高中数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	D	D	D	A	C	B	C	D	AC
题号	11	12								
答案	BD	BCD								

1．B

【分析】利用向量的数量积的定义可求得$a\cdot b$，利用投影向量的定义求解即可.

【详解】因为$b=(2,-4)$，所以$|b|=\sqrt{2^2+(-4)^2}=2\sqrt{5}$，

由题知$\vec{a}\cdot\vec{b}=|a|\cdot|b|\cdot\cos 60^\circ=\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}\times\frac{1}{2}=5$，

所以$(2a-b)\cdot b=2a\cdot b-b^2=2\times 5-20=-10$，

所以$2a-b$在b上的投影向量为$\frac{(2a-b)\cdot b}{|b|}\cdot\frac{b}{|b|}=\frac{-10}{20}\cdot\vec{b}=-\frac{1}{2}\vec{b}=(-1,2)$．

故选：B．

2．D

【分析】根据复数的除法运算可得$z=-2-\mathrm{i}$，进而祝福分析判断即可.

【详解】因为$z=\frac{1-2\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=-2-\mathrm{i}$，可知$z$的虚部为$-1$，故A错误；

$\bar{z}=-2+\mathrm{i}$，故B错误；

$|z|=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$，故C错误；

z在复平面内对应的点为$(-2,-1)$，位于第三象限，故D正确；

故选：D.

3．D

【分析】先求出集合M,N，再根据并集的定义求解即可.

【详解】由$M=\{x|x-1\geq 0\}=\{x|x\geq 1\}$，$N=\{x||x|>2\}=\{x|x<-2$或$x>2\}$，

则$M\cup N=\{x|x\geq 1$或$x<-2\}$.

故选：D.

4．D

【分析】根据对数函数的单调性及幂函数的单调性比较大小即可.

【详解】$a=\log_{0.5}0.2>\log_{0.5}0.25=2>2^{0.5}=c$，

又$y=x^{0.5}$在$(0,+\infty)$上为增函数，

所以$b=0.5^{0.5}<2^{0.5}=c$，

综上，$b<c<a$，

故选：D

5．A

【分析】根据投影的数量列式求得$a\cdot b=-2|b|=-6$，然后结合数量积的运算律利用模的运算法则求解即可.

【详解】由题意得$|\vec{a}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\dfrac{a\cdot b}{|b|}=-2$，得$a\cdot b=-2|b|=-6$，

所以$|\vec{a}+b|=\sqrt{\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot b+b^2}=\sqrt{22}$.

故选：A

6．C

【分析】先求出将5位志愿者到三个社区做志愿服务工作的分法种数，然后就甲、乙所安排的小区的志愿者人数进行分类讨论，利用计数原理结合古典概型的概率公式可求得所求事件的概率.

【详解】将甲、乙、丙、丁、戊5位志愿者到三个社区做志愿服务工作，

每个社区的人数分别为3、1、1或2、2、1，

所以不同的分法种数为$\left(C_5^3+\dfrac{C_5^2C_3^2}{A_2^2}\right)A_3^3=\left(10+\dfrac{10\times3}{2}\right)\times6=150$种；

现在考虑甲、乙安排在同一个社区，若甲、乙所安排的小区有3人，则还需从另外3人中抽

高中数学参考答案

1人，

此时分法种数为$C_3^1A_3^3=18$种；

若甲、乙所安排的小区只有他们两人，此时只需将剩余3人分为两组，则分法种数为

$C_3^2A_3^3=18$种.

综上所述，甲、乙安排在同一个社区的概率为$\frac{18+18}{150}=\frac{6}{25}$.

故选：C.

7．B

【分析】由已知根据等比数列的通项公式可得$q^3=4$，再根据等比数列的前n项和公式求解即可.

【详解】设等比数列的公比为q，

因为$a_5+a_6=4(a_2+a_3)$，所以$a_2q^3+a_2q^4=4(a_2+a_2q)$，

因为等比数列$\{a_n\}$各项均为正数，所以$q^3=4$，

所以$\frac{S_6}{S_3}=\frac{\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^3)}{1-q}}=\frac{1-q^6}{1-q^3}=1+q^3=5$.

故选：B.

8．C

【分析】结合诱导公式，利用二倍角余弦公式求解即可.

【详解】$\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{3}\right)$

$=2\cos^2\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)-1=2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2-1=-\frac{1}{9}$.

故选：C

9．D

【分析】利用赋值法可得$f(x)$是以4为周期的周期函数，利用周期性可得答案.

