

高中数学试题

一、单选题 (每小题 3 分, 共 27 分)

1. 下列哪个教学策略不符合普通高中新数学课程标准的要求?

- A. 注重学生自主研究 B. 强化过程评价
C. 提倡题海战术 D. 鼓励学生合作探究

2. 在复平面内, 复数 $z = \frac{1-2i}{i}$ (i 为虚数单位), 则 ()

- A. z 的虚部为 $-i$ B. $\bar{z} = 2-i$
C. $|z| = \sqrt{3}$ D. z 在复平面内对应的点位于第三象限

3. 已知集合 $M = \{x|x-1 \geq 0\}$, $N = \{x||x| > 2\}$, 则集合 $M \cup N =$ ()

- A. $\{x|x \geq 1\}$ B. $\{x|x > 2 \text{ 或 } x < -2\}$
C. $\{x|x > 1 \text{ 或 } x < -2\}$ D. $\{x|x \geq 1 \text{ 或 } x < -2\}$

4. 已知 $a = \log_{0.5} 0.2, b = 0.5^{0.5}, c = 2^{0.5}$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

5. 已知 $|a|=5$, $|b|=3$, 且向量 a 在向量 b 上的投影的数量为 -2 , 则 $|a+b| =$ ()

- A. $\sqrt{22}$ B. $3\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{7}$ D. $\sqrt{46}$

6. 现安排甲、乙、丙、丁、戊 5 位志愿者到三个社区做志愿服务工作, 每个社区至少安排 1 人, 每位志愿者只到一个社区, 其中甲、乙安排在同一个社区的概率为 ()

- A. $\frac{3}{25}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{6}{25}$ D. $\frac{3}{10}$

7. 设各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $a_5 + a_6 = 4(a_2 + a_3)$, 则 $\frac{S_6}{S_3} =$

- ()
A. 4 B. 5 C. 16 D. 17

8. 设 α 为锐角, 若 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{2}{3}$, 则 $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{6}\right) =$ ()

- A. $\frac{4}{9}$ B. $-\frac{4}{9}$ C. $-\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{9}$

9. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x-y) - f(x+y) = f(x-1)f(y)$, 且 $f(-1) = -2$,

则 $f(2025) =$ ()

- A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

二、多选题 (每小题 4 分, 共 12 分)

10. 下列命题为假命题的是 ()

A. 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. 若 $a > b > 0$ 且 $c > 0$, 则 $\frac{a}{b} > \frac{a+c}{b+c}$

C. 不等式 $kx^2 + kx - 1 < 0$ 对一切实数 x 恒成立, 则 $-4 < k < 0$

D. “ $x < 5$ ”是“ $\frac{3}{x-1} \geq 1$ ”的一个必要不充分条件

11. 下列结论正确的是 ()

A. $l_1: x + (2a-1)y + 2a-3 = 0$, $l_2: ax + 3y + a^2 + 4 = 0$, 若 $l_1 \parallel l_2$, 则 $a = -1$ 或 $a = \frac{3}{2}$

B. $a = (1, -1)$ 是直线 $x + y - 3 = 0$ 的一个方向向量

C. 直线 $x + y - 1 = 0$ 与直线 $2x + 2y + 1 = 0$ 之间的距离是 $\sqrt{2}$

D. 与点 $A(-1, 2)$ 的距离为 1, 且与点 $B(3, -1)$ 的距离为 4 的直线共有 3 条

12. 已知正数 a, b, c 成等差数列, 且随机变量 X 的分布列为

X	1	2	3
P	a	b	c

下列选项正确的是 ()

A. $b = \frac{1}{4}$

B. $a + c = \frac{2}{3}$

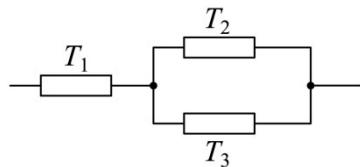
C. $\frac{4}{3} < E(X) < \frac{8}{3}$

D. $D(X)$ 的最大值为 $\frac{2}{3}$

三、填空题 (每小题 4 分, 共 16 分)

13. 数学是研究 () 和 () 的科学。

14. 三个元件 T_1, T_2, T_3 正常工作的概率分别为 $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4}$, 且是互相独立的. 将它们中某两个元件并联后再和第三个元件串联接入电路, 在如图所示的电路中, 电路不发生故障的概率是_____.



