

中小学教师专业能力考核测试卷

高中 数学

卷面分值：100分 考试时间：120分钟

一、单选题 (每题3分, 3×8=24分)

1. 已知命题 $p: \exists x \in [0, +\infty), x^3 - x - 2 > 0$, 则 $\neg p$ 是 ()

A. $\forall x \in [0, +\infty), x^3 - x - 2 > 0$ B. $\forall x \in [0, +\infty), x^3 - x - 2 \leq 0$

C. $\exists x \in (-\infty, 0], x^3 - x - 2 > 0$ D. $\exists x \in (-\infty, 0], x^3 - x - 2 \leq 0$

2. 已知集合 $A = \{x | 2 \leq x < 4\}$, 集合 $B = \{x | x^2 - 3x + 2 \geq 0\}$, 则 $A \cap (C_R B) = ()$

A. $\{x | 1 < x < 4\}$ B. $\{x | 1 < x < 2\}$ C. $\{x | 2 \leq x < 4\}$ D. \emptyset

3. 已知向量 $\vec{a} = (x, 1)$, $\vec{b} = (y, x - 1)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 y 的最小值为 ()

A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

4. 已知复数 $z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{\sqrt{3} - i}$, i 为虚数单位, 则复数 z 的共轭复数 $\bar{z} = i$ ()

A. $-i$ B. i C. $1+i$ D. $1-i$

5. 设 \vec{a}, \vec{b} 为单位向量, \vec{a} 在 \vec{b} 方向上的投影向量为 $\frac{1}{2}\vec{b}$, 则 $2\vec{a} - \vec{b}$ 的模为 ()

A. 1 B. $\sqrt{7}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{3}$

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = 1, S_9 = 6a_5 + 27$, 则 $S_5 = i$ ()

A. 25 B. 27 C. 30 D. 35

7. 已知 $f(x) = i$, 下列选项中能使 $f(x)$ 既是奇函数又是增函数的是 ()

A. $g(x) = x$ B. $g(x) = x^2$ C. $g(x) = e^x$ D. $g(x) = \ln|x|$

8. 青花瓷又称白地青花瓷, 常简称青花, 中华陶瓷烧制工艺的珍品, 是中国瓷器的主流品种之一, 属



釉下彩瓷. 一只内壁光滑的青花瓷大碗水平放置在桌面上, 瓷碗底座高为 h , 瓷碗的轴截面可以近似看成是抛物线, 碗里不慎掉落一根质地均匀、粗细相同长度为 22cm 的筷子, 筷子的两端紧贴瓷碗内壁. 若筷子的中点离桌面的最小距离为 7cm, 则该抛物线的通径长为 ()

A. 16 B. 18 C. 20 D. 22

二、多选题 (每题4分, 4×3=12分)

9. 已知某品牌汽车某年销量记录如下表所示:

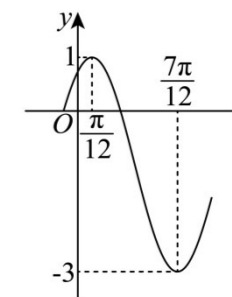
月份 x	1	2	3	4	5	6
销量 y (万辆)	11.7	12.4	13.8	13.2	14.6	15.3

针对上表数据, 下列说法正确的有 ()

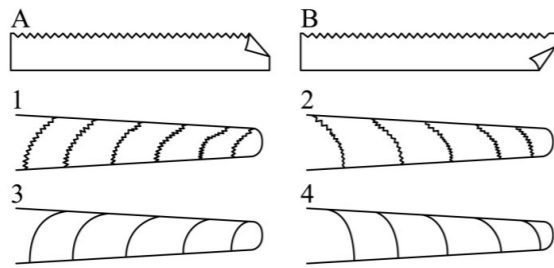
- A. 销量的极差为 3.6 B. 销量的 60% 分位数是 13.2
 C. 销量的平均数与中位数相等 D. 若销量关于月份的回归方程为 $y = 0.7x + b$, 则 $b = 11.05$

10. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi) + B$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图, 则 ()

- A. $A = 2$
 B. $\varphi = \frac{\pi}{6}$
 C. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{4\pi}{3}, -1)$ 对称
 D. 函数 $f(x)$ 在区间 $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ 上单调递增



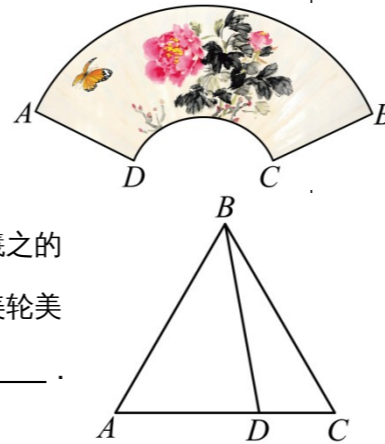
11. 把一边不光滑的一条纸 (A, B) 卷成小筒, 得到的是 (1~4) 中的小筒, 其中配对正确的是 ()



- A. A—4 B. A—2 C. B—3 D. B—1

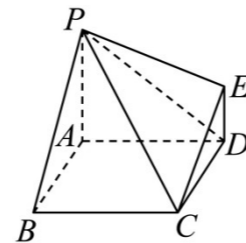
三、填空题 (每题 3 分, $3 \times 3 = 21$ 分)

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $a=1, b=\sqrt{3}, B=60^\circ$, 则 $A=i$ _____.
13. 外在美加内容美才是真的美, 重庆书法家庾纯双在一个扇环牌匾上模仿王羲之的《兰亭序》, 在精美的牌匾上写上优美的诗句, 书法家飘逸灵动的字体, 真是美轮美奂, 扇环牌匾的两条弧长分别为 15, 9, AD 的长度为 2, 则扇环的面积为_____.
14. 如图所示, $\triangle ABC$ 为正三角形, $AD=2DC=2$, 则 $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB}=i$ _____.



四、解答题 (共 55 分)

15. (10 分) 如图, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $DE \parallel AP$, $AP=AD=2DE=2$. 请用空间向量的知识解答下列问题:
- (1) 证明: $AB \parallel$ 平面 DCE ;
- (2) 求直线 CP 与平面 DCE 所成角的正弦值.



16. (10 分) 已知函数 $f(x)=\ln x, g(x)=\tan x$.
- (1) 求曲线 $y=g(x)$ 在 $x=\frac{\pi}{3}$ 处切线方程;
- (2) 若直线 l 过坐标原点且与曲线 $y=f(x)$ 相切, 求直线 l 的方程.

17. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 若 $b=3, c=4, C=2B$, 且 $a \neq b$.

- (1) 求 $\cos B$;
- (2) 求 a 的值;
- (3) 求 $\sin\left(2B - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值.

18. (11 分) 已知点 $(2, -3)$ 在圆 $C: x^2 + y^2 - 8x + 6y + m = 0$ 上.

- (1) 求该圆的圆心坐标及半径长;
- (2) 过点 $M(-1, 1)$, 斜率为 $-\frac{4}{3}$ 的直线 l 与圆 C 相交于 A, B 两点, 求弦 AB 的长.

19. (12 分) 新高考模式为语文、数学、英语三门必选, 然后从物理、化学、生物、政治、历史、地理 6 门学科中任选 3 门.

- (1) 某学生由于非常喜欢历史, 因此该学生决定三门选修课中的历史必选, 剩下的两门

从化学，生物，政治，地理四门学科中任选两门，假设该学生选择这四门学科中的任意一门是等可能性的，请问该学生所选的三门学科中既有文科又有理科的概率（物理化学生物为理科，政治历史地理为文科）？

(2) 为了解学生的选科情况，某学校统计，在总共 800 名学生中，有 300 人选择了历史，其中男生有 120 人；未选历史的学生中男生有 280 人，请问能否有 99.9% 的把握认为选择历史学科与性别有关？

参考数据： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n=a+b+c+d$.

$P (K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.01	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

