《教师专业能力考核试题初中数学》参考答案及解析

题号	1	2	3	4	5	6	7	8		
答案	B	C	B	B	A	B	B	D		

1．B

【分析】根据无理数的定义（无理数是指无限不循环小数）得出即可．

【详解】解：A、-2 是有理数，不是无理数，故本选项不符合题意；

B、$\sqrt{3}$是无理数，故本选项符合题意；

C、$\frac{7}{3}$是有理数，不是无理数，故本选项不符合题意；

D．3.14 是有理数，不是无理数，故本选项不符合题意；

故选：B．

【点睛】本题主要考查了无理数的定义，其中初中范围内学习的无理数有：π，2π 等；开方开不尽的数；以及像 0.1010010001…，等有这样规律的数．

2．C

【分析】由图将展开图折叠即可判定.

【详解】A 选项，折叠起来不是正方体；

B 选项，折叠起来不是正方体；

C 选项，折叠起来是正方体；

D 选项，折叠起来不是正方体；

故答案为 C.

【点睛】此题主要考查对正方体的表面展开图的理解，熟练掌握，即可解题.

3．B

【分析】根据合并同类项，积的乘方，同底数幂乘法，平方差公式求解判断即可．

【详解】解：A、$a^2 \cdot a^4 = a^{2+4} = a^6$，计算错误，不符合题意；

B、$\left(-2a^2\right)^3 = -8a^6$，计算正确，符合题意；

C、$3x^2$与$4x^3$不是同类项，不能合并，不符合题意；

D、$\left(2+3x\right)\left(2-3x\right) = 4-9x^2$，计算错误，不符合题意；

故选B．

【点睛】本题主要考查了积的乘方，平方差公式，同底数幂乘法和合并同类项，熟知相关计算法则是解题的关键．

4．B

选项分析：

选项A：仅强调提高成绩和知识灌输，忽略了德育和素质教育的要求。

选项B：强调核心素养、德育与智育的协同发展，符合指导思想的要求。

选项C：忽略了情感态度和价值观的培养，不符合立德树人的要求。

选项D：强调教师主导，忽略了学生的主体地位，不符合素质教育的要求。

5．A

【分析】结合图形，乙的成绩波动比较小，则波动大的方差就小．

【详解】解：从图看出：乙选手的成绩波动较小，说明它的成绩较稳定，甲的波动较大，则其方差大.

故选A．

【点睛】本题考查方差的意义．方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

6．B

【分析】先根据等腰三角形的性质和三角形内角和定理计算出∠AOB，然后根据圆周角定理求解．

【详解】∵OA=OB，

$\therefore \angle OAB=\angle OBA=55^\circ$，

$\therefore \angle AOB=180^\circ-55^\circ-55^\circ=70^\circ$，

$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=35^\circ$．

故选：B．

【点睛】本题考查了等腰三角形的性质和三角形内角和定理以及圆周角定理，圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半．

7．B

【分析】根据上图可知正方形的边长为$a+b$，下图长方形的长为$a+b+b$，宽为b，并且它们的面积相等，由此可列出$(a+b)^2=b(a+b+b)$，解方程即可求得结论．

【详解】解：根据题意得：正方形的边长为 $a+b$，长方形的长为 $a+b+b$，宽为 b，

则（$a+b$）$^2=b(a+b+b)$，即 $a^2-b^2+ab=0$，

$\therefore \left(\frac{a}{b}\right)^2+\frac{a}{b}-1=0$，

解得：$\frac{a}{b}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$，

$\because \frac{a}{b}>0$，

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，

$\therefore$当 a=1 时，$b=\frac{2}{\sqrt{5}-1}=\frac{\sqrt{5}+1}{2}$，

故选：B．

【点睛】本题考查了图形的拼接、解一元二次方程、正方形的面积、长方形的面积，正确理解题意，找到隐含的数量关系列出方程是解答的关键．

8．D

【分析】本题主要考查了函数图象、求一次函数的解析式、一次函数的应用等知识点，掌握速度、时间和路程之间的关系及待定系数法求一次函数的关系式是解题的关键．

观察图象可知小明家到学校的距离可判定①；根据速度、路程、时间的关系求出小明步行的速度，根据图象求出小明家到图书馆的距离，即可判定②；理用待定系数法求得线段 AB 可判定③；同理可得线段 BC 得解析式，最后分别计算小明到达学校前与离开学校后距离学校 100 米时所用时间即可判定④．

