喀什地区2025年度教师业务考核卷

高中数学答案分析

一、单选题

1．【答案】C

【知识点】交并补混合运算

【详解】分析：由题意首先进行并集运算，然后进行交集运算即可求得最终结果.

详解：由并集的定义可得：$A\cup B=\{-1,0,1,2,3,4\}$，

结合交集的定义可知：$(A\cup B)\cap C=\{-1,0,1\}$.

本题选择C选项.

点睛：本题主要考查并集运算、交集运算等知识，意在考查学生的计算求解能力.

2．【答案】D

【知识点】求复数的模、复数的乘除和乘方

【详解】分析：先根据复数除法得z，再根据复数的模求结果.

详解：因为$(1+i)z=3+i$，所以$z=\frac{3+i}{1+i}=\frac{1}{2}(3+i)(1-i)=2-i$，

因此$|z|=\sqrt{5},$

选D.

3．【答案】A

【知识点】特称命题的否定及其真假判断

【分析】根据存在量词命题的否定求解即可.

【详解】命题“$\exists x>0,x^2-x>0$”的否定是：$\forall x>0,x^2-x\le 0$.

故选：A.

4．【答案】A

【知识点】由向量共线（平行）求参数

【分析】先根据坐标计算$2a-b$，再根据平行的坐标运算公式计算求参.

【详解】因为$a=(1,3),b=(m,4)$，所以$2a-b=(2-m,2)$，

又因为$b//(2a-b)$，所以$2m=8-4m$,所以$m=\frac{4}{3}$.

故选：A.

5．【答案】A

【知识点】比较指数幂的大小、已知角或角的范围确定三角函数式的符号、比较对数式的大小

【分析】根据对数函数的单调性得$\frac{1}{2}<a<1$，根据2弧度所在象限，得$b<0$，根据指数幂运算得$c=4$，由此即可求解.

【详解】$a=\frac{1}{\log_2 e}=\ln 2$，因为$\frac{1}{2}=\ln\sqrt{e}<\ln 2<\ln e=1$，所以$\frac{1}{2}<a<1$，

因为$\frac{\pi}{2}<2<\pi$，所以$b=\cos 2<0$，

$c=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=\left(2^{-1}\right)^{-2}=2^2=4$，

所以$c>a>b$.

故选：A

6．【答案】C

【知识点】函数图像的识别、指数、对数、幂函数模型的增长差异

【分析】求函数的定义域，结合幂函数和指数函数的增长速度的不同可得$x\to+\infty$时，$y\to 0$，证明$x<0$时，$y>0$，由此判断正确选项.

【详解】函数$f(x)=\frac{x^3}{3^x-1}$的定义域为$\{x|x\neq 0\}$，

当$x<0$时，$x^3<0$，$3^x<1$，所以$f(x)>0$，

当$x>0$时，$3^x-1>0$，$x^3>0$，

随x的增大，$y=3^x-1$的增长速度会越来越快，会超过并远远大于大于$y=3^x$的增长速

度，

故当$x \to +\infty$时，$y \to 0$.

由于ABD不满足以上条件，故函数$f(x)=\dfrac{x^3}{3^x-1}$的图象大致为C.

故选：C.

7．【答案】B

【知识点】已知正（余）弦求余（正）弦、用和、差角的余弦公式化简、求值

【分析】

根据同角三角函数基本关系及两角和余弦公式求解即可.

【详解】因为角α是第一象限角，$\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$，

所以$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\dfrac{4}{5}$，

所以$\cos\left(\alpha+\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos\alpha\cos\dfrac{\pi}{3}-\sin\alpha\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3-4\sqrt{3}}{10}$.

故选：B

8．【答案】C

【知识点】等差数列通项公式的基本量计算、利用等差数列的性质计算

【分析】利用等差数列性质可得公差$d=\dfrac{2}{3}$，由通项公式代入$a_n=33$可求得$n=50$.

【详解】由等差数列性质可知$a_2+a_5+a_8=3a_5=9$，可得$a_5=3$，

设数列$\{a_n\}$的公差为d，则$a_5=a_1+4d=\dfrac{1}{3}+4d=3$，解得$d=\dfrac{2}{3}$；

所以$a_n=a_1+(n-1)d=33$，即$\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{3}(n-1)=33$，解得$n=50$.

