

### 【转化思路】

解题时，如果用一般方法暂时解答不出来，就可以变换一种方式去思考，或改变思考的角度，或转化为另外一种问题，这就是转化思路。运用转化思路解题就叫转化法。

例1 姐妹两养兔100只，姐姐养的 $\frac{1}{3}$ 比妹妹养的 $\frac{1}{10}$ 多16只，求姐妹两

各养兔多少只？

分析（用转化思路思索）：

题中数量关系比较复杂，两个分率的标准量不同，为了简化数量关系，只呢？这时两人养的总只数该是多少只呢？假设后的数量关系，两人养的总只数应是： $100-16\times 3=52$ （只）

根据上面的假设，此题就转化为“姐妹两人共养兔52只，姐姐养的 $\frac{1}{3}$ 等于妹妹养的 $\frac{1}{10}$ ，两人各养兔多少只？”这时问题就解决了。

例2 计算： $1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+100}$

分析（用转化思路分析）：

本题求和，题中每个分数的分子都是1，分母是几个连续自然数的和，好像不能把每个分数分成两个分数相减，然后相加抵消一些数。但是只要我们按等差数列求和公式，求出分母就会发现，可将上面各分数的分母转化为两个连续自然数积的形式。

$$\text{因为 } 1 = \frac{2}{1 \times 2}$$

$$\frac{1}{1+2} = \frac{1}{\frac{(1+2) \times 2}{2}} = \frac{2}{2 \times 3}$$

$$\frac{1}{1+2+3} = \frac{1}{\frac{(1+3) \times 3}{2}} = \frac{2}{3 \times 4}$$

.....

$$\frac{1}{1+2+3+\dots+100} = \frac{1}{\frac{(1+100) \times 100}{2}} = \frac{2}{100 \times 101}$$

所以例题可以转化为：

$$\begin{aligned} & 1 + \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+3+\dots+100} \\ &= \frac{2}{1+2} + \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \dots + \frac{2}{100 \times 101} \\ &= 2 \times \left( \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{100 \times 101} \right) \\ &= 2 \times \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{100} - \frac{1}{101} \right) \end{aligned}$$

然后再相加，抵消中间各个分数即可。