

5

# 3. 圆的面积

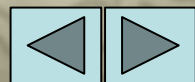
## 第3课时 解决问题





# 苏州园林

suzhouyuanlin

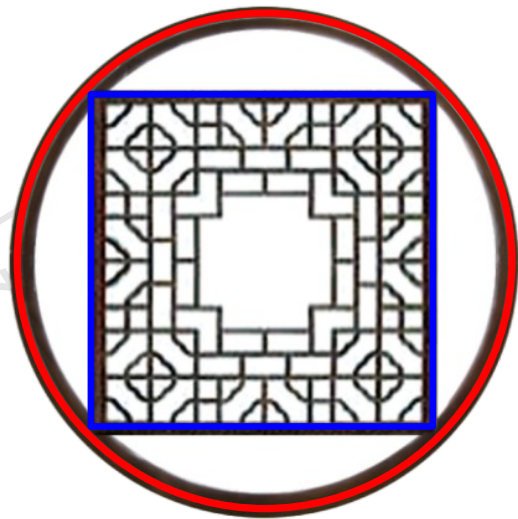




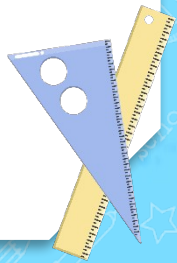
# 一、提出问题，探寻策略



外方内圆



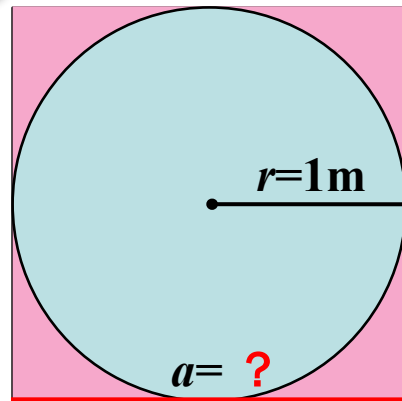
外圆内方



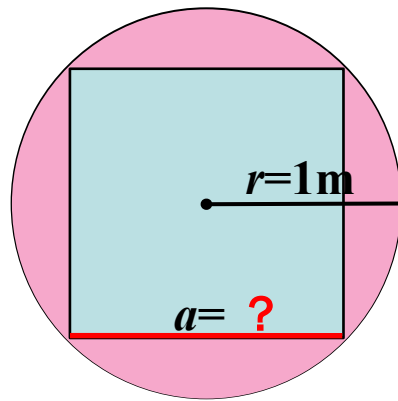
3

中国建筑中经常能见到“外方内圆”和“外圆内方”的设计。下图中的两个圆半径都是  $1\text{m}$ ，你能求出正方形和圆之间部分的面积吗？

### 阅读与理解



正方形面积 - 圆面积  
?

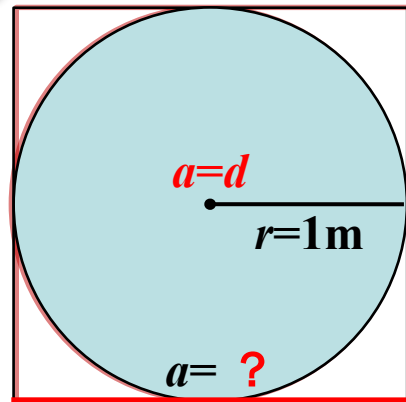


圆面积 - 正方形面积  
思考中  
?

3

中国建筑中经常能见到“外方内圆”和“外圆内方”的设计。下图中的两个圆半径都是 1m，你能求出正方形和圆之间部分的面积吗？

### 分析与解答



正方形面积 - 圆面积

答：正方形和圆之间部分的面积是 0.86 平方米。

$$\begin{aligned} a &= d = r \times 2 \\ &= 1 \times 2 \\ &= 2(\text{m}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{正}} &= a \times a \\ &= d \times d \\ &= 2 \times 2 \\ &= 4(\text{m}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{圆}} &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 1^2 \\ &= 1\pi \\ &= 3.14(\text{m}^2) \end{aligned}$$

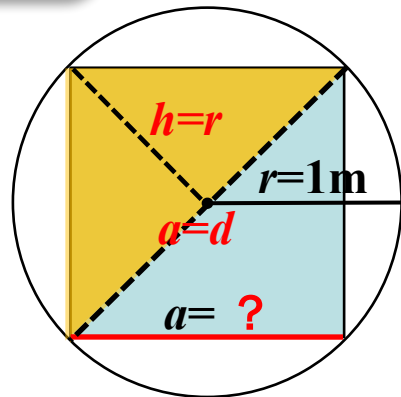
$$\begin{aligned} S_{\text{正}} - S_{\text{圆}} &= 4 - 3.14 \\ &= 0.86(\text{m}^2) \end{aligned}$$

