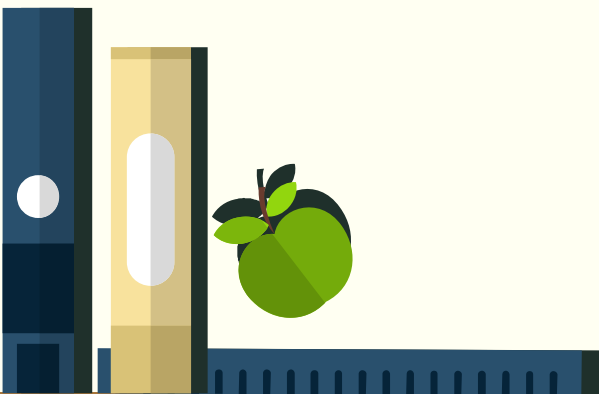


8

数学广角—数与形

第 1 课时

数与形



中心广场上一排彩灯按下面的规律排列。



按上面彩灯的规律，你能算出第 2020 盏灯是什么颜色吗？

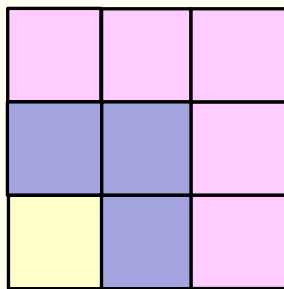
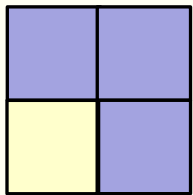
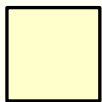
$$2020 \div (2+3+4) = 224 \text{ (组)} \cdots \cdots 4 \text{ (盏)}$$

答：第 2020 盏灯是黄色。

知识点 1^{例 1}: 数与形结合的认识



观察一下，下面的图和算式有什么关系？
把算式补充完整。



$$1 = (\mathbf{1})^2$$

$$1+3 = (\mathbf{2})^2$$

$$1+3+5 = (\mathbf{3})^2$$

我发现：算式左边的加数是每个正方形图左下角的小正方形和其他“ ”形图中所包含的小正方形个数之和，正好等于每个正方形图中**每列小正方形个数的平方**。

你能利用规律直接写一写吗？如果有困难，可以画图来帮助。

$$1+3+5+7= (4)^2$$

$$1+3+5+7+9+11+13= (7)^2$$

$$\underline{1+3+5+7+9+11+13+15+17} = 9^2$$

(教材 P105

知识点 2 : 运用数与形的知识解决问题

2 计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} +$
...



你能发现什么规律？

从第二个数开始，每
个数是前一个数的 $\frac{1}{2}$



2 计算 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} +$
...

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \frac{3}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8} \quad \frac{7}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16} \quad \dots\dots$$

