1.想 数 码

例如，1989 年“从小爱数学”邀请赛试题 6：两个四位数相加，第一个四位数的每一个数码都不小于 5，第二个四位数仅仅是第一个四位数的数码调换了位置。某同学的答数是 16246。试问该同学的答数正确吗？(如果正确，请你写出这个四位数；如果不正确，请说明理由)。

思路一：易知两个四位数的四个数码之和相等，奇数＋奇数＝偶数，偶数＋偶数＝偶数，这两个四位数相加的和必为偶数。

相应位数两数码之和，个、十、百、千位分别是 17、13、11、15。所以该同学的加法做错了。正确答案是

思路二：每个数码都不小于 5，百位上两数码之和的 11 只有一种拆法 5＋6，另一个 5 只可能与 8 组成 13，6 只可能与 9 组成 15。这样个位上的两个数码，8＋9＝16 是不可能的。

不要把“数码调换了位置”误解为“数码顺序颠倒了位置。”

2.尾数法

例 1 比较 1222×1222 和 1221×1223 的大小。

由两式的尾数 2×2＝4，1×3＝3，且 4＞3。

知 1222×1222＞1221×1223

例 2 二数和是 382，甲数的末位数是 8，若将 8 去掉，两数相同。求这两个数。

由题意知两数的尾数和是 12，乙数的末位和甲数的十位数字都是 4。

由两数十位数字之和是 8－1＝7，知乙数的十位和甲数的百位数字都是 3。

甲数是 348，乙数是 34。

例 3 请将下式中的字母换成适当的数字，使算式成立。

由 3 和 a5 乘积的尾数是 1，知 a5 只能是 7；

由 3 和 a4 乘积的尾数是 7－2＝5，知 a4 是 5；……不难推出原式为

142857×3＝428571。

3.从较大数想起

例如，从 1～10 的十个数中，每次取两个数，要使其和大于 10，有多少种取法？

思路一：较大数不可能取 5 或比 5 小的数。

取 6 有 6＋5；

取 7 有 7＋4，7＋5，7＋6；

…………………………………………

取 10 有九种 10＋1，10＋2，……10＋9。

共为 1＋3＋5＋7＋9＝25(种)。

思路二：两数不能相同。较小数为 1 的只有一种取法 1＋10；为 2 的有 2＋9，2＋10；……较小数为 9 的有 9＋10。

共有取法 1＋2＋3＋4＋5＋4＋3＋2＋1＝25(种)