思考中。

3

中国建筑中经常能见到“外方内圆”和“外圆内方”的设计。下图中的两个圆半径都是  $1\text{m}$ ，你能求出正方形和圆之间部分的面积吗？

### 分析与解答



圆面积 - 正方形面积  
?

$$\begin{aligned} a=d &= r \times 2 \\ &= 1 \times 2 \\ &= 2(\text{m}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{正}} &= S_{\text{三}} \times 2 \\ &= \frac{1}{2} dr \times 2 \\ &= 2 \times 1 \\ &= 2(\text{m}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{圆}} &= \pi r^2 \\ &= 3.14 \times 1^2 \\ &= 1\pi \\ &= 3.14(\text{m}^2) \end{aligned}$$

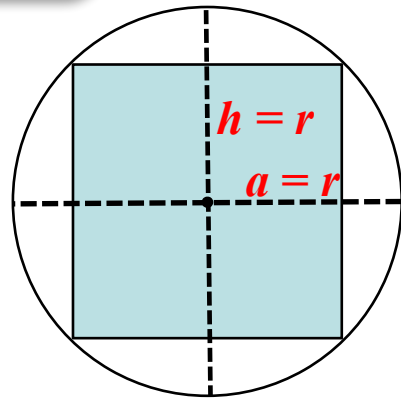
$$\begin{aligned} S_{\text{圆}} - S_{\text{正}} &= 3.14 - 2 \\ &= 1.14(\text{m}^2) \end{aligned}$$

答：正方形和圆之间部分的面积是  $1.14$  平方米。

3

中国建筑中经常能见到“外方内圆”和“外圆内方”的设计。下图中的两个圆半径都是 1m，你能求出正方形和圆之间部分的面积吗？

### 分析与解答

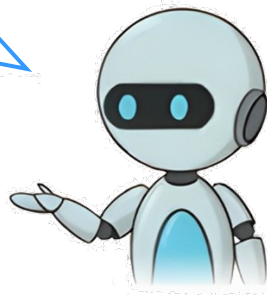


$$\begin{aligned} \text{圆面积} - \text{正方形面积} \\ S_{\text{圆}} &= \pi r^2 \\ &= 3.14 \times 1^2 \\ &= 1\pi \\ &= 3.14(\text{m}^2) \\ S_{\text{正}} &= S_{\text{三}} \times 4 \\ &= 0.5 \times 4 \\ &= 2(\text{m}^2) \end{aligned}$$

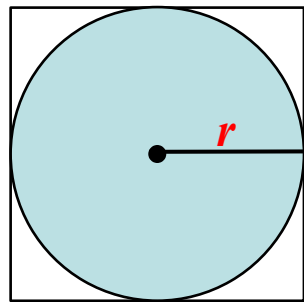
$$\begin{aligned} S_{\text{圆}} - S_{\text{正}} &= 3.14 - 2 \\ &= 1.14(\text{m}^2) \end{aligned}$$

答：正方形和圆之间部分的面积是 1.14 平方米。

如果两个圆半径都是  $r$ ，正方形和圆之间部分的面积结果又怎样？

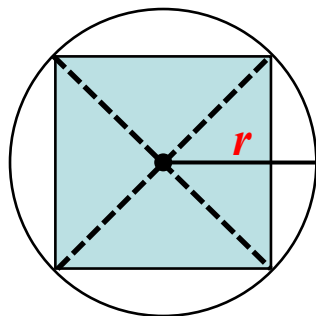


## 回顾与反思



外方内圆

$$S_{\text{正}} - S_{\text{圆}} = d^2 - \pi r^2 = (2r)^2 - \pi r^2 = 4r^2 - \pi r^2 \\ = (4 - 3.14)r^2 = 0.86r^2$$

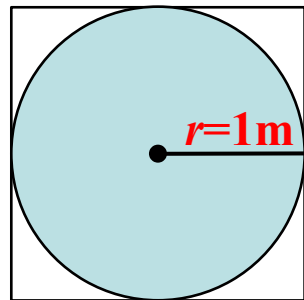


外圆内方

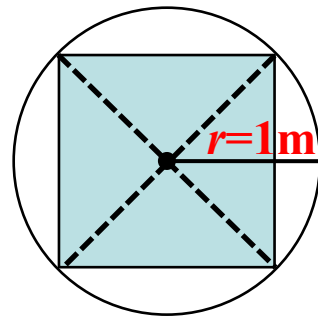
$$S_{\text{圆}} - S_{\text{正}} = \pi r^2 - d^2 = \pi r^2 - 2r^2 = (\pi - 2)r^2 \\ = 1.14r^2$$

