解得 $x = 3$ ，

\therefore 抛物线 L' 与 L 交于定点 $(3, 0)$ 。

【点睛】 本题主要考查二次函数的性质、两点之间的距离、一次函数的性质、求正切值、二次函数的平移、等腰三角形的性质和抛物线过定点，解题的关键是熟悉二次函数的性质和平移过程中数形结合思想的应用。