《高中数学--中小学教师专业能力考核测试卷》参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	B	D	A	A	D	A	B	C	ACD	AC	AD

1．B

【分析】根据存在性量词的否定直接得出结果.

【详解】由题意知，$\neg p$为：$\forall x\in ¿, x^3-x-2\le 0$.

故选：B

2．D

【分析】首先解一元二次不等式求出集合B，再根据补集、交集的定义计算可得.

【详解】解：由$x^2-3x+2\ge 0$，即$(x-2)(x-1)\ge 0$，解得$x\ge 2$或$x\le 1$，

所以$B=\{x|x^2-3x+2\ge 0\}=\{x|x\ge 2$或$x\le 1\}$，

所以$\complement_R B=\{x|1<x<2\}$，又$A=\{x|2\le x<4\}$，

所以$A\cap(\complement_R B)=\varnothing$；

故选：D

3．A

【分析】根据向量平行列出等式结合二次函数性质即可求解.

【详解】若$\vec{a}\parallel\vec{b}$，则$x^2-x=y$，

当$x=\frac{1}{2}$时，y有最小值为$-\frac{1}{4}$.

故选：A

4．A

【分析】利用复数的除法运算求出复数z，再求其共轭复数作答.

【详解】依题意，$z=\frac{(1+\sqrt{3}\mathrm{i})(\sqrt{3}+\mathrm{i})}{(\sqrt{3}-\mathrm{i})(\sqrt{3}+\mathrm{i})}=\frac{4\mathrm{i}}{4}=\mathrm{i}$，所以$\bar{z}=-\mathrm{i}$.

故选：A

5．D

【分析】由投影向量的计算，求得数量积，利用数量积的运算律，可得答案.

【详解】由题意可得$\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}=\frac{1}{2}\vec{b}$，且$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，

所以$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(2\vec{a}-\vec{b})^2}=\sqrt{4|\vec{a}|^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2}=\sqrt{4-2+1}=\sqrt{3}$.

故选：D.

6．A

【分析】借助等差数列及其前n项和的性质计算可得公差，结合等差数列求和公式计算即可得.

【详解】设等差数列$\{a_n\}$的公差为d，则有$\frac{(a_1+a_1+8d)\times 9}{2}=6(a_1+4d)+27$，

又$a_1=1$，则$(1+4d)\times 9=6(1+4d)+27$，解得$d=2$，

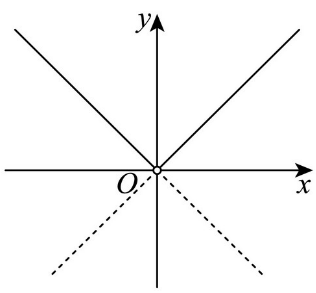
则$S_5=\frac{(1+1+4\times 2)\times 5}{2}=25$.

故选：A.

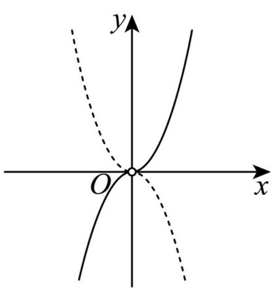
7．B

【分析】作出函数图象判断即可.

【详解】

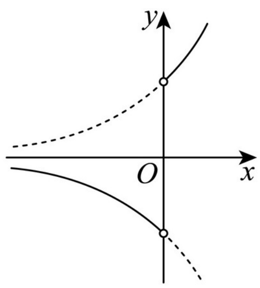


对于A选项：如图，不符，

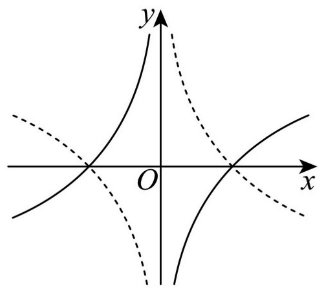


对于B选项：如图，符合，

对于C选项：如图，不符，



对于D选项：如图，不符，



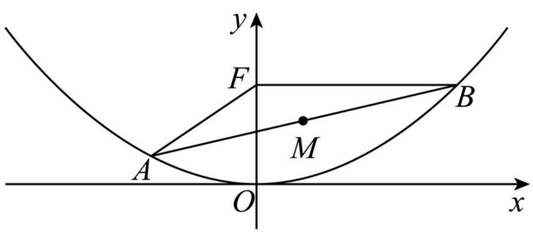
故选：B.

8．C

【分析】建立直角坐标系设$A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$且抛物线为$x^2=2py\left(p>0\right)$，利用三角形三边关系得$y_1+y_2+p\geq22$，结合已知有$12+p=22$求参数p，进而确定通径长.

