

# 喀什地区七五周期教师专业能力考核试题

## 数学

### 一、单选题 (每小题 5 分, 共 40 分)

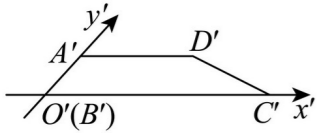
1. 已知复数  $z = \frac{-1+3i}{2+i}$ , 则  $|z| = i$  ( )

- A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{5}$       D.  $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

2. 若集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$ ,  $B = \{x \mid x+1 \in A\}$ , 则  $A \cap B = i$  ( )

- A.  $\{1, 3, 4\}$       B.  $\{2, 3, 4\}$       C.  $\{1, 2, 3, 4\}$       D.  $\{0, 1, 2, 3, 4, 9\}$

3. 如图, 这是水平放置的四边形, 按照斜二测画法画出的直观图  $A'B'C'D'$ , 其中  $A'D' = 2$ ,  $B'C' = 4$ ,  $A'B' = 1$ , 则四边形  $ABCD$  的周长是 ( )



- A. 8      B.  $7 + \sqrt{5}$       C.  $8 + 2\sqrt{2}$       D.  $7 + 2\sqrt{2}$

4. 已知  $2 < a \leq 4$ ,  $-1 < b \leq 0$ , 则  $2a - b$  的取值范围 ( )

- A.  $[4, 9)$       B.  $(4, 9)$       C.  $(5, 8]$       D.  $(5, 8)$

5. 设向量  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  满足  $5(\vec{a} - 2\vec{b}) - 4(\vec{b} + 3\vec{a}) - \vec{c} = \vec{0}$ , 则  $\vec{c} = i$  ( )

- A.  $-\vec{a} + 22\vec{b}$       B.  $7\vec{a} + 14\vec{b}$       C.  $\vec{a} - 22\vec{b}$       D.  $-7\vec{a} - 14\vec{b}$

6. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差  $d > 0$ ,  $a_5 = 3a_2$ , 则  $a_1 + \frac{1}{d}$  的最小值为 ( )

- A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{3}$       D. 2

7. 在电影《哪吒之魔童闹海》宣传海报中, 哪吒、敖丙、太乙真人、申公豹、鹿童五个主人公站成一排, 其中哪吒和敖丙必须相邻, 且太乙真人和申公豹不能相邻, 那么共有多少种不同的站法 ( )

- A. 18      B. 12      C. 28      D. 24

8. 函数  $y = 3x - 2$  的零点是 ( )

- A. -2      B.  $(0, -2)$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $(\frac{2}{3}, 0)$

### 二、多选题 (每小题 6 分, 共 18 分)

9. 已知角  $\alpha$  的终边经过点  $P(-3, 4)$ , 则 ( )

- A.  $\cos \alpha = \frac{-3}{5}$       B.  $\tan \alpha = \frac{-3}{4}$       C.  $\cos(\alpha + \pi) = \frac{4}{5}$       D.  $\sin(\alpha - \frac{\pi}{2}) = \frac{3}{5}$

10. 已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点为  $F(4, 0)$  点  $A, B$  在  $C$  上, 且弦  $AB$  的中点到直线  $x = -2$  的距离为 5,

则 ( )

- A.  $p = 16$       B. 线段  $AB$  的长为定值  
C.  $A, B$  两点到  $C$  的准线的距离之和为 14      D.  $|AF| \cdot |BF|$  的最大值为 49

11. 若二次函数  $y = x^2 - 2x + m$  的一个零点恰落在  $(-1, 0)$  内, 则实数  $m$  的值可以是 ( )

- A. -3      B. -2      C. -1      D. 1

### 三、填空题 (每小题 5 分, 共 15 分)

12. 已知  $\triangle ABC$  是边长为 2 的正三角形,  $O, D$  分别为边  $AB, BC$  的中点, 则若  $\vec{OC} = x\vec{AB} + y\vec{AD}$ , 则  $x + y = i$  \_\_\_\_\_.

13. 若  $3\sin \alpha - \sin \beta = \sqrt{10}$ ,  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ , 则  $\sin \alpha = i$  \_\_\_\_\_,  $\cos 2\beta = i$  \_\_\_\_\_.

14. 已知抛物线  $y^2 = 4x$ , 过焦点  $F$  的直线与抛物线交于  $A, B$  两点, 过  $A, B$  分别作  $y$  轴的垂线, 垂足分别为  $C, D$ , 则  $|AC| + |BD|$  的最小值为 \_\_\_\_\_.

### 四、解答题

15. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $a = \sqrt{3}, b = 1, c = \sqrt{7}$ .

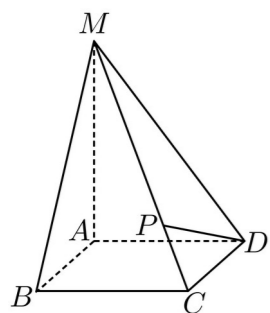
(1) 求角  $C$  的大小;

(2) 求  $\sin(A + C)$  的值.

16. 设  $a_1=1, a_{n+1}=\sqrt{a_n^2-2a_n+2+b}$  ( $n$  为正整数). 若  $b=1$ , 求  $a_2, a_3$  及数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

17. 如图所示,  $MA \perp$  平面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  是边长为 1 的正方形,  $MA=2AB$ ,  $P$  是  $MC$  上一点, 且

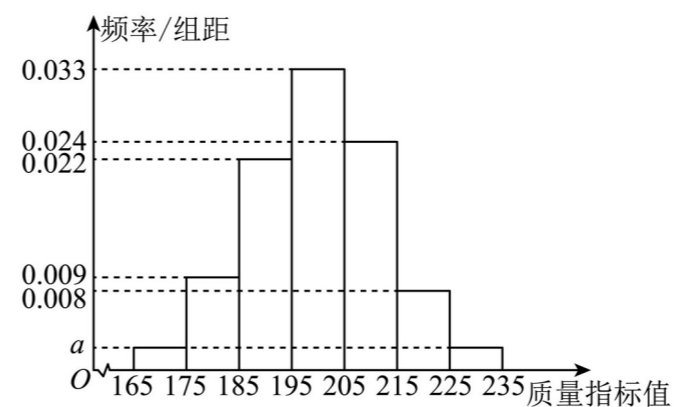
$$\vec{CP} = \frac{1}{5} \vec{CM}.$$



(1) 建立适当的坐标系并求点  $P$  的坐标;

(2) 求证:  $MB \perp DP$ .

18. 公司检测一批产品的质量情况, 共计 1000 件, 将其质量指标值统计如下所示.



(1) 求  $a$  的值以及这批产品质量指标的平均值  $\bar{x}$ ,

(2) 若按照分层抽样的方法在质量指标值为  $[185, 205]$  的产品中随机抽取 5 件再从这 5 件中任取 3 件, 求至少有 2 件产品的质量指标在  $[195, 205]$  的概率.

19. 函数  $f(x) = \ln x - 2x$

(1) 求  $y=f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程.

(2) 求  $f(x)$  的单调区间.