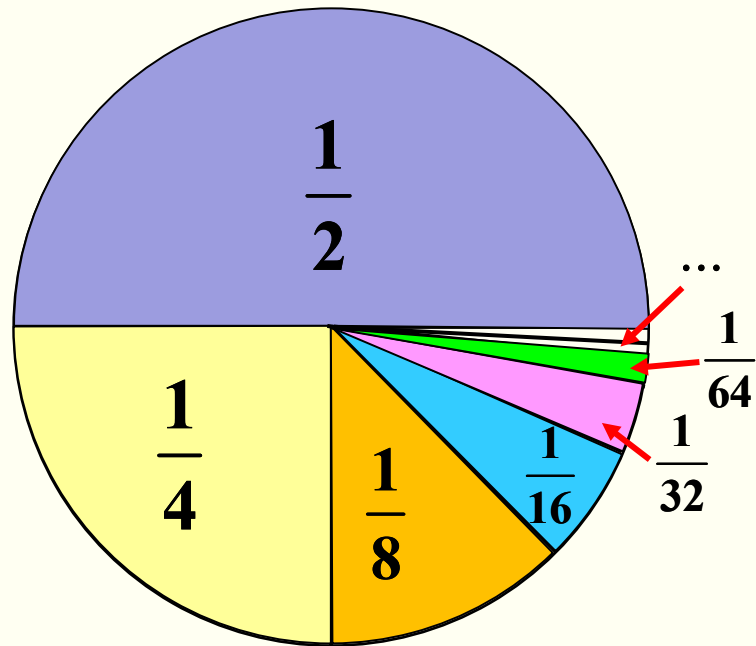
我一个一个加下去看看，答案好像有点规律。加下去，等号右边的分数越来越接近于1。

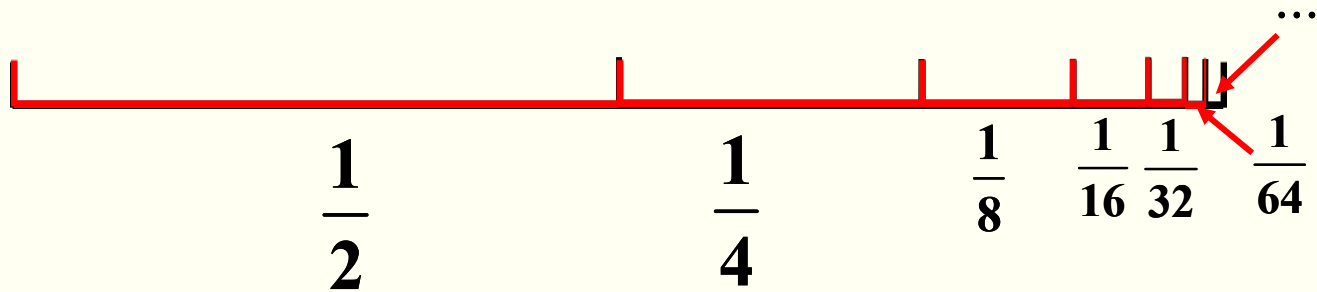




可以画个图来帮助思考。用一个圆或一条线段来表示“1”。

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots$$





$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots = 1$$



从图上可以看出，
这些分数不断加下
去，总和就是 1。

有些问题通过
画图，解决起
来更直观。



(教材 P106 做一做
T1)

做一做

1. 请根据例 1 的结论算一算。

$$1 + 3 + 5 + 7 + 5 + 3 + 25 =$$

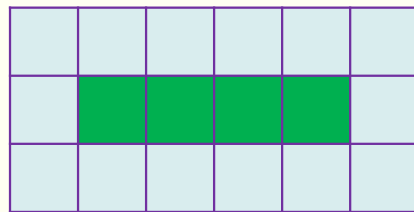
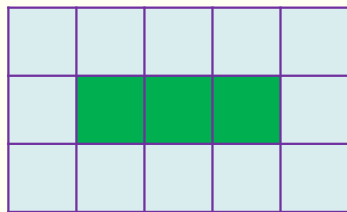
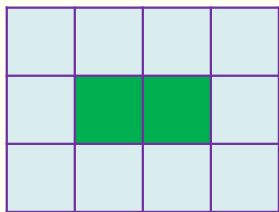
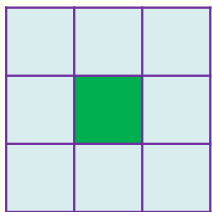
()

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = ()$$

(教材 P106 做一做

T2)

2. 下面每个图中各有多少个绿色小正方形和多少个蓝色小正方形？



绿色： 1

2

3

4

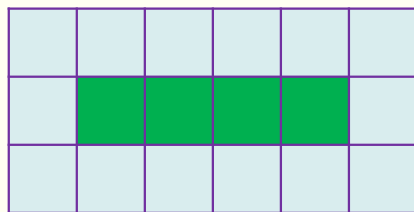
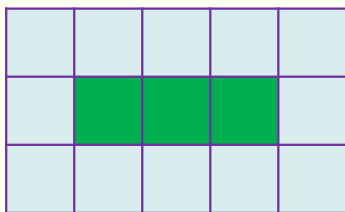
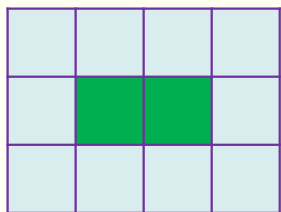
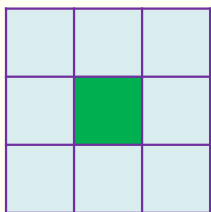
蓝色： 8