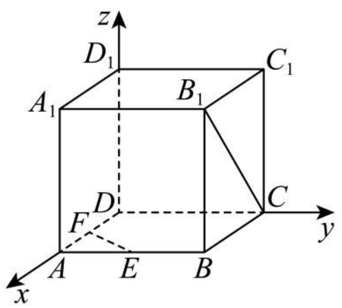
故选：C

9．【答案】C

【知识点】异面直线夹角的向量求法

【分析】根据已知条件建立空间直角坐标系，利用空间向量求异面直线所成角.

【详解】



以D为坐标原点，DA为x轴，DC为y轴，DD_1为z轴，建立空间直角坐标系，

设正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$棱长为2，则$E(2,1,0)$，$F(1,0,0)$，$B_1(2,2,2)$，

$C(0,2,0)$，$\overrightarrow{B_1C}=(-2,0,-2)$，$\overrightarrow{EF}=(-1,-1,0)$，

设异面直线B_1C与EF所成的角为θ，$\theta\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right]$，

则$\cos\theta=\frac{\left|\overrightarrow{B_1C}\cdot\overrightarrow{EF}\right|}{\left|\overrightarrow{B_1C}\right|\cdot\left|\overrightarrow{EF}\right|}=\frac{2}{\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$,所以$\theta=60^\circ$.

故选：C

10．【答案】C

【知识点】描述正（余）弦型函数图象的变换过程

【分析】借助平移变换的性质计算即可得.

【详解】由$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\sin 2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)$，

故想要得到函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$的图象，

只需要把函数$y=\sin 2x$的图象上所有点向左平移$\frac{\pi}{8}$个单位长度.

故选：C.

11．【答案】B

【知识点】基本不等式“1”的妙用求最值

【分析】将代数式$x+y$与$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$相乘，展开后利用基本不等式可求得$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值.

【详解】因为正数x、y满足$x+y=1$，

则$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=2+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq 2+2\sqrt{\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}}=4$，

当且仅当$\begin{cases}\frac{x}{y}=\frac{y}{x}\\ x+y=1\\ x>0,y>0\end{cases}$时，即当$x=y=\frac{1}{2}$时，等号成立，

因此，$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$的最小值为4.

故选：B.

12．【答案】D

【知识点】求双曲线的离心率或离心率的取值范围

【详解】因为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$的一条渐近线经过点（3，-4），

$\therefore 3b=4a,\therefore 9(c^2-a^2)=16a^2,\therefore e=\frac{c}{a}=\frac{5}{3}$

故选D.

考点：双曲线的简单性质

13．【答案】C

【知识点】由频率分布直方图估计平均数

【分析】根据频率分布直方图中平均数的计算公式求解即可.

【详解】由频率分布直方图中平均数的计算公式，可得该班数学测试的平均成绩：

$\bar{x}=(85\times 0.01+95\times 0.06+105\times 0.03)\times 10=97$.

故选：C.

14．【答案】C

【知识点】计算古典概型问题的概率

【分析】列出所有可能结果，再由古典概型的概率公式计算可得.

【详解】从集合$\{1,2,3,4,5\}$中任取两个数所有可能结果有$(1,2)$、$(1,3)$、$(1,4)$、$(1,5)$、$(2,3)$、$(2,4)$、$(2,5)$、$(3,4)$、$(3,5)$、$(4,5)$共10个

其中满足两个数的和不小于5的有$(1,4)$、$(1,5)$、$(2,3)$、$(2,4)$、$(2,5)$、$(3,4)$、$(3,5)$、$(4,5)$共8个，

所以这两个数的和不小于5的概率$P=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$.

故选：C

15．【答案】C

【知识点】球的表面积的有关计算、多面体与球体内切外接问题

【分析】由条件结合球的表面积公式求球的半径，根据关系长方体体对角线等于其外接球的直径列方程求a.

【详解】设长方体的外接球的半径为R，

由已知$4\pi R^2=36\pi$，所以$R=3$，

又棱长分别为2，4，a的长方体的体对角线长为$\sqrt{2^2+4^2+a^2}=\sqrt{20+a^2}$，

长方体体对角线等于其外接球的直径，

所以$\sqrt{20+a^2}=6$，

所以$a=4$.