【详解】解：由图象可知：小明家到学校的距离为 240 米，即①正确；

小明步行的速度是 $240\div6=40$（米/分），

小明家到图书馆的距离为 $240+480=720$（米），则小明从家到新华书店所用时间为 $720\div40=18$（分），即 $a=18$；故②正确；

设线段 AB 所表示的 y 与 x 之间的函数表达式为 $y=kx+b$（k、b 为常数，且 $k\neq0$）．

将坐标 $A(0,240), B(6,0)$ 分别代入 $y=kx+b$ 得：

得$\begin{cases} b=240 \\ 6k+b=0 \end{cases}$，解得$\begin{cases} k=-40 \\ b=240 \end{cases}$，

∴线段AB所表示的y与x之间的函数表达式为$y=-40x+240(0\le x\le 6)$，即③正确；

同理可得：线段BC所表示的y与x之间的函数表达式$y=40x-240(6<x\le 18)$，

当$0\le x\le 6$时，$240-40x=100$，解得$x=3.5$；

当$6<x\le 18$时，$40x-240=100$，解得$x=8.5$．

∴在3.5分钟和8.5分钟时，小明距离学校100米，即④正确．

综上，正确的有①②③④．

故选D．

9．数学素养、关键能力

10．四基

11．$k>\frac{25}{4}$

【分析】根据题意得$\Delta=(-5)^2-4k<0$，进行计算即可得．

【详解】解：∵一元二次方程$x^2-5x+k=0$没有实数根，

∴$\Delta=(-5)^2-4k<0$

$25-4k<0$

$k>\frac{25}{4}$

即k的取值范围为$k>\frac{25}{4}$，

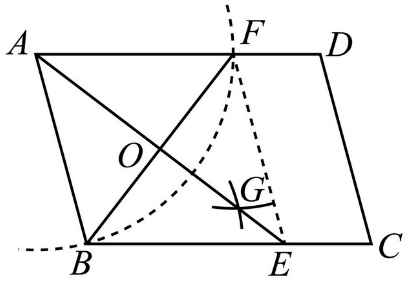
故答案为：$k>\frac{25}{4}$．

【点睛】本题考查了一元二次方程根的个数与根的判别式的关系，解题的关键是掌握一元二次方程根的个数与根的判别式的关系并正确的计算．

12．$2\sqrt{7}$

【分析】连接FE，设AE交BF于点O．证明四边形$ABEF$是菱形，得出$AE\perp BF$，根据勾股定理求出$AO=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$，最后求出结果即可．

【详解】解：如图，连接FE，设AE交BF于点O．



由作图可知：$AB=AF$，AE平分$\angle BAD$，

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AD\parallel BC$，

$\therefore \angle FAE=\angle AEB=\angle BAE$，

$\therefore AB=BE$，

$\therefore AF=BE$，

∵$AF\parallel BE$，

∴四边形$ABEF$是平行四边形，

∵$AB=AF$，

∴四边形$ABEF$是菱形，

$\therefore AE\perp BF$，

$\therefore AO=OE=\frac{1}{2}AE$，$BO=OF=3$，

在$\mathrm{Rt}\triangle AOB$中，$AO=\sqrt{AB^2-OB^2}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$，

$\therefore AE=2OA=2\sqrt{7}$．

故答案为：$2\sqrt{7}$．

【点睛】本题主要考查了菱形的判定和性质，平行四边形的性质，等腰三角形的判定，勾股定理，角平分线的基本作图，解题的关键是作出辅助线，熟练掌握基本的判定和性质．

13．$\frac{5}{3}\pi/\frac{5\pi}{3}$

【分析】本题考查的是弧长的计算，熟记弧长公式是解题点的关键．利用$l=\frac{n\pi r}{180}$计算即可．

【详解】解：重物上升的高度为：$l=\frac{n\pi r}{180}=\frac{100\pi\times 3}{180}=\frac{5}{3}\pi(\mathrm{cm})$．

故答案为：$\frac{5}{3}\pi$．

14．$\left(3\sqrt{3},6\right)$

【分析】先求出B、C的坐标得到$OB=OC=3$，则$\angle OCB=\angle OBC=45^{\circ}$，从而得到$\angle MCO=30^{\circ}$，设$CM$与$x$轴的交点为$N$，求出$N\left(\sqrt{3},0\right)$，进而求出直线$CM$的解析式为$y=\sqrt{3}x-3$，由此联立两函数解析式即可求出答案．

【详解】解：在$y=\frac{1}{3}x^{2}-3$，当$x=0$时，$y=-3$，当$y=\frac{1}{3}x^{2}-3=0$时，$x=\pm 3$