这是从较小数想起，当然也可从 9 或 8、7、……开始。

思路三：两数和最大的是 19。两数和大于 10 的是 11、12、…、19。

和是 11 的有五种 1＋10，2＋9，3＋8，4＋7，5＋6；和是 11～19 的取法 5＋4＋4＋3＋3＋2＋2＋1＋1＝25(种)。

4.想大小数之积

用最大与最小数之积作内项(或外项)的积，剩的相乘为外项(或内项)的积，由比例基本性质知

交换所得比例式各项的位置，可很快列出全部的八个比例式。

5.由得数想

例如，思考题：在五个 0.5 中间加上怎样的运算符号和括号，等式就成立？其结果是

0，0.5，1，1.5，2。

从得数出发，想：

两个相同数的差，等于 0；

一个数加上或减去 0，仍等于这个数；

一个因数是 0，积就等于 0；

0 除以一个数(不是 0)，商等于 0；

两个相同数的商为 1；

1 除以 0.5，商等于 2；……

解法很多，只举几种：

(0.5－0.5)×0.5×0.5×0.5＝0

0.5－0.5－(0.5－0.5)×0.5＝0

(0.5＋0.5＋0.5)×(0.5－0.5)＝0\

(0.5＋0.5－0.5－0.5)×0.5＝0

(0.5－0.5)×0.5×0.5＋0.5＝0.5

0.5＋0.5＋0.5－0.5－0.5＝0.5

(0.5＋0.5)×(0.5＋0.5—0.5)＝0.5

(0.5＋0.5)×0.5＋0.5－0.5＝0.5

(0.5－0.5)×0.5＋0.5＋0.5＝1

0.5÷0.5＋(0.5－0.5)×0.5＝1

(0.5－0.5)÷0.5＋0.5＋0.5＝1

(0.5＋0.5)÷0.5－(0.5＋0.5)＝1

0.5－0.5＋0.5＋0.5÷0.5＝1.5

(0.5＋0.5)×0.5＋0.5＋0.5＝1.5

0.5＋0.5＋0.5＋0.5－0.5＝1.5

0.5÷0.5＋0.5÷0.5－0.5＝1.5

0.5÷0.5÷0.5＋0.5－0.5＝2

(0.5＋0.5)÷0.5＋0.5－0.5＝2

(0.5＋0.5＋0.5－0.5)÷0.5＝2

[(0.5＋0.5)×0.5＋0.5]÷0.5＝2

.想平均数

思路一：由“任意三个连续自然数的平均数是中间的数”。设第一个数为“1”，则中间数占

知这三个数是 14、15、16。

二、一个数分别为

16－1＝15，

15－1＝14 或 16－2＝14。

若先求第一个数，则

思路三：设第三个数为“1”，则第二、三个数，

知是 15、16。

思路四：第一、三个数的比是 7:8，第一个数是 2÷(8－7)×7＝14。

若先求第三个数，则

2÷(8－7)×8＝16。

7.想奇偶数

例 1 思考题：在 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数字中，不改变它们的顺序、在它们中间添上加、减两种符号，使所得的结果都等于 100。

例如

1＋23－4＋5＋6＋78－9＝100123＋45－67＋8－9＝100

你还能想出不同的添法吗？

1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＝45。若去掉 7 和 8 间的“＋”，式左为 1＋2＋3＋4＋5＋6＋78＋9，比原式和增大了 78－(7＋8)＝63，即