【详解】如图，建立平面直角坐标系，设抛物线为$x^2=2py\left(p>0\right)$，焦点$F\left(0,\dfrac{p}{2}\right)$，

$A\left(x_1,y_1\right)$，$B\left(x_2,y_2\right)$，



$\because\left|AB\right|=22$，$\left|AB\right|\leq\left|AF\right|+\left|BF\right|$，$\therefore y_1+y_2+p\geq22$，

设线段AB中点为M，则$2y_M+p\geq22$，

由题意知，y_M的最小值为6，即$12+p=22$，得$p=10$，

$\therefore$该抛物线的通径长为$2p=20$.

故选：C

9．ACD

【分析】根据一组数据的极差，百分位数，平均数和中位数的概念可逐一判断A，B，C选

项，根据样本点在回归直线上的特征可求得b的值.

【详解】对于A，因销量的最大值为15.3，最小值为11.7，故极差为$15.3-11.7=3.6$，故A正确；

对于B，将销量按照从小到大排列为：11.7 ，12.4 ，13.2 ，13.8 ，14.6 ，15.3，

由$6\times 0.6=3.6$，可知销量的60%分位数是第四个数13.8，故B错误；

对于C，销量的平均数为$\overline{y}=\frac{1}{6}$¿，而中位数为$\frac{13.2+13.8}{2}=13.5$，故C正确；

对于D，因$\overline{x}=\frac{1}{6}(1+2+3+4+5+6)=3.5$，$\overline{y}=13.5$，样本中心点$(3.5,13.5)$在回归直线$y=0.7x+b$上，

故有$13.5=0.7\times 3.5+b$，解得$b=11.05$，故D正确.

故选：ACD.

10．AC

【分析】根据图象中的最值求得¿然后根据最小正周期求出$T=\pi$，$\omega=2$，根据特殊点求得$\varphi=\frac{\pi}{3}$，即可得$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-1$，判断AB，代入正弦函数对称中心结论求解对称中心判断C，代入正弦函数单调递增区间求解递增区间判断D.

【详解】由函数$f(x)$的图象可知¿解得¿

设函数$f(x)$的最小正周期为T，由函数$f(x)$的图象可知，$\frac{T}{2}=\frac{7\pi}{12}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{2}$，

所以$T=\pi$，所以$\omega=\frac{2\pi}{T}=2$.

由$2\sin\left(2\times\frac{\pi}{12}+\varphi\right)-1=1$，得$\varphi+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，又$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\frac{\pi}{3}$，

所以$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)-1$.故选项A正确，选项B错误.

令$2x+\frac{\pi}{3}=k\pi,k\in Z$，解得$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6},k\in Z$，当$k=3$时，$x=\frac{4\pi}{3}$，

所以函数$f(x)$的图象关于点$\left(\frac{4\pi}{3},-1\right)$对称.故C正确.

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{3}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$，得$k\pi-\frac{5\pi}{12}\le x\le k\pi+\frac{\pi}{12},k\in Z$，

所以$f\left(x\right)$的单调递增区间为$\left[k\pi-\frac{5\pi}{12},k\pi+\frac{\pi}{12}\right],k\in Z$.

因为$\frac{3\pi}{2}<2\pi-\frac{5\pi}{12}=\frac{19\pi}{12}<2\pi$，所以函数$f\left(x\right)$在区间$\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$上不单调.故选项D错误.

故选：AC.

11．AD

【分析】结合实际操作可以得到对应结果

【详解】解：将纸A和纸B卷成小筒时，需要注意纸的不光滑边在卷成筒后的位置.

对于纸A，其光滑边在纸的一侧，当卷成筒时，光滑边会形成筒的一条螺旋线，与图4相符.

对于纸B，其不光滑边在纸的一端，当卷成筒时，不光滑边会形成筒的一端的锯齿状边缘，与图1相符.

故选：AD．

12．$\frac{\pi}{6}$

【分析】由正弦定理即可求出$\sin A$，结合三角形大边对大角的性质即可求出答案.

【详解】由正弦定理，$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$，则$\sin A=\frac{a\sin B}{b}=\frac{1}{2}$，$A\in\left(0,\pi\right)$，且$a<b$，即

$A<B$，故$A=\frac{\pi}{6}$.

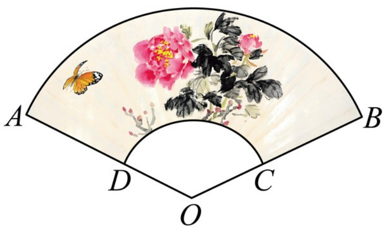
所以本题答案为$\frac{\pi}{6}$.

【点睛】本题考查正弦定理的应用和三角形大边对大角的性质，注意仔细审题，认真计算，属基础题.