【详解】令$x=1, y=0$，则$f(1-0)-f(1+0)=f(1-1)f(0)$，可得$f(0)=0$，

令$x=0, y=1$，则$f(0-1)-f(1+0)=f(0-1)f(1)$，可得$f(1)=2$，

令$x=1, y=1$，则$f(1-1)-f(1+1)=f(1-1)f(1)$，可得$f(2)=0$，

令$x=2, y=1$，则$f(2-1)-f(2+1)=f(2-1)f(1)$，可得$f(3)=-2$，

令$x=3, y=1$，则$f(3-1)-f(3+1)=f(3-1)f(1)$，可得$f(4)=0$，

令$x=4, y=1$，则$f(4-1)-f(4+1)=f(4-1)f(1)$，可得$f(5)=2$，

可得$f(x)$是以4为周期的周期函数，

则$f(2025)=f(4\times 506+1)=f(1)=2$.

故选：D.

10．AC

【分析】对于A选项，通过给a,b代入特殊值即可判断；对于B选项，利用不等式的可乘性，可加性证明即可判断；对于C选项，要对二次项系数k要分$k=0, k\neq 0$两种情况讨论，即可判断，对于D选项，先解出不等式$\frac{3}{x-1}\geq 1$，再按照必要不充分条件的定义即可判断.

【详解】对于A选项，当$a=1, b=-2$时，$\frac{1}{a}=1>-\frac{1}{2}=\frac{1}{b}$，

故A错误，是假命题；

对于B选项，若$a>b>0$且$c>0$，则$ac>bc$，

所以$ab+ac>ab+bc$，即$a\left(b+c\right)>b\left(a+c\right)$，

不等式的两边同时除以$b(b+c)$，可得$\frac{a}{b}>\frac{a+c}{b+c}$，

故B正确，是真命题；

对于C选项，不等式$kx^2+kx-1<0$对一切实数x恒成立，

① 当$k=0$时，原不等式可化为$-1<0$，恒成立，

② 当$k\neq 0$时，须满足$\begin{cases}k<0\\ \Delta=k^2+4k<0\end{cases}$，解得$-4<k<0$，

综上①②可知$-4<k\leq 0$，故C错误，是假命题；

对于D选项，解不等式$\frac{3}{x-1}\geq 1$可得$1<x\leq 4$，

由$1<x\leq 4\Rightarrow x<5$，但是由$x<5$不一定能推出$1<x\leq 4$，

所以$x<5$是$1<x\leq 4$的一个必要不充分条件，

即“$x<5$”是“$\frac{3}{x-1}\geq 1$”的一个必要不充分条件，

故D正确，是真命题；

故选：AC

11．BD

【分析】由直线平行的判定求参数判断A；写出直线斜率，结合斜率与方向向量关系确定一个方向向量判断B；将$2x+2y+1=0$化为$x+y+\frac{1}{2}=0$，应用平行线的距离公式判断C；两点公式求$|AB|$，转化为判断两个外切的圆的公切线的条数判断D.

【详解】A：若$l_1//l_2$，显然$a\neq 0$，则$\frac{1}{a}=\frac{2a-1}{3}\neq\frac{2a-3}{a^2+4}$，可得$a=\frac{3}{2}$，故A错误；

B：$x+y-3=0$的斜率为-1，显然$a=(1,-1)$是直线的一个方向向量，故B正确；

C：由$2x+2y+1=0$即$x+y+\frac{1}{2}=0$，与$x+y-1=0$的距离为$\frac{\frac{1}{2}+1}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$，故C错误；

D：由$|AB|=\sqrt{(3+1)^2+(-1-2)^2}=5$，以$A,B$为圆心，半径分别为$1,4$的两个圆外切，

所以，只需判断两圆公切线的条数即可，显然一共有3条，故D正确.

故选：BD

12．BCD

【分析】根据给定条件，结合分布列的性质计算判断A、B；求出期望、方差的函数关系推理判断C、D.