1＋2＋3＋4＋5＋6＋78＋9

＝45＋63＝108。

为使其和等于 100，式左必须减去 8。加 4 改为减 4，即可 1＋2＋3－4＋5＋6＋78＋9＝100。

“减去 4”可变为“减 1、减 3”，即－1＋2－3＋4＋5＋6＋78＋9＝100 二年级小学生没学过负“－1”，不能介绍。如果式左变为

12＋3＋4＋5＋6＋7＋89。

［12－(1＋2)］＋［89－(8＋9)］＝81。即 12＋3＋4＋5＋6＋7＋89＝45＋81＝100＋26。

要将“＋”变为“－”的数和为 13，在 3、4、5、6、7 中有 6＋7，3＋4＋6，因而有

12＋3＋4＋5－6－7＋89＝100，

12－3－4＋5－6＋7＋89＝100，

同理得

12＋3－4＋5＋67＋8＋9＝100，

1＋23－4＋56＋7＋8＋9＝100，

1＋2＋34－5＋67－8＋9＝100，

123－4－5－6－7＋8－9＝100，

123＋4－5＋67－89＝100，

123－45－67＋89＝100。

为了减少计算。应注意：

(1)能否在 1、23、4、5、6、7、89 中间添上加、减(不再去掉某两数间的加号)，结果为 100 呢？

1、23、5、7、89 的和或差是奇数，4、6 的和或差是偶数，奇数±偶数＝奇数，结果不会是 100。

(2)有一个是四位数，结果也不可能为 100。因为 1234 减去余下数字组成(按顺序)的最大数 789，再减去余下的 56，差大于 100。

例 2 求 59～199 的奇数和。

由从 1 开始的连续 n 个奇数和、等于奇数个数 n 的平方

1＋3＋5＋7＋……＋(2n－1)＝n2

奇数比它对应的序数 2 倍少 1。用 n 表示任意一个自然数，它对应的奇数为 2n－1。

例如，32 对应奇数 2×32－1＝63。奇数 199，从 1 起的连续奇数中排列在 100(2n－1＝199，n＝100)的位置上。

知 1～199 的奇数和是 1002＝10000。此和包括 59，2n－1＝57、n＝29、1～57 的奇数和为 292＝841。

所求为 10000－841＝9159。

或者 59＝30×2－1，302＝900，

10000－900＋59＝9159。

例 1 思考题：在 1、2、3、4、5、6、7、8、9 九个数字中，不改变它们的顺序、在它们中间添上加、减两种符号，使所得的结果都等于 100。

例如

1＋23－4＋5＋6＋78－9＝100123＋45－67＋8－9＝100

你还能想出不同的添法吗？

1＋2＋3＋4＋5＋6＋7＋8＋9＝45。若去掉 7 和 8 间的“＋”，式左为 1＋2＋3＋4＋5＋6＋78＋9，比原式和增大了 78－(7＋8)＝63，即

1＋2＋3＋4＋5＋6＋78＋9

＝45＋63＝108。

为使其和等于 100，式左必须减去 8。加 4 改为减 4，即可 1＋2＋3－4＋5＋6＋78＋9＝100。

“减去 4”可变为“减 1、减 3”，即－1＋2－3＋4＋5＋6＋78＋9＝100 二年级小学生没学过负数“－1”，不能介绍。如果式左变为

12＋3＋4＋5＋6＋7＋89。

［12－(1＋2)］＋［89－(8＋9)］＝81。即 12＋3＋4＋5＋6＋7＋89＝45＋81＝100＋26。

要将“＋”变为“－”的数和为 13，在 3、4、5、6、7 中有 6＋7，3＋4＋6，因而有

12＋3＋4＋5－6－7＋89＝100，

12－3－4＋5－6＋7＋89＝100，

同理得
12＋3－4＋5＋67＋8＋9＝100，
1＋23－4＋56＋7＋8＋9＝100，
1＋2＋34－5＋67－8＋9＝100，

123－4－5－6－7＋8－9＝100，

123＋4－5＋67－89＝100，

123－45－67＋89＝100。

为了减少计算。应注意：

(1)能否在 1、23、4、5、6、7、89 中间添上加、减(不再去掉某两数间的加号)，结果为 100 呢？

1、23、5、7、89 的和或差是奇数，4、6 的和或差是偶数，奇数±偶数＝奇数，结果不会是 100。

(2)有一个是四位数，结果也不可能为 100。因为 1234 减去余下数字组成(按顺序)的最大数 789，再减去余下的 56，差大于 100。

例 2 求 59～199 的奇数和。

由从 1 开始的连续 n 个奇数和、等于奇数个数 n 的平方

1＋3＋5＋7＋……＋(2n－1)＝n2
奇数比它对应的序数 2 倍少 1。用 n 表示任意一个自然数，它对应的奇数为 2n－1。
例如，32 对应奇数 2×32－1＝63。奇数 199，从 1 起的连续奇数中排列在 100(2n－1＝199，n＝100)的位置上。
知 1～199 的奇数和是 1002＝10000。此和包括 59，2n－1＝57、n＝29、1～57 的奇数和为 292＝841。
所求为 10000－841＝9159。
或者 59＝30×2－1，302＝900，
10000－900＋59＝9159。

8.约倍数积法

任意两个自然数的最大公约数与最小公倍数的积，等于这两个自然数的积。
证明：设 M、N(都是自然数)的最大公约数为 P，最小公倍数为 Q、且 M、N 不公有的因数各为 a、b。
那么 M×N＝P×a×P×b。
而 Q＝P×a×b，
所以 M×N＝P×Q。
例 1 甲乙两数的最大公约数是 7，最小公倍数是 105。甲数是 21，乙数是多少？

例 2 已知两个互质数的最小公倍数是 155，求这两个数。
这两个互质数的积为 1×155＝155，还可分解为 5×31。
所求是 1 和 155，5 和 31。
例 3 两数的最大公约数是 4，最小公倍数是 40，大数是数的 2.5 倍，求各数。
由上述定理和题意知两数的积，是小数平方的 2.5 倍。
小数的平方为 4×40÷2.5＝64。
小数是 8。
大数是 8×2.5＝20。
算理：4×40＝8×20＝8×(8×2.5)＝82×2.5。

9.想 份 数

10 **巧用分解质因数**

例 1 四个比 1 大的整数的积是 144，写出由这四个数组成的比例式。

144＝24×32

＝(22×3)×[(2×3)×2]

＝(4×3)×(6×2)

