

(高中数学)

(满分 150 分时间 120 分钟)

【说明】

1. 遵守考场纪律，杜绝违纪行为，确保考试公正；
2. 请严格按照规定在试卷上填写自己所在的县市、学校、姓名及准考证编号；
3. 监考人员宣布考试开始后后方可答题；
4. 监考人员宣布考试结束时，请将试题、答题纸和草稿纸放在桌上，待监考人员收取并清点完毕后方可离开考场。

样本数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的标准差 $s = \sqrt{\frac{1}{n} [(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}$

其中 \bar{x} 为样本平均数

柱体体积公式 $V = Sh$ ，其中 S 为底面面积， h 为高
台体体积公式 $V = \frac{1}{3}(S' + \sqrt{S'S} + S)h$ 。

其中 S', S 分别为上、下底面面积， h 为高

锥体体积公式 $V = \frac{1}{3}Sh$ ，其中 S 为底面面积， h 为高

球的表面积公式 $S = 4\pi R^2$ ，球的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ，其中 R 为球的半径

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共计 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。)

1. 高中数学课程目标中, 要求学生获得进一步学习以及未来发展所必需的“四基”, “四基”是指 ()

- A. 基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验
- B. 基础知识、基本方法、基本思想、基本活动经验
- C. 基础知识、基本技能、基本运算、基本活动经验
- D. 基础知识、基本技能、基本思想、基本解题能力

2. 高中数学课程分为必修课程、选择性必修课程和选修课程, 其中必修课程是 ()

- A. 为学生确定发展方向提供引导
- B. 整个高中数学课程的基础
- C. 为学生展示数学才能提供平台
- D. 为学生在某一领域的深入学习打基础

3. 命题“ $\exists x > 1, x^2 - x > 0$ ”的否定为 ()

- A. $\exists x > 1, x^2 - x \leq 0$
- B. $\forall x > 1, x^2 - x \leq 0$
- C. $\exists x \leq 1, x^2 - x > 0$
- D. $\forall x \leq 1, x^2 - x > 0$

4. 已知复数 $z = 1 + i$, 则 $z \cdot \bar{z} =$ ()

- A. 1
- B. $\sqrt{2}$
- C. 2
- D. $\pm\sqrt{2}$

5. $\log_3 18 - \log_3 2 =$ ()

- A. 4
- B. $2\log_3 2$
- C. $\log_3 2$
- D. 2

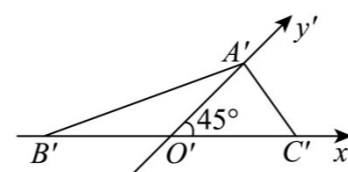
6. $\sin^2 \frac{5\pi}{12} - \cos^2 \frac{5\pi}{12} =$ ()

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- C. $-\frac{1}{2}$
- D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 函数 $y = \tan(\frac{4}{\pi}x - \frac{1}{3})$ 的最小正周期为 ()

- A. 4
- B. $\frac{\pi^2}{2}$
- C. 8
- D. $\frac{\pi^2}{4}$

8. 用斜二测画法画水平放置的 $\triangle ABC$, 其直观图 $\triangle A'B'C'$ 如图所示, 其中 $B'O' = C'O' = 2, A'O' = \sqrt{3}$, 则原 $\triangle ABC$ 的周长为 ()



- A. $2\sqrt{3}$
- B. $4\sqrt{3}$
- C. 10
- D. 12

二、多项选择题: 本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对得 6 分, 选对但不全的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 在 $\triangle ABC$ 中, 下列说法正确的是

- A. 若 $A > B > C$, 则 $\sin A > \sin B > \sin C$
- B. 若 $A > B > C$, 则 $\sin 2A > \sin 2B > \sin 2C$
- C. 若 $A > B > C$, 则 $\cos A < \cos B < \cos C$
- D. 若 $A > B > C$, 则 $\cos 2A < \cos 2B < \cos 2C$