$\therefore A(-3,0)$，$B(3,0)$，$C(0,-3)$，

$\therefore OB=OC=3$，

$\because \angle BOC=90^{\circ}$，

$\therefore \angle OCB=\angle OBC=45^{\circ}$，

$\because \angle MCB=15^{\circ}$，

$\therefore \angle MCO=30^{\circ}$

设CM与x轴的交点为N，

$\therefore ON=\frac{\sqrt{3}}{3}OC=\sqrt{3}$，

$\therefore N\left(\sqrt{3},0\right)$，

设直线CM的解析式为$y=kx+b$，

$\therefore \begin{cases}\sqrt{3}k+b=0\\ b=-3\end{cases}$，

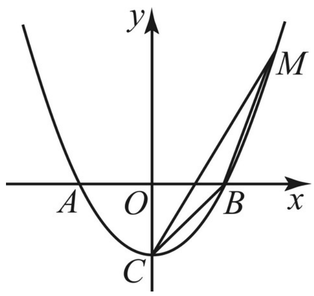
$\therefore \begin{cases}k=\sqrt{3}\\ b=-3\end{cases}$，

$\therefore$直线CM的解析式为$y=\sqrt{3}x-3$，

联立$\begin{cases}y=\sqrt{3}x-3\\ y=\frac{1}{3}x^2-3\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=0\\ y=-3\end{cases}$或$\begin{cases}x=3\sqrt{3}\\ y=6\end{cases}$，

$\therefore M\left(3\sqrt{3},6\right)$，

故答案为：$\left(3\sqrt{3},6\right)$．



【点睛】

本题主要考查了一次函数与二次函数综合，等腰直角三角形的性质与判定，勾股定理，含30度角的直角三角形的性质，正确求出点N的坐标是解题的关键．

15．(1)$-\sqrt{3}$

(2)$\frac{a^2}{a+b}$

【分析】（1）依次进行指数幂、去绝对值符号、代入三角函数值的计算，再计算零指数幂，最后依次进行计算即可；

（2）根据分式的基本性质先通分，变成同分母的分式，再根据分式的加减法法则，分母不变，分子相减即可．

【详解】（1）原式$=-1+2-\sqrt{3}-(\sqrt{3}-1)^0$，

$=1-\sqrt{3}-1$，

$=-\sqrt{3}$；

（2）原式$=\frac{(a+b)(a-b)}{a+b}+\frac{b^2}{a+b}$，

$=\frac{a^2-b^2+b^2}{a+b}$，

$=\frac{a^2}{a+b}$．

【点睛】本题考查了实数的混合运算、实数的运算顺序和有关运算法则、分式的运算、分式的通分和分式的加减法则的应用，解答本题的关键是熟练掌握并运用以上运算法则．

16．$x_1=-1+\sqrt{6}$，$x_2=-1-\sqrt{6}$

【分析】利用配方法即可求解．

【详解】

$x^2+2x-5=0$

$x^2+2x=5$

$x^2+2x+1=5+1$

$(x+1)^2=6$

$x+1=\pm\sqrt{6}$

$x=-1\pm\sqrt{6}$，

即：$x_1=-1+\sqrt{6}$，$x_2=-1-\sqrt{6}$．

【点睛】本题考查了解一元二次方程的知识，掌握因式分解法和配方法是解答本题的关键．

17．（1）40，详见解析；（2）$\frac{1}{2}$．

【分析】（1）根据 A 活动的人数及其百分比可得总人数，用总人数减去 A、C、D 的人数求出 B 活动的人数，用 B 项的人数除以总人数即可求出 B 项所占的百分比，从而补全统计图；

（2）列表得出所有等可能结果，再从中找到恰好抽到一名男生一名女生的结果数，继而根据概率公式计算可得．

【详解】解：（1）本次调查的学生总人数为 $6÷15\%=40$ 人，

B 项活动的人数为 $40-(6+4+14)=16$，

B 项所占的百分比是: $\frac{16}{40}\times 100\%=40\%$；

补全统计图如下：

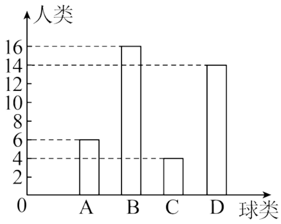


图1

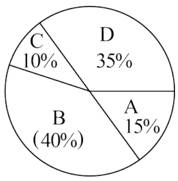


图2

故答案为：40；

（2）列表如下：

	男	男	男	女
男		（男，男）	（男，男）	（男，女）
男	（男，男）		（男，男）	（男，女）
男	（男，男）	（男，男）		（男，女）
女	（女，男）	（女，男）	（女，男）	