可组成 4:6＝2:3 等八个比例式。

例 2 三个连续自然数的积是 4896，求这三个数。

4896＝25×32×17

＝24×17×(2×32)

＝16×17×18

1728＝26×33＝(22×3)3＝123

385＝5×7×11

例 4 1992 年小学数学奥林匹克试题初赛(C)卷题 3：找出 1992 的所有不同的质因数，它们的和是多少？

1992＝2×2×2×3×83

2＋3＋83＝88

例 5 甲数比乙数大 9，两数的积是 1620，求这两个数。

1620＝22×34×5

＝(32×22)×(32×5)

甲数是 45，乙数是 36。

例 6 把 14、30、33、75、143、169、4445、4953 分成两组，每组四个数且积相等，求这两组数。

八个数的积等于2×7×2×3×5×3×11×3×5×5×11×13×13×13×5×7×127×3×13×127。

每组数的积为2×32×52×7×11×132×127。两组为

例 7 600 有多少个约数？

600＝6×100＝2×3×2×2×5×5

＝23×3×52

只含因数 2、3、5、2×3、2×5、3×5、2×3×5 的约数分别为：

2、22、23；

3；

5、52；

2×3、22×3、23×3；

2×5、22×5、23×5、2×52、22×52、23×52；

3×5、3×52；

2×3×5、22×3×5、23×3×5、2×3×52、22×3×52、23×3×52。

不含 2×3×5 的因数的数只有 1。

这八种情况约数的个数为；

3＋1＋2＋3＋6＋2＋6＋1＝24。

不难发现解题规律：把给定数分解质因数，写成幂指数形式，各指数分别加 1 后相乘，其积就是所求约数的个数。(3＋1)×(1＋1)×(2＋1)＝24。

- 【小学数学解题思路大全】巧想妙算文字题

17.想 法 则

用来说明运算规律(或方法)的文字，叫做法则。

子比分母少 16。求这个分数？

由“一个分数乘以 5，是分子乘以 5 分母不变”，结果是分子的 5 倍比 3 倍比分母少 16。知

分子的 5－3＝2(倍)是 2＋16＝18，分子为 18÷2＝9，分母为 9×5－2＝43 或 9×3＋16＝43。

18.想 公 式

证明方法：

以分母 a，要加(或减)的数为

(2)设分子加上(或减去)的数为 x，分母应加上(或减去)的数为 y。

19.想 性 质

例 1 1992 年小学数学奥林匹克试题初赛(C)卷题 6：有甲、乙两个　　多少倍？

200÷16＝12.5(倍)。

例 2 思考题：三个最简真分数，它们的分子是连续自然数，分母大于 10，且它们最小公分母是 60；其中一个分数的值，等于另两个分数的和。写出这三个分数。

由“分母都大于 10，且最小公分母是 60”，知其分母只能是 12、15、20；12、15、30；12、15、60。

由“分子是连续自然数”，知分子只能是小于 12 的自然数。

满足题意的三个分数是

(二)第 400 个分数是几分之几？

此题特点：

(2)每组分子的排列：

假设某一组分数的分母是自然数 n，则分子从 1 递增到 n，再递减到 1。分数的个数为 n＋n－1＝2n－1，即任何一组分数的个数总是奇数。

(3)分母数与分数个数的对应关系，正是自然数与奇数的对应关系

分母：1、2、3、4、5、……

分数个数：1、3、5、7、9、……

(4)每组分数之前(包括这组本身)所有分数个数的和，等于这组的组号(这一组的分母)的平方。

例如，第 3 组分数前(包括第 3 组)所有分数个数的和是 32＝9。

$10\times2-1-6=13$(个)位置上。

分别排在 $81+7=88$(个)，$81+13=94$(个)的位置上。

或者 102=100， 100－12=88。

100－6＝94， 88＋6＝94。

问题(二)：由上述一串分数个数的和与组号的关系，将 400 分成某数的平方，这个数就是第 400 个分数所在的组数 400＝202，分母也是它。

第 400 个分数在第 20 组分数中，400 是这 20 组分数的和且正好是 20 的平方无剩余，故可断定是最后一个，即

若分解为某数的平方有剩余，例如，第 415 个和 385 个分数各是多少。

逆向思考，上述的一串分数中，分母是 35 的排在第几到第几个？

352－(35×2－1)＋1

＝1225－69＋1＝1157。

排在 1157－1225 个的位置上。

20.由规则想

例如，1989 年从小爱数学邀请赛试题：接着 1989 后面写一串数字，写下的每一个数字都是它前面两个数字的乘积的个位数字。

例如，8×9＝72，在 9 后面写 2，9×2＝18，在 2 后面写 8，……得到一串数：1989286……

这串数字从 1 开始往右数，第 1989 个数字是什么？

先按规则多计算几个数字，得 1989286884286884……显然，1989 后面的数总是不断重复出现 286884，每 6 个一组。

(1989－4)÷6＝330……5

最后一组数接着的五个数字是 28688，即第 1989 个数字是 8。

21.用 规 律

例 1 第六册 P62 第 14 题：选择“＋、 －、×、÷”中的符号，把下面各题连成算式，使它们的得数分别等于 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9。

