

8. 若 a 、 b 、 c 为实数，则下列命题正确的是 ()

- A. 若 $a > b$ ，则 $ac^2 > bc^2$ B. 若 $a < b < 0$ ，则 $a^2 > ab > b^2$
- C. 若 $a < b$ ，则 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ D. 若 $a < b < 0$ ，则 $\frac{b}{a} > \frac{a}{b}$

9. 我国古代数学专著《九章算术》中有一衰分问题：今有北乡八千一百人，西乡七千四百八十八人，南乡六千九百一十二人。凡三乡，发役三百人，则北乡遗人几何？其意为：现在北乡人口为 8100 人，西乡人口为 7488 人，南乡人口为 6912 人。要从这三个乡镇抽取 300 人服役，则北乡应抽取多少人？ ()

- A. 104 B. 108 C. 112 D. 120

10. 已知在 $\triangle ABC$ 角 A 、 B 、 C 的对边分别是 a 、 b 、 c ，且 $a=4$ ， $b=3$ ， $c=2$ 。则 $\triangle ABC$ 的最大角的正弦值是 ()

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{15}}{4}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{4}$

11. 设直线 m ， n 方向向量分别记作 \vec{m} ， \vec{n} ， α ， β 表示两个平面，若 $m \subset \alpha$ ， $\alpha \parallel \beta$ ，则“ $m \perp n$ ”是“ $n \perp \beta$ ” ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既充分也不必要条件

12. 已知 $f(x-2) = \ln x - \frac{2}{x}$ ，且 $f(x_0) = 0$ ，则 x_0 所在的区间为 ()

- A. (0,1) B. (1,2) C. (2,3) D. (4,5)

13. 2021 年河北省将实行“3+1+2”的新高考模式，即语文、数学、英语三科必选，物理、历史二选一，化学、生物、政治、地理四选二，若甲同学选科没有偏好，且不受其他因素影响，则甲同学同时选择历史和化学的概率为 ()

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{2}$

14. 已知向量 a , b 的夹角为 60° , 且 $|a|=2$, $|a-2b|=2\sqrt{7}$, 则 $|b| =$

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. 3

15. 已知角 α 为第二象限角, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 则 $\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$ 的值为 ()

- A. $\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$ B. $\frac{4-3\sqrt{3}}{10}$ C. $\frac{3-4\sqrt{3}}{10}$ D. $\frac{-4-3\sqrt{3}}{10}$

16. 若函数 $f(x) = e^x - ax + b$ 在 $x=0$ 处的切线方程为 $y=x$, 则满足 $0 \leq f(x) \leq 1$ 的 x 的取值范围为 ()

- A. $[0, \ln 2]$ B. $\left[\frac{1}{e}, 2\right]$ C. $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ D. $[1, 1 + \ln 2]$

二、填空题

17. 已知 α 为锐角, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \frac{1}{3}$, 则 $\cos \alpha =$ _____.

18. 函数 $y = \log_a(x+1) + 2$ 的图像必过定点_____.

19. 侧棱长为 3, 底面面积为 8 的正四棱柱的体对角线的长为_____.

20. 已知数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的平均数为 4, 方差为 2, 则数据 $2x_1+1, 2x_2+1,$

$2x_3+1, \dots, 2x_n+1$ 的平均数与方差的差为_____.

三、解答题

21. 甲、乙两名同学进行投篮练习, 已知甲命中的概率为 0.7, 乙命中的概率为 0.8, 且甲、乙两人投篮的结果互不影响, 相互独立. 甲、乙两人各投篮一次, 求下列事件的概率:

(1) 甲、乙两人都命中;

(2) 甲、乙两人至少有一人命中.

22. 已知函数 $f(x) = 2 - \frac{3}{x}$.

(1) 判断 $f(x)$ 的单调性, 并用定义证明;

(2) 求函数 $f(x)$ 在 $[2, 6]$ 上的值域.

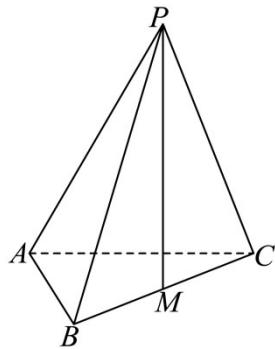
23. 已知函数 $f(x) = \sin 2x - 2 \sin^2 x$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求函数 $f(x)$ 的最大值及单调增区间.

24. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 底面 ABC 是正三角形, M 是 BC 的中点, $PM \perp$ 底面

ABC .



(1) 求证: $PA \perp BC$;

(2) 若 $AB = 2, PA = 3$, 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.

25. 已知向量 a, b, c 是同一平面内的三个向量, 且 $b = (2, 1)$.

(1) 若 $|a| = 2\sqrt{5}$, 且 $b \parallel a$, 求 a ;

(2) 若 $c = (2, 1)$, 且 $b + \lambda c$ 与 $\lambda b - c$ 互相垂直, 求 λ .

26. 已知 $f(x) = x^2 + bx + c$, 不等式 $f(x) < -8$ 的解集是 $(2, 4)$.

(1)求 $f(x)$ 的解析式；

(2)不等式组 $\begin{cases} f(x) > 0 \\ f(x-k) < 0 \end{cases}$ 的正整数解仅有 2 个，求实数 k 取值范围；

(3)若对于任意 $x \in [-2, 2]$ ，不等式 $t \cdot f(x) \leq 2$ 恒成立，求 t 的取值范围.