10. z_1, z_2 是复数, 下列说法正确的是

A. 若 $z_1^2 < 0$, 则 z_1 是纯虚数

B. 若 $|z_1| = |z_2|$, 则 $z_1^2 = z_2^2$

C. 若 z_1, z_2 互为共轭虚数, 则 z_1, z_2 在复平面内对应的点关于实轴对称

D. 若 $z_1^2 - z_2^2 > 0$, 则 $z_1^2 > z_2^2$

11. 已知 P 是边长为 1 的正六边形 $ABCDEF$ 内一点 (含边界), 且 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \lambda \overrightarrow{AF}$, $\lambda \in R$, 则下列正确的是

A. $\triangle PCD$ 的面积为定值

B. $\exists \lambda$ 使得 $|\overrightarrow{PC}| > |\overrightarrow{PA}|$

C. $\angle CPD$ 的取值范围是 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$

D. $|\overrightarrow{PC}|$ 的取值范围是 $[1, \sqrt{3}]$

第II卷 (非选择题 92分)

三、填空题 (本题共 3 个小题, 每小题 5 分, 共 15 分. 请将答案填在题中横线上.)

12. 设向量 a, b 满足 $|a|=4, |b|=9, \langle a, b \rangle = \frac{\pi}{6}$, 则 $a \cdot (a-b) =$ _____.

13. 若 $f(x) = ax + \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$ 为偶函数, 则实数 $a =$ _____.

14. 学业质量是学生在完成相应课程模块学习后的表现, 学业质量标准是以 _____ 为主要维度, 结合课程内容, 对学生学业成就表现的总体刻画.

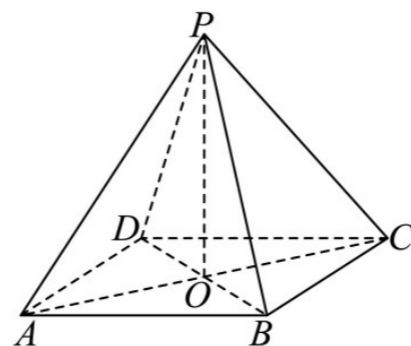
四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 13 分) 某校为了增强学生的身体素质, 积极开展体育锻炼, 并给学生的锻炼情况进行测评打分. 现从中随机选出 100 名学生的成绩 (满分为 100 分), 按分数分为 $[40, 50)$, $[50, 60)$, $[60, 70)$, $[70, 80)$, $[80, 90)$, $[90, 100]$, 共 6 组, 得到如图所示的频率分布直方图.

(1) 求 m 的值, 并求这 100 名学生成绩的平均数和中位数 (保留一位小数).

(2) 现采用分层抽样的方式从 $[50, 60)$ 和 $[70, 80)$ 的学生中抽取 6 名学生参加运动交流会, 大会上需要从这 6 名学生中随机抽取 2 名学生进行经验交流发言, 求抽取的 2 名发言者分数差大于 10 分的概率.

16. 底面为菱形的四棱锥 $P-ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , 平面 $PBD \perp$ 平面 $ABCD$, 平面 $PAC \perp$ 平面 $ABCD$.



(1) 证明: $PO \perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 若 $OA = 2OD = 2$, 直线 DC 与平面 PBC 所成角的正弦值为 $\frac{4\sqrt{5}}{15}$, 求平面 PAC 与平面 PBC 夹角的余弦值.

17. (15 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A, B, C 满足: A 在 x 轴的正半轴上, C 的横坐标是 $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$, $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = 1$,

$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \frac{\sqrt{5}}{5}$. 记 $\angle AOB = \alpha$, $\angle AOC = \beta$, α 是锐角, β 是钝角.

(1) 求 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值;

(2) 求 $\beta - 2\alpha$ 的值.

18. (本小题满分 17 分)

已知函数 $f(x) = 2\sqrt{3} \sin(\pi - x) \cos x + 2 \cos^2 x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及单调递增区间.

(2) 若 $x \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$, 求函数 $f(x)$ 的值域.

(3) 若函数 $g(x) = f(x) - 1$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, m\right]$ 上有且仅有两个零点, 则求 m 的取值范围.

19、论述题（17分）论述高中数学课程标准中对数学文化的要求，并举例说明如何在教学中融入数学文化。