【详解】对于A、B，由已知,得$\begin{cases}a+c=2b\\a+b+c=1\end{cases}$，得$\begin{cases}b=\frac{1}{3}\\a+c=\frac{2}{3}\end{cases}$，故A错误，B正确；

对于C，由$a+c=\frac{2}{3},a>0,c>0$，得$0<c<\frac{2}{3}$，则$0<2c<\frac{4}{3}$，又$b=\frac{1}{3}$，

则$E(X)=a+2b+3c=2c+\frac{4}{3}\in(\frac{4}{3},\frac{8}{3})$，故C正确；

对于D，$D(X)=a[1-(2c+\frac{4}{3})]^2+\frac{1}{3}[2-(2c+\frac{4}{3})]^2+c[3-(2c+\frac{4}{3})]^2$

$=(\frac{2}{3}-c)(2c+\frac{1}{3})^2+\frac{1}{3}(2c-\frac{2}{3})^2+c(2c-\frac{5}{3})^2=-4c^2+\frac{8}{3}c+\frac{2}{9}=-4(c-\frac{1}{3})^2+\frac{2}{3}$，

当$c=\frac{1}{3}$时，$D(X)$取得最大值，且最大值为$\frac{2}{3}$，故D正确.

故选：BCD.

13．数量关系 ，空间形式

14．$\frac{15}{32}$

【分析】记“三个元件T_1,T_2,T_3正常工作”分别为事件A_1,A_2,A_3，不发生故障为事件$(A_2\cup A_3)A_1$，结合对立事件的概率公式，利用相互独立事件的乘法公式求解即可.

【详解】记“三个元件T_1,T_2,T_3正常工作”分别为事件A_1,A_2,A_3，

则$P(A_1)=\frac{1}{2},P(A_2)=\frac{3}{4},P(A_3)=\frac{3}{4}$，

不发生故障为事件$(A_2\cup A_3)A_1$，则不发生故障的概率为

$$P=P\left[(A_2\cup A_3)A_1\right]=\left[1-P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3)\right]P(A_1)=\left[1-(1-P(A_2))(1-P(A_3))\right]P(A_1)$$

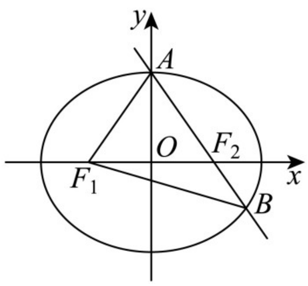
$$=\left(1-\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{15}{32}.$$

故答案为：$\frac{15}{32}$

15．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

【分析】根据椭圆定义和几何关系用a表示出$|AF_2|,|AF_1|,|BF_1|,|AB|$，求出$A$点位置；在$\triangle AF_1B$中，由余弦定理推论求出$\cos\angle F_1AB$，再结合几何关系和余弦二倍角公式即可求出离心率．

【详解】如图，



由已知可设$|F_2B|=x$，则$|AF_2|=2x,|BF_1|=|AB|=3x$，

由椭圆的定义有$|BF_1|+|BF_2|=2a=4x$，故$x=\frac{a}{2}$．

$\therefore|AF_2|=a=|AF_1|,|BF_1|=|AB|=\frac{3a}{2}$，故点$A$为椭圆的上顶点或下顶点.

在$\triangle AF_1B$中，由余弦定理推论得$\cos\angle F_1AB=\dfrac{a^2+\dfrac{9a^2}{4}-\dfrac{9a^2}{4}}{2\cdot a\cdot\dfrac{3a}{2}}=\dfrac{1}{3}$．

在$\triangle AOF_2$中，设$\angle OAF_2=\theta$，

故$\cos\angle F_1AB=\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=\dfrac{1}{3}$，得$\sin^2\theta=\dfrac{1}{3}$，

故$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{|OF_2|}{|AF_2|}=\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．

故答案为：$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．

16．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

【分析】根据题意利用辅助角公式可得$f(x)=\sqrt{5}\sin(x+\varphi)$，结合正弦函数最值分析求解.

【详解】因为$f(x)=\sin x-2\cos x=\sqrt{5}\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5}\sin x-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\cos x\right)$，

令$\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，$\sin\varphi=-\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，

则$f(x)=\sqrt{5}(\sin x\cos\varphi+\sin\varphi\cos x)=\sqrt{5}\sin(x+\varphi)$，

当$x+\varphi=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，即$x=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}-\varphi$，$k\in\mathbf{Z}$时，$f(x)$取最大值，

此时$\theta=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}-\varphi$，$k\in\mathbf{Z}$，所以$\sin\theta=\sin\left(2k\pi+\dfrac{\pi}{2}-\varphi\right)=\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\varphi\right)=\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

故答案为：$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

17．答案：数学抽象，逻辑推理、数学建模、直观想象，数学运算和数据分析、

18．(1)证明见解析

(2) $\sqrt{15}$

【分析】（1）利用余弦定理得到$a^2+b^2=4c^2-2ab$，从而$a+b=2c$，从而c是a与b的等差中项；

（2）利用正弦定理得$b=2a$，结合$a+b=6$得到a,b，利用余弦定理求出$\cos B$，进而得到$\sin B$，从而得到$b\sin B$的值.