由表可知总共有 12 种结果，每种结果出现的可能性相同，其中恰好抽到一名男生和一名女

生的结果有 6 种，

所以抽到一名男生和一名女生的概率是 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$．也可画树状图

【点睛】本题考查了列表法与树状图法:利用列表法和树状图法展示所有可能的结果求出 n,再从中选符合事件 A 或 B 的结果数目 m,求出概率．

18．

【分析】（1）利用 SAS 直接证明；

（2）利用$\triangle ADF\cong\triangle BEF$和已知条件证明$DC=BE$，$DC//BE$即可推出四边形$BCDE$是平行四边形．

【详解】（1）证明：∵点F为边AB的中点，

$\therefore BF=AF$，

在$\triangle ADF$与$\triangle BEF$中，

$$\begin{cases}AF=BF\\ \angle AFD=\angle BFE\\ DF=EF\end{cases},$$

$\therefore \triangle ADF\cong\triangle BEF(\mathrm{SAS})$；

（2）证明：∵点D为边AC的中点，

$\therefore AD=DC$，

由（1）得$\triangle ADF\cong\triangle BEF$，

$\therefore AD=BE$，$\angle ADF=\angle BEF$，

$\therefore DC=BE$，$DC//BE$，

∴四边形$BCDE$是平行四边形．

【点睛】本题考查全等三角形的判定和性质以及平行四边形的判定方法，难度较小，根据所给条件正确选用平行四边形的判定方法是解题的关键．

19．16米

【分析】如图所示，过点B作$BG\perp AF$于G，过点 C 作$CH\perp AF$于H，证明四边形$BCHG$是矩形，得到$GH=BC=4$米，$BG=CH$，设$BG=CH=x$米，解$\mathrm{Rt}\triangle ABG$得到

$AG=\frac{3}{4}x$，解 $\mathrm{Rt}\triangle ACH$ 得到 $AH=x$，则 $GH=\frac{1}{4}x=4$，据此求解即可．

【详解】解：如图所示，过点 B 作 $BG\perp AF$ 于 G，过点 C 作 $CH\perp AF$ 于 H，

$\because AF\parallel BC$，

$\therefore BG\perp BC$，

$\therefore$ 四边形 $BCHG$ 是矩形，

$\therefore GH=BC=4$ 米，$BG=CH$，

设 $BG=CH=x$ 米，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABG$ 中，$\angle BGA=90^\circ$，$\angle BAG=53^\circ$，

$\therefore AG=\frac{BG}{\tan\angle BAG}=\frac{3}{4}x$；

在 $\mathrm{Rt}\triangle ACH$ 中，$\angle CHA=90^\circ$，$\angle CAH=45^\circ$，

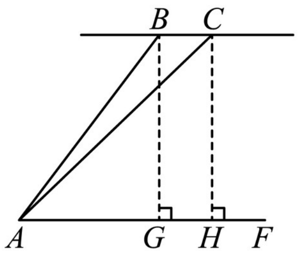
$\therefore AH=\frac{BG}{\tan\angle CAH}=x$，

$\therefore GH=AH-AG=\frac{1}{4}x=4$，

$\therefore x=16$，

$\therefore CH=16$ 米，

$\therefore$ 无人机距离水平地面的高度为 16 米．



【点睛】本题主要考查了解直角三角形的实际应用，矩形的性质和判定，正确作出辅助线构造直角三角形是解题的关键．

20．（1）$y=-2x^2+40x$；$(x\geq 6)$（2）当 AB 长为 10m 时，花圃面积最大，最大面积为 $200\mathrm{m}^2$．

【分析】设 AB 为 x，则 AD 为 $40-2x$，面积 y 为长乘以宽：$x(40-2x)$．注意墙长小于等于

28m，则$40-2x\le 28$得出$x\ge 6$

【详解】（1）根据题意得，$y=x$（$40-2x$）$=-2x^2+40x$，

即y与x的函数关系式是$y=-2x^2+40x$；$(x\ge 6)$

（2）$\because y=-2x^2+40x=-2$（$x-10$）$^2+200$，

该二次函数图像开口向下，

$\therefore$当$x=10$时，y有最大值，y的最大值为200，

即当AB长为$10m$时，花圃面积最大，最大面积为$200m^2$．

【点睛】本题考查二元一次方程在面积中的应用，注意x的取值范围要符合题目给出的限制范围，找到面积计算公式得出解析式是本题关键．

21．(1) BC与$\odot O$相切，理由见详解

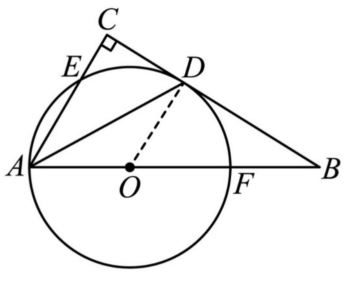
(2)4

【分析】（1）连接OD，根据角平分线与等腰三角形得到$\angle CAD=\angle BAD=\angle ODA$，再根据直角三角形两锐角互余即可得到证明；

