

疏附县 2025 年教师专业水平测试试卷

(高中数学)

注意事项：

1. 本试题卷共 4 页，总分 100 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生先在答题卡上将自己的考场号、座位号、姓名、准考证号填写清楚。
3. 考生必须在答题卡上答题，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题 (本大题共 16 小题，每小题 3 分，共 48 分) 在下列各小题的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 《普通高中数学课程标准》强调，数学学科核心素养包括数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和 ()

- A. 空间观念 B. 数据处理 C. 数据分析 D. 概率统计

2. 高中数学课程结构中，选择性必修课程是为学生 () 发展提供的数学课程。

- A. 升学考试 B. 个性化学科 C. 职业技能 D. 艺术特长

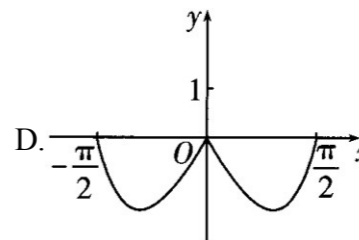
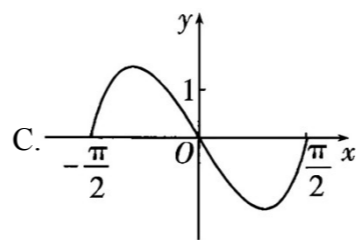
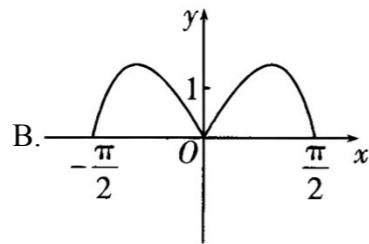
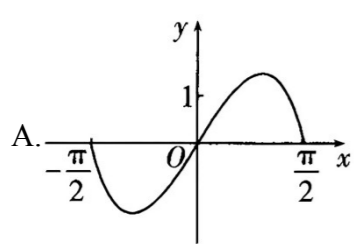
3. 已知集合 $A = \{x \mid \log_3 x > \frac{1}{2}\}$ ， $B = \{x \mid x < 4\}$ ，则 $A \cap B = ()$

- A. $\{x \mid 3 < x < 4\}$ B. $\{x \mid 1 < x < 3\}$ C. $\{x \mid 1 < x < 4\}$ D. $\{x \mid 0 < x < 3\}$

4. 已知 $a = (1, \sqrt{3})$ ， $b = (2, 0)$ ，则 a 在 b 上的投影向量为 ()

- A. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{2})$ B. $(\sqrt{3}, 0)$ C. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ D. $(1, 0)$

5. 函数 $y = (3^x - 3^{-x}) \cdot \cos x$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 的图象大致为 ()



6. 已知 $(1+i)z = 2i^4 + i^5$ ，则复数 z 在复平面内对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. 已知正四棱锥的底面边长为 6，且其侧面积是底面积的 2 倍，则此正四棱锥的体积为 ()

- A. $36\sqrt{6}$ B. $36\sqrt{3}$ C. $108\sqrt{3}$ D. $108\sqrt{6}$

8. 从 4 名女生和 2 名男生中，抽取 3 名学生参加某档电视节目，若按性别比例分层随机抽样，则不同的抽取方法数为 ()

- A. 28 B. 56 C. 12 D. 24

9. 计算 $\sin 40^\circ \cos 160^\circ - \cos 40^\circ \sin 20^\circ$ 的值为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

10. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 已知 $S_5 = S_{10}$ ， $a_5 = 1$ ，则 $a_1 = ()$

- A. $\frac{7}{2}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{7}{11}$

11. 设 $a = \log_{0.3} 0.4$ ， $b = \log_{0.3} 1.1$ ， $c = \log_{0.4} 0.3$ ，则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $b < c < a$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $c < a < b$

12. $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $a = \sqrt{3}$ ， $b = \sqrt{2}$ ， $A = \frac{\pi}{3}$ ，则 $B = ()$

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{3\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$

13. 若直线 $l: ax + y + 1 = 0$ 与圆 $C: (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 4$ 相切, 则 $a =$ ()

- A. ± 1 B. 1 C. -1 D. 0

14. 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{6} + y^2 = 1$ 与双曲线 $F: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1 (a > 0)$ 的焦点重合, 则双曲线 F 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{\sqrt{30}}{6}$

15. 甲骑自行车从 A 地到 B 地, 途中要经过 4 个十字路口, 已知甲在每个十字路口遇到红灯的概率都是 $\frac{1}{3}$, 且在每个路口是否遇到红灯相互独立, 那么甲在前两个十字路口都没有遇到红灯, 直到第三个路口才首次遇到红灯的概率是 ()

- A. $\frac{1}{27}$ B. $\frac{4}{9}$ C. $\frac{4}{27}$ D. $\frac{1}{3}$

16. 下列命题错误的是 ()

- A. 两个随机变量的线性相关性越强, 相关系数的绝对值越接近于 1
 B. 设 $\xi \sim N(1, \sigma^2)$, 且 $P(\xi < 0) = 0.2$, 则 $P(1 < \xi < 2) = 0.2$
 C. 线性回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 一定经过样本点的中心 (\bar{x}, \bar{y})
 D. 随机变量 $\xi \sim B(n, p)$, 若 $E(\xi) = 30$, $D(\xi) = 20$ 则 $n = 90$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

17. 高中数学课程标准将数学课程内容分为函数、几何与代数、统计与概率以及 _____ 四大主题。

18. 若指数函数 $f(x)$ 满足 $f(2) - 2f(1) = 3$, 则 $f(3) =$ _____.

19. 若正数 a, b 满足 $a + b = 1$, 则 $\frac{9}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为 _____.

20. 函数 $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的单调递增区间为 _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 每小题 6 分, 共 36 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

注意: 在答题卡上, 作答有小题号的题时, 需依次写明小题号。

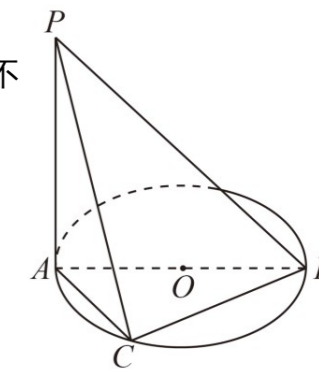
21. 已知向量 $a = (1, 2)$, $b = (-3, k)$.

- (1) 若 $a \parallel b$, 求 $|b|$ 的值;
 (2) 若 $a \perp (a + 2b)$, 求实数 k 的值;

22. 已知 $\{a_n\}$ 为公差不为 0 的等差数列, $a_1 = 1$, 且 a_1, a_2, a_4 成等比数列.

- (1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (2) 若 $b_n = a_n + 2^n$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 垂直于 $\odot O$ 所在的平面, C 是圆周上不同于 A, B 的一动点.



- (1) 证明: $BC \perp$ 面 PAC ;
 (2) 若 $PA = AC = 1$, $AB = 2$, 求直线 PB 与平面 PAC 所成角的正切值.

24. (1) 已知抛物线 $E: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点到准线的距离为 2, 求抛物线 E 的标准方程.

(2). 双曲线的渐近线方程是 $y = \pm 2x$, 虚轴长为 4, 求双曲线的标准方程.

25. 已知函数 $f(x) = 9x^3 - 8 \ln x$.

- (1) 求曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线方程;
 (2) 求函数 $f(x)$ 的极值.

26. 某单位为了了解退休职工生活情况, 对 50 名退休职工做了一次问卷调查, 满分 100 分, 并从

密封线内不得答题