故选：C.

16．【答案】D

【知识点】正弦定理边角互化的应用

【分析】由$A:B:C=1:1:4$及三角形内角和定理求得A,B,C，再利用正弦定理得解.

【详解】设 $A=x$，则 $B=x,C=4x$，所以 $x+x+4x=180^{\circ}$，解得 $x=30^{\circ}$，

则 $A=30^{\circ},B=30^{\circ},C=120^{\circ}$，

则 $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=\sin 30^{\circ}:\sin 30^{\circ}:\sin 120^{\circ}=1:1:\sqrt{3}$，

故选:D.

第II卷（非选择题）

二、填空题

17．【答案】8

【知识点】抽样比、样本总量、各层总数、总体容量的计算

【详解】由分层抽样的概念可得：抽到的女运动员人数为 $18\times\frac{36}{36+45}=8$ 人.

18．答案】$\frac{4\pi}{3}$

【知识点】多面体与球体内切外接问题

【详解】∵正四棱柱的底面边长为1，侧棱长为 $\sqrt{2}$，∴正四棱柱体对角线的长为

$\sqrt{1+1+2}=2$，又∵正四棱柱的顶点在同一球面上，∴正四棱柱体对角线恰好是球的一条

直径，得球半径 $R=1$，根据球的体积公式，得此球的体积为 $V=\frac{4}{3}\pi R^{3}=\frac{4}{3}\pi$，故答案

为 $\frac{4\pi}{3}$.

19．【答案】3

【知识点】由终边或终边上的点求三角函数值、正、余弦齐次式的计算、三角函数的化简、求值——诱导公式

【详解】$\frac{2\sin(\pi-\alpha)-\cos(\pi+\alpha)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=\frac{2\sin\alpha+\cos\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha}=\frac{2\tan\alpha+1}{1+\tan\alpha}$，

因为角 α 终边上一点 $P(1,-2)$，所以 $\tan\alpha=-2$，则 $\frac{2\tan\alpha+1}{1+\tan\alpha}=\frac{-4+1}{1-2}=3$，

所以$\dfrac{2\sin(\pi-\alpha)-\cos(\pi+\alpha)}{\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right)+\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)}=3$

故答案为：3

20．【答案】3

【知识点】已知直线平行求参数

【详解】因为直线$ax+2y+3a=0$和$3x+(a-1)y+7-a=0$平行，

所以$a(a-1)-2\times3=0$，

解得$a=3$或$a=-2$，

当$a=-2$时，直线重合，舍去

故答案为$a=3$

三、解答题

21．【答案】(1)an＝2n+1

(2)Tn＝$\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$

【知识点】等差数列通项公式的基本量计算、求等差数列前n项和、等比中项的应用、裂项相消法求和

【详解】（1）由题意得：$a_4^2=a_1\cdot a_{13}$，设公差为$d(d\neq0)$，

所以（3+3d）2＝3（3+12d），解得d＝0（舍）或2，

所以an＝3+2（n﹣1）＝2n+1．

（2）由于（1）得an＝2n+1，则$S_n=\dfrac{n(2n+4)}{2}$＝n2+2n，

所以$\dfrac{1}{S_n}=\dfrac{1}{n(n+2)}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})$．

所以Tn＝$\dfrac{1}{2}(1-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}+\cdots+\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n+1}+\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+2})$

$=\dfrac{1}{2}(1+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+1}-\dfrac{1}{n+2})=\dfrac{3}{4}-\dfrac{2n+3}{2(n+1)(n+2)}$．

22．【答案】(1)60°

(2) $b=\sqrt{2}$

【知识点】正弦定理解三角形、余弦定理解三角形

【详解】（1）因为 $c^2-ab=(a-b)^2$ ，$c^2-ab=a^2-2ab+b^2$ ，$ab=a^2+b^2-c^2$ ，

所以 $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\dfrac{1}{2}$ ．

因为 $0^\circ<C<180^\circ$ ，所以 $C=60^\circ$ ．

（2）因为 $B=180^\circ-A-C=180^\circ-75^\circ-60^\circ=45^\circ$ ，

由正弦定理得 $\dfrac{b}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$ ，$\dfrac{b}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=1$ ，$b=\sqrt{2}$ ．