(1)2 2 2 2 2＝0

(2)2 2 2 2 2＝1

……

(10)2 2 2 2 2＝9

解这类题的规律是：

先想用两、三个 2 列出，结果为 0、1、2 的基本算式：

2－2＝0，2÷2＝1；

再联想 2－2÷2＝1，2×2÷2＝2，2÷2＋2＝3，……

每题都有几种选填方法，这里各介绍一种：

2÷2＋2÷2－2＝0

2÷2×2－2÷2＝1

2－2＋2÷2×2＝2

2×2＋2÷2－2＝3

2×2×2－2－2＝4

2－2÷2＋2×2＝5

2＋2－2＋2×2＝6

2×2×2－2÷2＝7

2÷2×2×2×2＝8

2÷2＋2×2×2＝9

例 2 第六册 P63 题 4：写出奇妙的得数

2＋1×9＝

3＋12×9＝

4＋123×9＝

5＋1234×9＝

6＋12345×9＝

得数依次为 11、111、1111、11111、111111。此组算式的特点：

第一个加数由 2 开始，每式依次增加 1。第二个加数由乘式组成，被乘数的位数依次为 1、12、123、……继续写下去

7＋123456×9=1111111

8＋1234567×9=11111111

9＋12345678×9＝111111111

10＋123456789×9＝1111111111

11＋1234567900×9=11111111111

12＋12345679011×9=111111111111

……

很自然地想到，可推广为

(1)当 n=1、2 时，等式显然成立。

(2)设 n=k 时，上式正确。当 n=k＋1 时

k＋1＋123…k×9

=k＋1＋[123…(k－1)×10＋k］×9

=k＋1＋123…(k－1)×9×10＋9k

=[k＋123…(k－1)×9]×10＋1

根据数学归纳法原理，由(1)、(2)可断定对于任意的自然数 n，此等式都成立。

例 3 牢记下面两个规律，可随口说出任意一个自然数作分母的，所有真分数的和。

(1)奇数(除 1 外)作分母的所有真分数的和、是(分母－1)÷2。

=(21－1)÷2=10。

22.巧想条件

比 5 小，分母是 13 的最简分数有多少个。

7～64 为 64－(7－1)＝58(个)，去掉 13 的倍数 13、26、39、52，余下的作分子得 54 个最简分数。

例 2 一个整数与 1、2、3，通过加减乘除(可添加括号)组成算式，若结果为 24 这个整数就是可用的。4、5、6、7、8、9、10 中，有几个是可用的。

看结果，想条件，知都是可用的。

$4\times(1+2+3)=24$

$(5+1+2)\times 3=24$

$6\times(3+2-1)=24$

$7\times 3+1+2=24$

$8\times 3\div(2-1)=24$

$9\times 3-1-2=24$

$10\times 2+1+3=24$

23.想和不变

无论某数是多少，原分数的分子与分母的和 7＋11=18 是不变的。

而新分数的分子与分母的和为 1＋2=3，要保持原和不变，必同时扩大 18÷3＝6(倍)。

某数为 7－6＝1 或 12－11＝1。

24.想和与差

算理，原式相当于

求这个分数。

25.想差不变

分子与分母的差 41－35＝6 是不变的。新分数的此差是 8－7＝1，要保持原差不变，新分数的分子和分母需同时扩大 6÷1＝6(倍)。

某数为 42－35＝7，或 48－41＝7。

与上例同理。23－11＝12，3－1＝2，12÷2＝6，

某数为 11－6＝5 或 23－18＝5。