15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线与 C 交于

A, B 两点. 若 $|AF_2| = 2|BF_2|$, $|AB| = |BF_1|$, 则椭圆 C 的离心率为_____.

16. 设当 $x = \theta$ 时, 函数 $f(x) = \sin x - 2\cos x$ 取得最大值, 则 $\sin \theta =$ _____.

四、解答题

17. (5 分) 普通高中新数学课程标准中, 数学学科核心素养包括那些?。

18. (8 分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $2ab \cos C = 3c^2 - 2ab$.

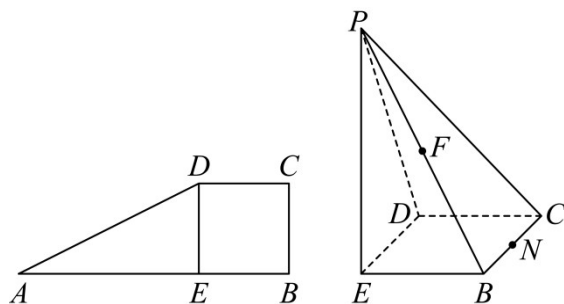
(1) 证明: c 是 a 与 b 的等差中项;

(2) 若 $c = 3$, 且 $\sin B = 2 \sin A$, 求 $b \sin B$ 的值.

19. (8 分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中,

$AB \parallel CD, \angle ABC = 90^\circ, AB = 3, BC = DC = 1, DE \perp AB$ 于 E , 沿 DE 将 $\triangle ADE$ 折起, 使得点 A

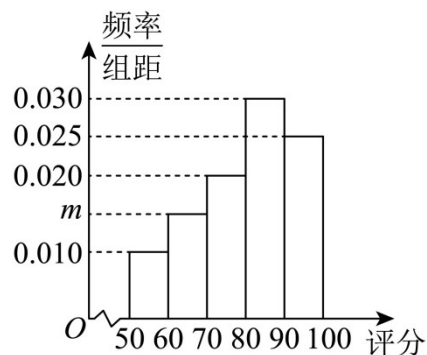
到点 P 的位置， $\angle PEB = 90^\circ$ ， N 是棱 BC 上的动点（不与 B, C 重合）， F 是棱 PB 中点， $EM \perp PB$ 于 M 。



(1) 证明：平面 $EMN \perp$ 平面 PBC ；

(2) 当三棱锥 $F - EBN$ 的体积为 $\frac{1}{12}$ 时，求平面 EFN 和平面 PCD 的夹角的余弦值。

20. (8分) 2025 年春节期间，国产电影《哪吒之魔童闹海》凭借其震撼的特效、生动的情节与深刻的思想，票房一路攀升，成为全球动画电影票房冠军。截至 2025 年 3 月 9 日全球票房达到 148.86 亿元，下图为某平台向 200 名观众征集该电影的评分结果的频率分布直方图。



(1) 求 m 的值；

(2) 估计这 200 名观众评分的平均数（同一组中的数据用该区间的中点值作代表）；

(3) 从评分在 $[60, 70)$ 和 $[70, 80)$ 的观众中按照分层抽样的方法随机抽取 7 人进行问卷调查，

再从这 7 人中随机抽取 3 人进行访谈，求被抽到的 3 人中评分在 $[60, 70)$ 的人数 X 的分布列及期望。

21. (8分) 已知双曲线 C 的中心为坐标原点 O ，且焦点在 x 轴上，点 $P(4, -3)$ 在双曲线 C

上，其一条渐近线方程为 $\sqrt{3}x + 2y = 0$.

(1)求双曲线 C 的标准方程；

(2)过点 $Q(0,2)$ 且倾斜角为 45° 的直线 l 与双曲线 C 交于 M 、 N 两点，求 $\triangle OMN$ 的面积 .

22 . (8分) 已知函数 $f(x) = e^x - ex + 1$.

(1)求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程；

(2)证明： $\forall x \geq 1, f(x) \geq x - \ln x$.