13．24

【分析】延长AD,BC相交于点O，由圆心角求得OD，再结合扇形面积公式即可求解；

【详解】延长AD,BC相交于点O，设$OD=r$，



则$\frac{9}{r}=\frac{15}{2+r}$，解得$r=3$，

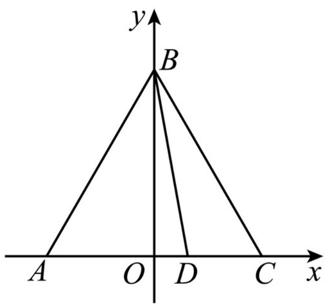
所以扇环的面积为$\frac{1}{2}\times 15\times 5-\frac{1}{2}\times 9\times 3=24$，

故答案为：24

14．-3

【分析】建立平面直角坐标系，把数量积运算转化为坐标运算.

【详解】如图建立平面直角坐标系，



易知：$A\left(-1.5,0\right)$，$D\left(0.5,0\right)$，$C\left(1.5,0\right)$，$B\left(0，\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$，

$\therefore \overrightarrow{AD}=\left(2,0\right)$，$\overrightarrow{CB}=\left(-1.5,\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

$\therefore \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CB}=-3$

故答案为：-3

15．(1)证明见解析；

(2)$\frac{\sqrt{3}}{3}$.

【分析】(1)建立空间直角坐标系，利用向量方法证明$AB\,//\,CD$，根据线面平行判定定理证明$AB//$平面DCE；

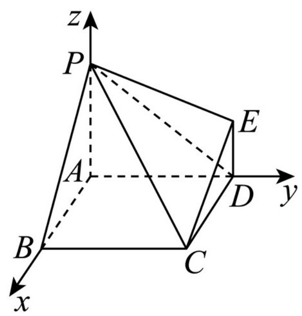
(2)求平面DCE的一个法向量和直线CP的方向向量，求两向量的夹角余弦，由此可得结论.

【详解】（1）因为$PA\perp$平面$ABCD$，$AB,AD\subset$平面$ABCD$，

所以$PA\perp AB,PA\perp AD$，

因为四边形$ABCD$为正方形，所以$AB\perp AD$，

以A为坐标原点，分别以$\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AP}$为$x$轴、$y$轴、$z$轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系．



则$A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(2,2,0)$，$D(0,2,0)$，$E(0,2,1)$，$P(0,0,2)$．

$\therefore \overrightarrow{AB}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{DC}=(2,0,0)$，$\therefore \overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$．

所以$AB//DC$，

$\because DC\subset$平面DCE，$AB\not\subset$平面DCE，

$\therefore AB//$平面DCE．

（2）由（1）知，$\overrightarrow{CP}=(-2,-2,2)$，$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$，

因为$AD\perp PA, PA//DE$，所以$AD\perp DE$

又$AD\perp DC$，$DC, DE\subset$平面DCE，$DC\cap DE=D$，

所以$AD\perp$平面DCE，

所以$\overrightarrow{AD}=(0,2,0)$为平面$DCE$的一个法向量，

设直线CP与平面DCE所成角为θ，

则$\sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{AD},\overrightarrow{CP}\rangle\right|=\left|\dfrac{\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{CP}}{|\overrightarrow{AD}|\cdot|\overrightarrow{CP}|}\right|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore$直线CP与平面DCE所成角的正弦值为$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．

16．(1)$4x-y+\sqrt{3}-\dfrac{4\pi}{3}=0$

(2)$x-\mathrm{e}y=0$

【分析】（1）利用导数的几何意义求出切线斜率，然后利用点斜式写切线方程即可；

（2）设切点坐标$(x_0,\ln x_0)$，然后利用导数的几何意义得到斜率$k=\dfrac{1}{x_0}$，进而得到直线l的方程.

【详解】（1）$g(x)=\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}$，所以$g'(x)=\dfrac{\cos^2 x+\sin^2 x}{\cos^2 x}=\dfrac{1}{\cos^2 x}$，所以$g'\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=4$，

$g\left(\frac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}$，

所以切线方程为：$y-\sqrt{3}=4\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$，整理得$4x-y+\sqrt{3}-\frac{4\pi}{3}=0$.

（2）$f(x)=\ln x$，所以$f'(x)=\frac{1}{x}$，设切点坐标为$(x_0,\ln x_0)$，所以切线斜率为$k=\frac{1}{x_0}$，

则切线方程为：$y-\ln x_0=\frac{1}{x_0}(x-x_0)$，

又因为切线过原点，所以将$(0,0)$代入切线方程得$-\ln x_0=\frac{1}{x_0}\cdot(-x_0)$，解得$x_0=\mathrm{e}$，

所以切线方程为：$y-1=\frac{1}{\mathrm{e}}(x-\mathrm{e})$，整理得$x-\mathrm{e}y=0$.