10

12

14

照这样接着画下去，第 6 个图形有多少个绿色小正方形和多少个蓝色小正方形？第 10 个图形呢？你能解释这其中的道理吗？



绿色： 1
蓝色： 8

2
10

3
12

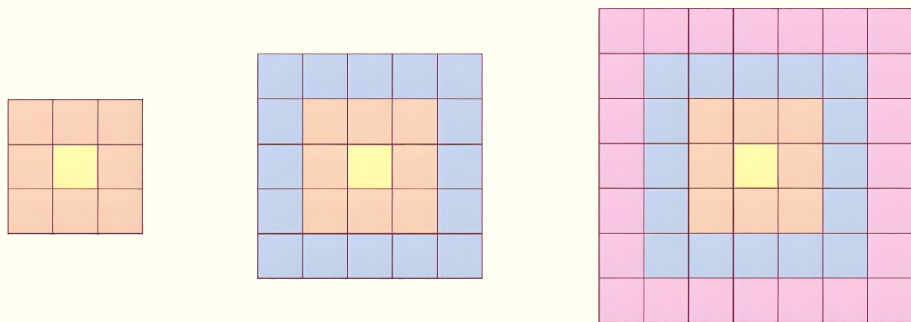
4
14

第 6 个图形： 6 个绿色 18 个蓝色。

第 10 个图形： 10 个绿色 26 个蓝色。

道理：任意两张相邻的图中，绿色相差 1 个，蓝色相差 2 个。

1. 下面每个图中最外圈各有多少个小正方形？



解释：因为第 n ($n > 0$) 个图形最外圈有 $[(2n+1)^2 - (2n-1)^2]$ 个小正方形，所以第 5 个图形最外圈有 $11^2 - 9^2 = 40$ (个) 小正方形。

$$3^2 - 1 = 8^2 - 3^2 = 7^2 - 5^2 = 24$$

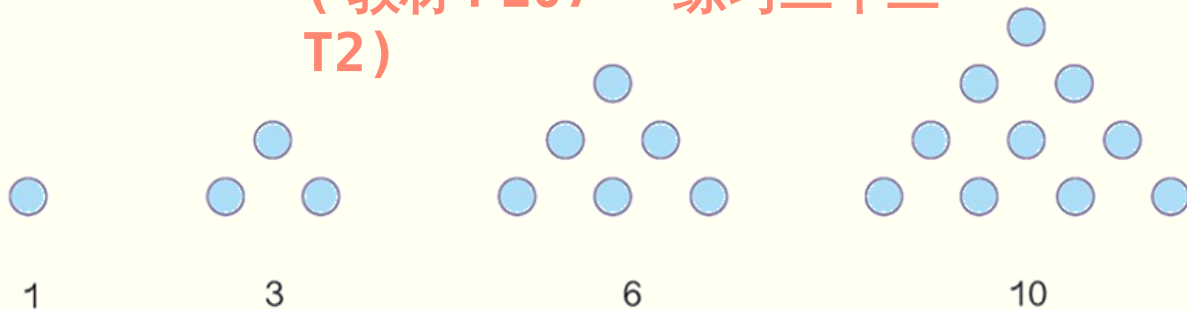
16

照这样的规律接着画下去，第 5 个图形最外圈有多少个小正方形？你能解释这其中的道理吗？

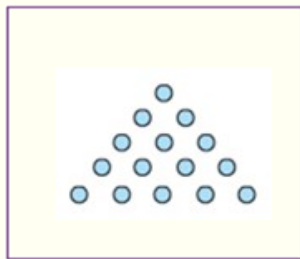
$$11^2 - 9^2 = 40$$

(教材 P107 练习二十二 T2)

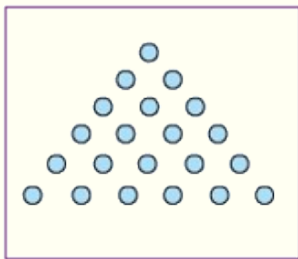
2.



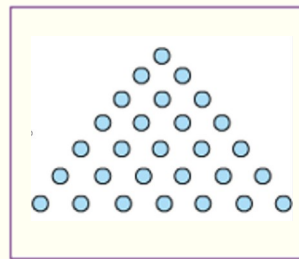
请你根据上面图形与数的规律接着画一画，填一填。



15



21



28

如果不画，这样排列下去，第 10 个数是多少？

第 10 个数是

T4)

3. 一条马路长 200m，小宇和他的小狗分别以均匀的速度

同时从马路的起点出发。当小亮走到这条马路一半

的时候，小狗已经到达马路的终点。然后小狗返回与

小宇相向而行，遇到小宇后再跑向终点，到达终点后再与小宇相向而行……直到小宇到达终点。

$200 \times 2 = 400(m)$

从出发开始，一共跑了多少米？答：一共跑了

400m。



起点

终点

通过这节课的学习，
你有什么收获？



- 1. 从课后习题中选取；**
- 2. 完成练习册本课时的习题。**