23．【答案】(1) $\dfrac{16}{3}$ ；

(2)证明见解析；

(3)证明见解析

【知识点】线面垂直证明线线垂直、证明线面平行、锥体体积的有关计算

【详解】（1）因 $PA\perp$ 底面 $ABCD$ ，则 PA 为四棱锥 $P-ABCD$ 的高，

因 $PA=4$ ，正方形的边长为 2 ，

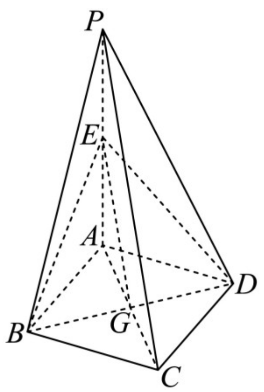
则四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 $\dfrac{1}{3}S_{\text{正方形}ABCD}\cdot PA=\dfrac{1}{3}\times 2^2\times 4=\dfrac{16}{3}$ ；

（2）连接 AC ，且 $AC\cap BD=G$ ，连接 EG ，

因四边形 $ABCD$ 为正方形，则 G 为线段 AC 的中点，

又 E 为侧棱 PA 的中点，则 EG 为 $\triangle PAC$ 的中位线，则 $EG//PC$ ，

因 $PC\not\subset$ 平面 BDE ，$EG\subset$ 平面 BDE ，则 $PC//$ 平面 BDE ；



（3）因四边形$ABCD$为正方形，则$BD\perp AC$，

又$PA\perp$平面$ABCD$，$BD\subset$平面$ABCD$，则$PA\perp BD$，

因$PA\cap AC=A$，$PA\subset$平面PAC，$AC\subset$平面PAC，则$BD\perp$平面PAC，

又$PC\subset$平面PAC，则$BD\perp PC$.

另一解（空间向量法）：

因为$PA\perp$底面 ABCD，底面 ABCD 是正方形，所以可以以 A 为原点，分别以 AB，AD，AP 所在直线为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系。

则答点坐标为: A(0,0,0), B(2,0,0), C(2,2,0), D(0,2,0), P(0,0,4), E (0 0 2)

（2）证明 PC //平面 BDE

求商量 $\overrightarrow{PC}=(2,2,-4)$，$\overrightarrow{DE}=(0,-2,2)$，$\overrightarrow{DB}=(2,-2,0)$。

设平面 BDE 的法向量为 n=(x,y,z)，则$\begin{cases}\vec{n}\bullet\overrightarrow{DE}=0\Rightarrow -2y+2z=0\\ \vec{n}\bullet\overrightarrow{DB}=0\Rightarrow 2x-2y=0\end{cases}$

令 y=1 则 x=1,z=1 则$\vec{n}=(1,1,1)$

$\because \vec{n}\bullet\overrightarrow{PC}=1\times2+1\times2+1\times(-4)=0\Rightarrow \vec{n}\perp\overrightarrow{PC}$

$\therefore \vec{n}\perp$平面BDE；PC$\not\subset$平面BDE

所以 PC //平面 BDE

（3）$\because \overrightarrow{PC}=(2,2,-4);\overrightarrow{BD}=(-2,2,0)$

计算 $PC \bullet BD = 2\times(-2)+2\times2+(-4)\times0=0 \Rightarrow PC\perp BD$

24．【答案】(1) $a=0.02$ ，$b=0.04$

(2) 19.3

(3) $\frac{7}{10}$

【知识点】补全频率分布直方图、由频率分布直方图计算频率、频数、样本容量、总体容量、计算古典概型问题的概率、总体百分位数的估计

【详解】（1）由已知得 $(a+0.06+0.07+b+0.01)\times5=1$ ，

所以 $a+b=0.06$ ，又因为 $b=2a$ ，

所以 $a=0.02$ ，$b=0.04$.