当  $r = 1\text{ m}$  时和前面的结果完全一致。

## 回顾与反思



外方内圆

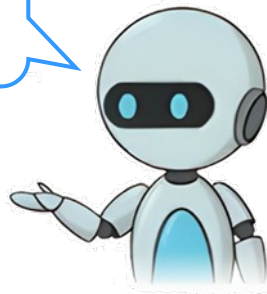


外圆内方

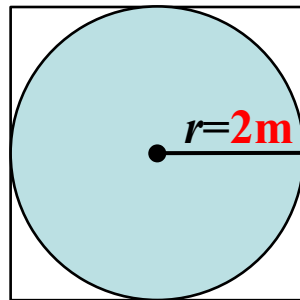


外方内圆图中，正方形与圆之间的面积是  $0.86\text{m}^2$ ，  
外圆内方图中，圆与正方形之间的面积是  $1.14\text{m}^2$ 。

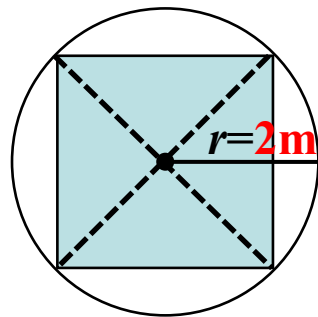
如果两个圆半径都是  $2m$  . . . , 正方形和圆之间部分的面积结果和前面一致吗?



## 回顾与反思



外方内圆



外圆内方

## 二、实践运用，巩固提升

[ 教科书 P68 做一做 ]

1. 右图是一面我国唐代铜镜的背面。铜镜的直径是 24 cm。外面的圆与内部的正方形之间部分的面积是多少？

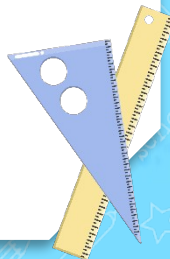
$$\begin{aligned}r &= d \div 2 \\ &= 24 \div 2 \\ &= 12(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_{\text{圆}} - S_{\text{正}} &= 1.14r^2 \\ &= 1.14 \times 12^2 \\ &= 164.16(\text{cm}^2)\end{aligned}$$



思考中。。。

答：外面的圆与内部的正方形之间的面积约是 164.16 平方厘米。



## 二、实践运用，巩固提升

[ 教科书 P68 做一做 ]

1. 右图是一面我国唐代铜镜的背面。铜镜的直径是 24 cm。外面的圆与内部的正方形之间部分的面积是多少？



$$\begin{aligned}r &= d \div 2 \\ &= 24 \div 2 \\ &= 12(\text{cm}) \\ S_{\text{正}} &= \frac{1}{2} dr \times 2 \\ &= 12 \times 24 \\ &= 288(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S_{\text{圆}} &= \pi r^2 \\ &= 3.14 \times 12^2 \\ &= 144\pi \\ &= 452.16(\text{cm}^2) \\ S_{\text{圆}} - S_{\text{正}} &= 452.16 - 288 \\ &= 164.16(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

答：外面的圆与内部的正方形之间的面积约是 164.16 平方厘米。

## [ 教科书 P70 练习十五 第 9 题 ]

2. 右图中铜钱的直径为 28 mm，中间正方形的边长为 6 mm。这枚铜钱的面积是多少？



$$\begin{aligned} r &= d \div 2 \\ &= 28 \div 2 \\ &= 14(\text{mm}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{正}} &= a^2 \\ &= 6^2 \\ &= 36(\text{mm}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{圆}} &= \pi r^2 \\ &= 3.14 \times 14^2 \\ &= 196\pi \\ &= 615.44(\text{mm}^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{\text{圆}} - S_{\text{正}} &= 615.44 - 36 \\ &= 579.44(\text{mm}^2) \end{aligned}$$