（2）在$\mathrm{Rt}\Delta OBD$中根据勾股定理即可得到答案．

【详解】（1）解：BC与$\odot O$相切，理由如下，

证明：连接OD，



$\because AD$是$\angle BAC$的角平分线，

$\therefore \angle CAD=\angle BAD$，

$\because OA=OD$，

$\therefore \angle BAD=\angle ODA$，

$\therefore \angle CAD=\angle BAD=\angle ODA$，

$\because \angle C=90^\circ$，

$\therefore \angle CAD+\angle CDA=90^{\circ}$，

$\therefore \angle ODA+\angle CDA=90^{\circ}$，

$\therefore BC$ 与$\odot O$相切；

（2）解：在$\mathrm{Rt}\Delta OBD$ 中设半径为r，根据勾股定理可得，

$r^2+BD^2=(r+BF)^2$，

$\because BD=2\sqrt{5}$，$BF=2$，

$\therefore r^2+(2\sqrt{5})^2=(r+2)^2$，

解得$r=4$．

【点睛】本题考查切线的判定，勾股定理，解题的关键是作辅助线．

22．（1） 4，8 （2） 4

【详解】试题分析：（1）设MN与AC的交点为D，BC与MK的交点为G，根据旋转角是45°求出∠AMD=45°，然后根据同位角相等，两直线平行求出DM∥BC，从而判定DM是△ABC的中位线，然后求出DM=$\frac{1}{2}$BC，同理求出MG=$\frac{1}{2}$AC，判断出四边形DCGM是正方形，再根据正方形的性质求出面积即可；

（2）过点M作ME⊥AC于E，作MF⊥BC于F，可得四边形ECMF是正方形，根据正方形的性质可得ME=MF，再根据同角的余角相等求出∠DME=∠GMF，然后利用“角边角”证明△DME和△GMF全等，根据全等三角形面积相等可得△DME和△GMF的面积相等，然后求出阴影部分的面积等于正方形ECMF的面积，根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半求出ME，然后求解即可．

试题解析：（1）设MN与AC的交点为D，BC与MK的交点为G，∵旋转角是45°，∴∠AMD=45°，又∵△ABC是等腰直角三角形，∴∠B=45°，∴∠AMD=∠B=45°，∴DM∥BC，∵M是AB的中点，∴DM是△ABC的中位线，∴DM=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{1}{2}$×4=2，同理可得，MG=$\frac{1}{2}$AC=$\frac{1}{2}$×4=2，∴四边形DCGM是正方形，∴阴影部分的面积=2^2=4；周长为2×4=8

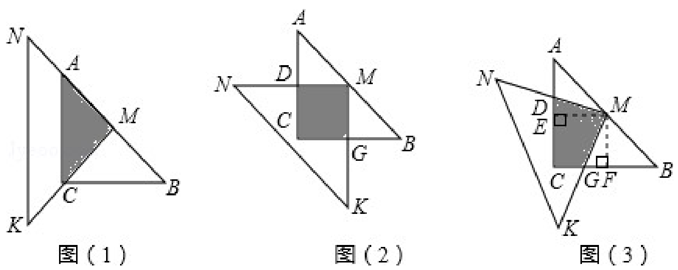
（2）如图，过点M作ME⊥AC于E，作MF⊥BC于F，∵M是等腰直角△ABC斜边AB

的中点，∴四边形ECMF是正方形，

∴ME=MF，∵∠DME+∠EMG=∠NMK=90°，∠GMF+∠EMG=∠EMF=90°，∴∠DME=∠GMF，在△DME和△GMF中，$\begin{cases}\angle DME=\angle GMF\\ ME=MF\\ \angle DEM=\angle GFM=90^\circ\end{cases}$，∴

△DME≌△GMF（ASA），∴ $S_{\triangle DME}=S_{\triangle GMF}$，∴阴影部分的面积=正方形ECMF的面积，

∵M是AB的中点，∴ME是△ABC的中位线，∴ME=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{1}{2}$×4=2，∴正方形ECMF的面积=2^2=4，∴阴影部分的面积=4．



考点：1．全等三角形的判定与性质；2．等腰直角三角形．