（2）由于样本在 $[5,15]$ 的频率为 $(0.02+0.06)\times5=0.4$ ，在 $[5,20]$ 的频率为

$(0.02+0.06+0.07)\times5=0.75$ ，

所以这 100 名员工月销售额的第 70 百分位数为 $15+5\times\frac{0.7-0.4}{0.07\times5}\approx19.3$.

（3）月销售额在 $[25,30]$ 这一组的人数为 $100\times0.01\times5=5$.

其中男职工 3 人，记为 A，B，C，女职工 2 人，记为 a，b，

从中随机抽取 2 人，基本事件有 AB，AC，Aa，Ab，BC，Ba，Bb，Ca，Cb，ab，共 10 个，其中，事件“至少有一名女职工”包含的基本事件有 Aa，Ab，Ba，Bb，Ca，Cb，ab，共 7 个，所以，所抽取的 2 人中至少有一名女职工的概率为 $\frac{7}{10}$.

或者：$P=\frac{C_2^1C_3^1+C_2^2C_3^0}{C_5^2}=\frac{7}{10}$

25．【答案】(1) $y^2=4x$

(2) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【知识点】根据抛物线上的点求标准方程、抛物线中的三角形或四边形面积问题

【详解】（1）因为抛物线 $C: y^2 = 2px$ 过点 $M(1,2)$ ，

所以 $2^2 = 2p \times 1 \Rightarrow p = 2$ ，

所以抛物线 $C: y^2 = 4x$ ；

（2）由题意知：直线的斜率 $k = \tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ ，$F(1,0)$ ，

所以直线方程为：$y - 0 = \sqrt{3}(x - 1)$ ，

联立直线与抛物线：$\begin{cases} y = \sqrt{3}(x-1) \\ y^2 = 4x \end{cases}$ 消 y 得：$3x^2 - 10x + 3 = 0$ ，$\Delta > 0$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ ，则 $x_1 + x_2 = \frac{10}{3}, x_1x_2 = 1$ ，

则 $|AB| = \sqrt{1+k^2} \cdot \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2} = \frac{16}{3}$ ，

点 $O(0,0)$ 到直线 $\sqrt{3}x - y - \sqrt{3} = 0$ 的距离 $d = \frac{\left|0 - 0 - \sqrt{3}\right|}{\sqrt{3+1}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

所以 $S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2}|AB|d = \frac{1}{2} \times \frac{16}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

26．【答案】(1) $f(x)$ 的单调递增区间为 $(1, +\infty)$ ，单调递减区间为 $(0,1)$

(2) $a \geq \frac{1}{e}$

【知识点】用导数判断或证明已知函数的单调性、由导数求函数的最值（不含参）、利用导数研究不等式恒成立问题

【分析】（1）求出函数的导数，利用导数求函数的单调区间；

（2）不等式恒成立可转化为$a \geq \left(\frac{\ln x}{x}\right)_{\max}$，利用导数求出函数$g(x)=\frac{\ln x}{x}(x>0)$的最大值即可.

【详解】（1）当$a=1$时，$f(x)=x-\ln x$，定义域为$(0,+\infty)$，

$f'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$，

当$x>1$时，$f'(x)>0$，当$0<x<1$时，$f'(x)<0$，

所以$f(x)$的单调递增区间为$(1,+\infty)$，单调递减区间为$(0,1)$.

（2）因为$f(x)=ax-\ln x \geq 0(x>0)$恒成立，

所以$a \geq \frac{\ln x}{x}$恒成立，即$a \geq \left(\frac{\ln x}{x}\right)_{\max}$.

令$g(x)=\frac{\ln x}{x}(x>0)$，

则$g'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，令$g'(x)=0$可得$x=\mathrm{e}$，

由$y=1-\ln x$为减函数知，当$0<x<\mathrm{e}$时，$g'(x)>0$，

当$\mathrm{e}<x$时，$g'(x)<0$，

所以函数$g(x)$在$(0,\mathrm{e})$上单调递增，在$(\mathrm{e},+\infty)$上单调递减，

故当$x=\mathrm{e}$时，$g(x)_{\max}=g(\mathrm{e})=\frac{\ln \mathrm{e}}{\mathrm{e}}=\frac{1}{\mathrm{e}}$，

所以$a \geq \frac{1}{\mathrm{e}}$，