分子加上 3 变成 1，说明原分数的分子比分母小 3。当分母加上 2 后，分子比分母应小 3＋2=5。

26.想差的 1/2

对于任意分母大于 2 的同分母最简真分数来说，其元素的个数一定是偶数，和为这个偶数的一半。分母减去所有非最简真分数(包括分子和分母相同的这个假分数)的个数，差就是这个偶数。

例 1 求分母是 12 的所有最简真分数的和。

由 12 中 2 的倍数有 6 个，3 的倍数有 4 个，(2×3)的倍数 2 个，知所求数是

例 2 分母是 105 的，最简真分数的和是多少？

倍数 15 个，(3×5)、(5×7)、(3×7)的倍数分别是 7、3、5 个，(3×5×7)的倍数 1 个。知

105－［(35＋21＋15)－(3＋5＋7)＋1］＝48，

48÷2＝24。

27.借助加减恒等式

个数。

若从中找出和为 1 的 9 个分数，将上式两边同乘以 2，得

这九个分数是

28.计算比较

例如，九册思考题：1÷11、2÷11、3÷11……10÷11。想一想，得数有什么规律？

……

可见，除数是 11，被除数是 1 的几倍(倍数不得大于或等于 11)，商

17÷11＝(11＋6)÷11＝11÷11＋6÷11

凡商是纯循环小数的除式，都有此规律；不是纯循环小数的，得数不存在这一规律。

不难发现，它们循环节的位数比除数少 1，循环数字和顺序相同，只是起点不同。

只要记住 1÷7 的循环节数字“142857”和顺序，计算时以最大商的数字为起点，顺序写出全部循环节数字，即可。

29.由验算想

例如，思考题：计算 1212÷101，……，3939÷303，你能从计算中得到启发，很快说出下面各题的得数？

4848÷202，7575÷505，……

3939÷303

＝(3030＋909)÷303

＝3030÷303＋909÷303

＝10＋3＝13

备课用书这种由“除法的分配律”解，要使三年级学生接受，比较困难。

若从“除法的验算”推导

由 3939÷303＝( )，

商百位上的 3 和 13 相乘才可得 39，商个位上的 3 也必须与 13 相乘得 39，除数是 13 确定无疑。显然，在被除数上面写上除数，使位数对齐，口算很快会得出结果。

所以商是 12。

30.想 倍 比

31.扩 缩 法

例如，两数和是 42，如果其中一个数扩大 5 倍，另一个数扩大 4 倍，则和是 181。求这两个数。

若把和，即这两个数都扩大 4 倍，则得数比 181 小，因为原来扩大 5 倍的那个数少扩大了 1 倍。差就是那个数。

181－42×4＝13

42－13＝29

若把两数都扩大 5 倍，结果比 181 多了原来扩大 4 倍的那个数。

42×5－181＝29，42—29＝13。

若把 181 缩小 4 倍，则得数比 42 大。因为其中的一个数先扩大 5 倍，又

若把 181 缩小 5 倍，得数比 42 小。因为先扩大 4 倍的那个数，又缩小 5

最佳想法：

两数扩大的倍数不同，181 不会是 42 的整倍数。相除就把多扩大 1 倍的那个数以余数形式分离出来。

181÷42＝4 余 13。

另个数可这样求

32.分别假设

例如，1992 年中学数学奥林匹克试题初赛(C)卷题 5：把一个正方形的一边减少 20％，另一边增加 2 米，得到一个长方形，它与原来的正方形面积相等。那么，正方形的面积是多少平方米。

设正方形的边长为 1，另一边增加的百分数为 x，则

(1－1×20％)×(1＋x)＝1，

正方形边长 2÷25％＝8(米)，

面积 8×8＝64(平方米)。

此日志通过 TT-空间极速版一键转载生成。