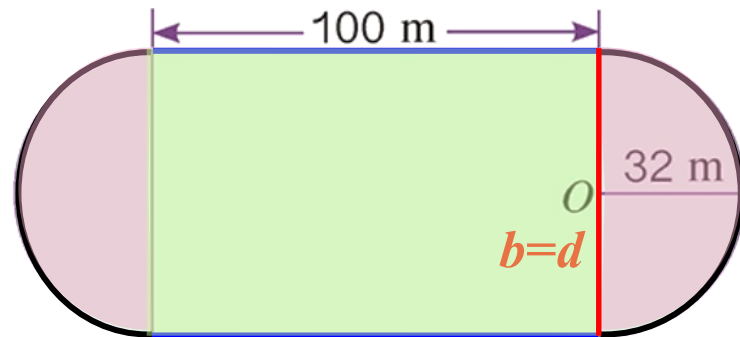
思考中。。。

答：这枚铜钱的面积是 579.44 平方毫米。

[ 教科书 P70 练习十五 第 10 题 ]

3. 如右图，一个运动场两端是半圆形，中间是长方形。这个运动场的周长是多少米？面积是多少平方米？

思考中。。。



$$\begin{aligned}
 & \text{圆 } C + 2 \text{ 条长} \\
 & = 2\pi r + 100 \times 2 \\
 & = 2 \times \pi \times 32 + 200 \\
 & = 64\pi + 200 \\
 & = 400.96(\text{m})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b &= d = r \times 2 \\
 &= 32 \times 2 \\
 &= 64(\text{m})
 \end{aligned}$$

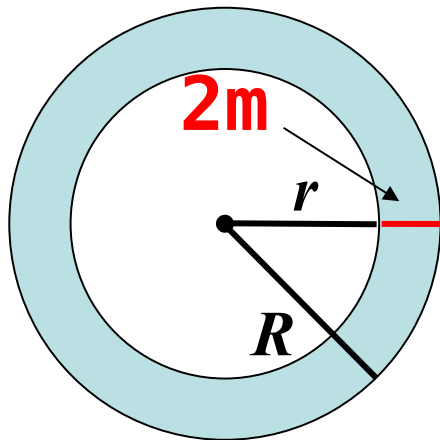
$$S_{\text{圆}} + S_{\text{长}}$$

$$\begin{aligned}
 & = \pi r^2 + ab \\
 & = 3.14 \times 32^2 + 100 \times 64 \\
 & = 1024\pi + 6400 \\
 & = 9615.36(\text{m}^2)
 \end{aligned}$$

答：这个运动场的周长是 400.96 米。面积是 9615.36 平方米。

[ 教科书 P71 练习十五 第 13 题 ]

4. 一个圆的周长是 62.8 m，半径增加 2 m 后，面积增加多少？



$$r = \frac{C}{2\pi} = \frac{62.8}{6.28} = 10(\text{m}) \quad R = r + 2 = 10 + 2 = 12(\text{m})$$

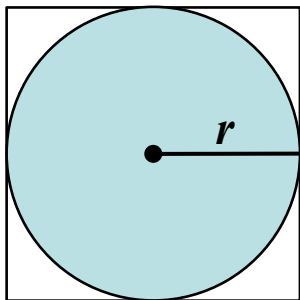
$$\begin{aligned} S_{\text{圆}2} - S_{\text{圆}1} &= \pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) \\ &= 3.14 \times 12^2 - 3.14 \times 10^2 \\ &= 100\pi \quad = 144\pi - 100\pi = 44\pi \\ &= 314(\text{m}^2) \quad = 44\pi \quad = 452.16(\text{m}^2) \end{aligned}$$

$$S_{\text{圆}2} - S_{\text{圆}1} = 138.16(\text{m}^2) \quad \text{思考中。} \quad = 138.16(\text{m}^2)$$

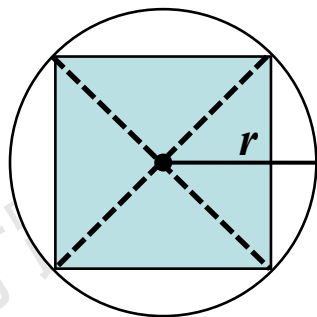
答：面积增加了 138.16 平方米。



### 三、课堂小结



外方内圆

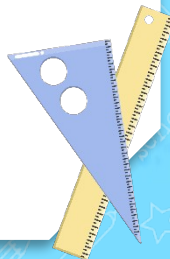


外圆内方

外方内圆图中，正方形与圆之间的面积是  $0.86r^2$ ，  
外圆内方图中，圆与正方形之间的面积是  $1.14r^2$ 。

$$S_{\text{正}} - S_{\text{圆}} = d^2 - \pi r^2$$

$$S_{\text{圆}} - S_{\text{正}} = \pi r^2 - d^2$$





## 四、课后作业

完成对应课时的练习。