【详解】（1）由$2ab\cos C=3c^2-2ab$，得$2ab\cdot\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=3c^2-2ab$，

即$a^2+b^2=4c^2-2ab$，所以$(a+b)^2=4c^2$，即$a+b=2c$，

所以c是a与b的等差中项.

（2）由$\sin B=2\sin A$，得$b=2a$.

若$c=3$，则由（1）可得$a+b=6$，所以$a=2$，$b=4$，

则$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{4+9-16}{2\times2\times3}=-\frac{1}{4}$，

因为$B\in(0,\pi)$，所以$\sin B=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{4}$.

故$b\sin B=4\times\frac{\sqrt{15}}{4}=\sqrt{15}$.

19．(1)证明见解析；

(2) $\frac{3\sqrt{105}}{35}$.

【分析】（1）根据给定条件，利用线面垂直的判定性质证得$EM\perp$平面PBC，再利用面面垂直的判定推理即得.

（2）以E为原点建立空间直角坐标系，求出平面EFN和平面PCD的法向量，再利用面面角的向量求法求解.

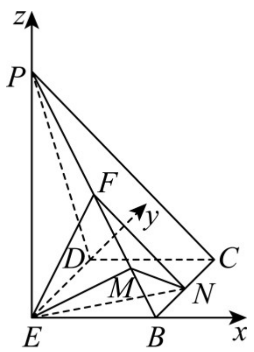
【详解】（1）依题意，由$PE\perp EB,PE\perp ED,EB\cap ED=E,EB,ED\subset$平面$EBCD$，得$PE\perp$平面$EBCD$，

而$BC\subset$平面$EBCD$，则$BC\perp PE$，而$BC\perp BE,PE\cap BE=E,PE,BE\subset$平面$PEB$，

于是$BC\perp$平面PEB，又$EM\subset$平面PEB，则$EM\perp BC$，而$EM\perp PB$，

$PB\cap BC=B,PB,BC\subset$平面PBC，因此$EM\perp$平面PBC，而$EM\subset$平面EMN，

所以平面$EMN\perp$平面PBC.



（2）由（1）知，直线EB,ED,DP两两垂直，以E为原点，直线EB,ED,DP分别为x,y,z建立空间直角坐标系，

由F是棱PB中点，得点F到平面$EBCD$的距离$h=\frac{1}{2}PE=1$，

由$V_{F-EBN}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}BE\cdot BN\cdot h=\frac{1}{6}BN=\frac{1}{12}$，解得$BN=\frac{1}{2}$，即$N$为$BC$的中点，

$E(0,0,0),B(1,0,0),C(1,1,0),D(0,1,0),P(0,0,2),F(\frac{1}{2},0,1),N(1,\frac{1}{2},0)$，

$\overrightarrow{EF}=(\frac{1}{2},0,1),\overrightarrow{EN}=(1,\frac{1}{2},0)$，$\overrightarrow{PC}=(1,1,-2),\overrightarrow{PD}=(0,1,-2)$，

设平面EFN的法向量$\vec{m}=(x,y,z)$，则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}x+z=0\\\vec{m}\cdot\overrightarrow{EN}=x+\frac{1}{2}y=0\end{cases}$，取$z=1$，得$\vec{m}=(-2,4,1)$，

高中数学参考答案

设平面PCD的法向量$\vec{n}=(a,b,c)$，则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{PC}=a+b-2c=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PD}=b-2c=0\end{cases}$，取$c=1$，得$\vec{n}=(0,2,1)$，

因此$\left|\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle\right|=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{9}{\sqrt{21}\times\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{105}}{35}$，

所以平面EFN和平面PCD的夹角的余弦值为$\frac{3\sqrt{105}}{35}$.

20．(1)$m=0.015$

(2)79.5

(3)分布列见解析，$\frac{9}{7}$

【分析】（1）利用所有小长方形的面积和为1可得答案；

（2）将每个矩形的中点乘以每个矩形的高再乘以10后相加可得平均数；

（3）求出X的可能取值及对应的概率可得分布列，再由期望公式计算可得答案.

