

高中数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
答案	C	B	A	D	A	D	B	C	A	B	D	C	D	A	C	B

17. 数学建模活动与数学探究活动

18. 27

19. 16

20. $\left[0, \frac{\pi}{6}\right]$

21. 答案：(1) $3\sqrt{5}$

(2) $k = \frac{1}{4}$

解析：(1) 因为向量 $a = (1, 2)$, $b = (-3, k)$, 且 $a \parallel b$,

所以 $1 \times k - 2 \times (-3) = 0$, 解得 $k = -6$,

所以 $|b| = \sqrt{(-3)^2 + (-6)^2} = 3\sqrt{5}$.

(2) 因为 $a + 2b = (-5, 2 + 2k)$, 且 $a \perp (a + 2b)$,

所以 $1 \times (-5) + 2 \times (2 + 2k) = 0$, 解得 $k = \frac{1}{4}$.

22. 答案：(1) $a_n = n$

(2) $S_n = 2^{n+1} + \frac{n(n+1)}{2} - 2$

解析：(1) 设 $\{a_n\}$ 公差为 d , 则 $a_2 = 1 + d$, $a_4 = 1 + 3d$,

因为 a_1, a_2, a_4 成等比数列,

所以 $a_1 \cdot a_4 = a_2^2$, 即 $1 + 3d = (1 + d)^2$,

所以 $d = 1$ 或 0 (舍去).

故 $a_n = 1 + n - 1 = n$;

即 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n$;

(2) 由(1)可得 $b_n = n + 2^n$,

$S_n = 1 + 2^1 + 2 + 2^2 + 3 + 2^3 + \dots + n + 2^n$

$$= (1 + 2 + 3 + \dots + n) + (2^1 + 2^2 + \dots + 2^n) = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{2(1-2^n)}{1-2}$$

$$= 2^{n+1} + \frac{n(n+1)}{2} - 2.$$

23. 答案：(1) 证明见解析

(2) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

解析：证明：(1) AB 为圆 O 直径

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ 即 $AC \perp BC$

$\because PA \perp$ 面 ABC , $\therefore PA \perp BC$

$\because AC \cap PA = A$

$\therefore BC \perp$ 面 PAC .

(2) $BC \perp$ 面 PAC ,

$\therefore \angle BPC$ 为 PB 与平面 PAC 所成的角,

在直角三角形 ABC 中, $BC = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$,

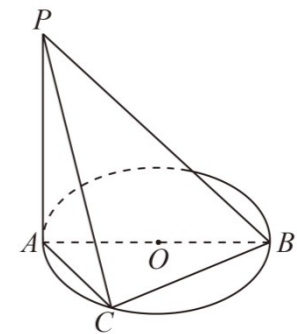
在直角三角形 PAC 中, $PC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$,

在直角三角形 PBC 中, $\tan \angle BPC = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

故直线 PB 与平面 PAC 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

23. 答案：(1) $y^2 = 4x$;

解析：(1) 抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点到准线的距离 $p = 2$,



所以抛物线 E 的标准方程是 $y^2 = 4x$.

(2) . 答案: $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 或 $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$

解析: 若双曲线焦点在 x 轴, 设方程为 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$),

则渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$,

所以 $\begin{cases} \frac{b}{a} = 2 \\ 2b = 4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases}$,

所以双曲线标准方程为: $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$;

若双曲线焦点在 y 轴, 设方程 $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$),

则渐近线方程为 $y = \pm \frac{a}{b}x$,

所以 $\begin{cases} \frac{a}{b} = 2 \\ 2b = 4 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$,

所以双曲线标准方程为: $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$;

所以双曲线标准方程为 $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ 或 $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$.

25 . 答案: (1) $19x - y - 10 = 0$

(2) 极小值 $\frac{8}{3} - 8\ln \frac{2}{3}$, 无极大值

解析: (1) 依题意, $f'(x) = 27x^2 - \frac{8}{x}$,

故 $f'(1) = 27 - 8 = 19$,

而 $f(1) = 9$,

故所求切线方程为 $y - 9 = 19(x - 1)$, 即 $19x - y - 10 = 0$.

(2) 令 $f'(x) = \frac{27x^3 - 8}{x} = 0$, 解得 $x = \frac{2}{3}$,

故当 $x \in \left(0, \frac{2}{3}\right)$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减;

当 $x \in \left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增.

故当 $x = \frac{2}{3}$ 时, $f(x)$ 取到极小值 $\frac{8}{3} - 8\ln \frac{2}{3}$, 无极大值.

26 . 答案: (1) $\bar{x} = 85$, $s^2 = 25$

(2) 6 人, 占 60%

解析: (1) 抽取的 10 名退休职工问卷得分的均值为

$$\bar{x} = \frac{1}{10} \times (77 + 79 + 81 + 3 \times 84 + 2 \times 88 + 92 + 93) = 85$$

抽取的 10 名退休职工问卷得分的方差为

$$s^2 = \frac{1}{10} \times [(77 - 85)^2 + (79 - 85)^2 + (81 - 85)^2 + 3 \times (84 - 85)^2 + 2 \times (88 - 85)^2 + (92 - 85)^2 + (93 - 85)^2] = 25$$

(2) 由(1)可得 $s = 5$,

所以 $\bar{x} - s = 85 - 5 = 80$,

$\bar{x} + s = 85 + 5 = 90$,

所以 10 名退休职工问卷得分在 $\bar{x} - s$ 与 $\bar{x} + s$ 之间有 6 人, 占的百分比为 60%