17．(1)$\cos B=\frac{2}{3}$

(2)$a=\frac{7}{3}$

(3)$\frac{4\sqrt{10}+\sqrt{2}}{18}$

【分析】（1）由题意可得出$\sin C=\sin 2B$，再由正弦定理和二倍角的正弦公式求解即可；

（2）由余弦定理可得$3a^2-16a+21=0$，解方程即可得出答案；

（3）利用同角的正余弦公式可求得$\sin B$，再求得$\sin 2B,\cos 2B$，进而利用两角差的正弦公式可求得$\sin\left(2B-\frac{\pi}{4}\right)$.

【详解】（1）因为$C=2B$,所以$\sin C=\sin 2B=2\sin B\cos B$,

由正弦定理可得：$c=2b\cos B$,所以$\cos B=\frac{c}{2b}=\frac{4}{2\times 3}=\frac{2}{3}$.

（2）由余弦定理可得：$\cos B=\frac{2}{3}=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{a^2+16-9}{2a\cdot 4}=\frac{a^2+7}{8a}$，

所以$3a^2-16a+21=0$，解得：$a=\frac{7}{3}$或$a=3$，

因为$a\neq b$,所以$a=\frac{7}{3}$.

（3）因为$\cos B=\frac{2}{3}$，所以$B\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以$\sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{\sqrt{5}}{3}$，

$\sin 2B=2\sin B\cos B=2\times\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4\sqrt{5}}{9}$，

$\cos 2B=2\cos^2 B=2\times\left(\frac{2}{3}\right)^2-1=-\frac{1}{9}$，

所以$\sin\left(2B-\frac{\pi}{4}\right)=\sin 2B\cos\frac{\pi}{4}-\cos 2B\sin\frac{\pi}{4}=\frac{4\sqrt{5}}{9}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\left(-\frac{1}{9}\right)\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{4\sqrt{10}+\sqrt{2}}{18}$.

18．(1)圆心$C(4,-3)$，半径$r=2$

(2)$\frac{12}{5}$

【分析】（1）将点代入后计算即可得圆的方程，化为标准方程即可得圆心坐标与半径长；

（2）由题意可得直线方程，借助弦长公式$l=2\sqrt{r^2-d^2}$计算即可得.

【详解】（1）将点$(2,-3)$代入$C:x^2+y^2-8x+6y+m=0$，

则$2^2+(-3)^2-8\times 2+6\times(-3)+m=0$，解得$m=21$，

即$x^2+y^2-8x+6y+21=0$，

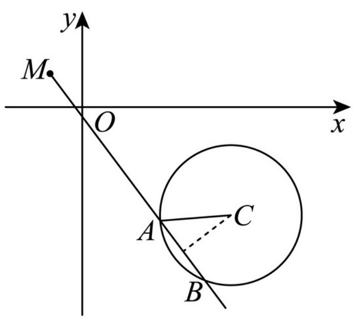
故圆C的标准方程为$(x-4)^2+(y+3)^2=4$，

故圆心$C(4,-3)$，半径$r=2$；

（2）由题意得直线l的方程为$y-1=\left(-\frac{4}{3}\right)(x+1)$，即$4x+3y+1=0$，

故圆心C到直线l的距离$d=\frac{|4\times 4+3\times(-3)+1|}{\sqrt{4^2+3^2}}=\frac{8}{5}$，

则弦长$|AB|=2\sqrt{r^2-d^2}=\frac{12}{5}$．



19．**【解析】**（1）用列举法列举出任选两门的所有可能结果，得出其中满足既有文科又有理科的结论，从而求得概率；

（2）先根据题意列出 2×2 的列联表，再由公式求出 K^2 的值与临界值表对照得出结论．

解：（1）用 A_1、A_2、B_1、B_2 分别表示化学生物政治地理四个学科，该学生从中任选两门的所有可能结果有：A_1A_2，A_1B_1，A_1B_2，A_2B_1，A_2B_2，B_1B_2 共 6 种，

其中满足既有文科又有理科的结果有 A_1A_2，A_1B_1，A_1B_2，A_2B_1，A_2B_2，共 5 种，

所以 $P=\frac{5}{6}$；

（2）由题可知 2×2 列联表如下：

	选历史	不选历史	合计
男生	120	280	400
女生	180	220	400
合计	300	500	800

所以 $K^2=\frac{800\times(120\times220-180\times280)^2}{400\times400\times300\times500}=19.2>10.828$，

所以有 99.9%的把握认为选择历史学科与性别有关．