【详解】（1）由题意知$(0.010+m+0.020+0.030+0.025)\times10=1$，解得$m=0.015$；

（2）估计这200名观众评分的平均数

$\bar{x}=55\times0.1+65\times0.15+75\times0.2+85\times0.3+95\times0.25=79.5$；

（3）$[60,70)$中的人数为$0.15\times200=30$人，$[70,80)$中的人数为$0.20\times200=40$人，

所以按照分层抽样的方法随机抽取的7人中，

评分在$[60,70)$的抽取$7\times\frac{30}{70}=3$（人），评分在$[70,80)$的抽取$70\times\frac{40}{70}=4$（人）．

被抽取到的3人中评分在$[60,70)$的人数X的可能取值为0，1，2，3．

$P(X=0)=\frac{C_4^3}{C_7^3}=\frac{4}{35},P(X=1)=\frac{C_3^1C_4^2}{C_7^3}=\frac{18}{35}$，

$P(X=2)=\frac{C_3^2C_4^1}{C_7^3}=\frac{12}{35},P(X=3)=\frac{C_3^3}{C_7^3}=\frac{1}{35}$．

所以X的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

期望$E(X)=0\times\frac{4}{35}+1\times\frac{18}{35}+2\times\frac{12}{35}+3\times\frac{1}{35}=\frac{9}{7}$．

21．(1)$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$；

(2)$S_{\triangle OMN}=12$.

【分析】（1）由渐近线方程，及点$P(4,-3)$在双曲线C上，可联立求得$a=2$，$b=\sqrt{3}$，，可得双曲线方程；

（2）由题意，写出直线l的方程，与双曲线联立，可求得$M(-2,0)$、$N(-14,-12)$，数形结合，可得$\triangle OMN$的面积．

【详解】（1）已知双曲线C的中心为坐标原点O，且焦点在x轴上，故其标准方程为

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$，

又其渐近线方程为$\sqrt{3}x+2y=0$，即$\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$①，

又点$P(4,-3)$在双曲线C上，代入得$\frac{16}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1$②，

联立①②，解得$a=2$，$b=\sqrt{3}$，

所以双曲线C的标准方程为$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$.

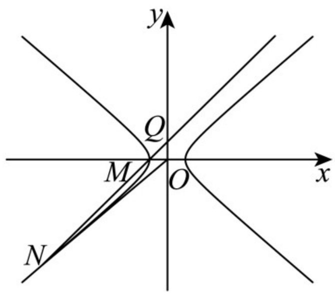
（2）直线l过点$Q(0,2)$且倾斜角为45°，故其方程为$y=x+2$，

高中数学参考答案

将其代入双曲线方程，联立得$\frac{x^2}{4}-\frac{(x+2)^2}{3}=1$，化简得$x^2+16x+28=0$，

解得$x_1=-2$和$x_2=-14$，代入直线l，求得$y_1=0$和$y_2=-12$，

即直线l与双曲线C的交点$M(-2,0)$、$N(-14,-12)$，



所以$S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}|OM||y_2|=\frac{1}{2}\times 2\times 12=12$.

22．(1)$y-1=0$

(2)证明见解析.

【分析】（1）根据导数的几何意义求导得切线斜率$f'(1)$，再确定切点纵坐标$f(1)$，从而得切线方程.

（2）构造函数$g(x)=\ln x+1-x,x\geq 1$求导确定单调性即可得$\ln x+1\leq x$，再设$h(x)=e^x-x,x\geq 1$，求导确定单调性，从而可得$h(x)\geq h(\ln x+1)$，结合指数与对数运算即可证得结论.

【详解】（1）函数$f(x)=e^x-ex+1$，求导得$f'(x)=e^x-e$，则$f'(1)=0$，又$f(1)=1$，

所以曲线$y=f(x)$在点$(1,f(1))$处的切线方程为$y-1=0$.

（2）设$g(x)=\ln x+1-x,x\geq 1$，求导得$g'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}\leq 0$，

函数$g(x)$在$[1,+\infty)$上单调递减，$g(x)\leq g(1)=0$恒成立，即$\ln x+1-x\leq 0$，因此

$1 \le \ln x+1 \le x$，

设$h(x)=\mathrm{e}^x-x, x \ge 1$，求导得$h'(x)=\mathrm{e}^x-1>0$，函数$h(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增，

则$h(x) \ge h(\ln x+1)$，则$\mathrm{e}^x-x \ge \mathrm{e}^{\ln x+1}-(\ln x+1)$，即$\mathrm{e}^x-x \ge \mathrm{e}x-\ln x-1$，

所以$\mathrm{e}^x-\mathrm{e}x+1 \ge x-\ln x$，即$f(x) \ge x-\ln x$.