

第一单元 负数

【例 1】某食品包装袋上注明：净含量 400 ± 5 克，说明该食品的净重在 () 克--- () 克之间都是合格的。

解析：分别计算最大值和最小值，再确定合格范围。 $400+5=405$ 克， $400-5=395$ 克；所以这种食品的净重在 395 克~405 克之间都是合格的。

解答：395 405

【例 2】某仓库有货物 50 箱，其中四天记录的数字如下（运进为正，运出为负），(1) 请说明各天记录的意义。

(2) 哪一天运出的箱数最多？

(3) 求出这四天共运进仓库多少箱，最后仓库内共有多少箱货物？

天数	第 1 天	第 2 天	第 3 天	第 4 天
箱数	+48	-40	+50	-30

解析：

(1) 规定：运进的箱数为正，运出的箱数为负。
读表时，读到每天的箱数，先看这个数的前面的符号是正号还是负号。如果是“+”表示运进，如果是“-”表示运出，最后再结合符号后面的数，说出每天运进或运出的箱数。

要点提示：
相反意义的量用正负数区分，体现相对数学思想。

(2) 题中明确指出：哪天运进的箱数最多，也就是比较正数 +48 和 +50 的大小。根据正数大小比较方法得出 $+50 > +48$ 。

(3) 求这四天共运进仓库的箱数，就是求上面 +48、-40、+50 和 -30 这几个数的和。计算时，可以按顺序计算 $48-40+50-30=28$ (箱)；也可以把运进箱数相加然后再减去运出的箱数， $48+50-40-30=28$ (箱)。计算最后仓库内货物的箱数，就用原有的箱数 50 加上四天运进的箱数 28，结果是 $50+28=78$ (箱)。

解答：

(1) +48 表示第 1 天运进 48 箱；-40 表示第 2 天运出 40 箱；+50 表示第 3 天运进 50 箱；-30 表示第 4 天运出 30 箱。

(2) -40 表示第 2 天运出 40 箱，-30 表示第 4 天运出 30 箱， $40 > 30$ ，所以第 2 天运出的箱数多。

(3) $48-40+50-30=28$ (箱) $50+28=78$ (箱)

答：4 天共运进 28 箱货物，最后仓库共有 78 箱货物。

【例 3】如果把 7 次作为标准，超过的次数用正数表示，不足的次数用负数表示。请用正负数表示以下各位学生的“引体向上”的成绩。



李亮	刘红	张海 明	崔可	黄兰	淘气
9 次	7 次	8 次	4 次	5 次	6 次

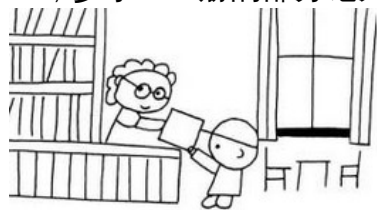
解析：解答上述问题时，先看每人的次数与 7 的大小关系。以 7 次为标准，就

是说如果正好 7 次记为 0；比 7 次多的次数用正数表示，如 8 次记为 +1；比 7 次少的次数记为负数，如 6 次记为 -1。李亮的次数是 9，比 7 次多 2，所以记为 +2；刘红的次数正好是 7 次，所以记为 0；张海明的次数是 8 次，比 7 次多 1，所以记为 +1；崔可的次数是 4 次，比 7 次少 3，所以记为 -3、黄兰的次数是 5，比 7 次少 2，所以记为 -2；淘气的次数是 6，比 7 少 1，所以记为 -1。

解答：

李亮	刘红	张海明	崔可	黄兰	淘气
9 次	7 次	8 次	4 次	5 次	6 次
+2	0	+1	-3	-2	-1

【例 4】下面是某学校图书馆上周借书情况统计表。（超过 100 册的部分记为正，少于 100 册的部分记为负。）



周一	周二	周三	周四	周五
+49	0	-4	-28	5

(1) 分别算出上周周一至周五每天各借出书多少册？

(2) 上周平均每天借出多少册书？

解析：超过 100 册的部分记为正，就是比 100 册多的部分记为正数，比 100 册少的部分记为负数，如果正好是 100 册则记为 0。

(1) 周一借书记录是 +49，就是说周一借书的册数为 $100+49$ ，周二借书记录为 0，就是说周二正好借书 100 册，周三借书记录为 -4，就是说比 100 册少 4 册，即 $100-4$ ，周五借书记录是 +5，就是比 100 册多 5 册。

(2) 计算出上周每天的借书册数后，根据平均数=总数量÷总份数来列式解答。

解答：

(1) 周一： $100+49=149$ (册) 周二： $100+0=100$ (册) 周三： $100-4=96$ (册)
周四： $100-28=72$ (册) 周五： $100+5=105$ (册)

答：周一借出书 149 册，周二借出书 100 册，周三借出书 96 册，周四借出书 72 册，周五借出书 105 册。

(2) $(149+100+96+72+105) \div 5=104.4$ (册)

答：上周平均每天借出 104.4 册。

【例 5】红红爸爸是一名登山爱好者，周日几个好友相约一起登山，山脚下海拔高度为 250 米。早上 8 点时已经登到海拔 480 米处，于是稍作休息，又向上行进了 180 米。此时天突然刮起大风，为了安全，只好再向上行进了 -150 米，到达一个安全地点，此安全地点海拔多少米？

解析：早上 8 点时已经登到海拔 480 米处，稍作休息，又向上行进了 180 米，可知是在海拔 $480+180=560$ 米处，再根据“只好再向上行进了 -150 米，到达一个安全地点”，可知此安全地点海拔是

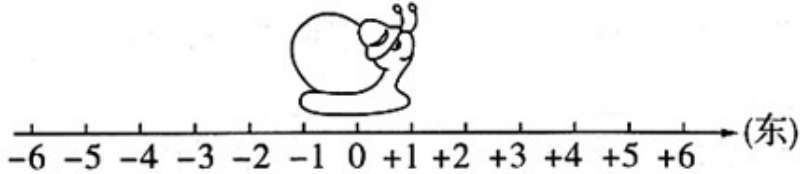
要点提示：
向上行进了 -150 米就是向下行进了 150 米。

560-150=410 米。

解答：480+180-150=560-150=410（米）

答：此安全地点海拔 410 米。

【例 6】现在蜗牛的位置在 O 处，每走 1 格表示 1 米。蜗牛向东行 3 米，又向西行 6 米，这时蜗牛的位置表示为多少米？



解析：本题考查的知识点有正负数的意义和数形结合思想。解答时，先确定向东的方向是正方向，向东行驶 3 米记作 +3 米，接着向西行驶 6 米记作 -6 米，但是向西行走的过程中还要经过 0 点，所以向西行驶 6 米后的位置是 -3 米。

解答：-3

要点提示：
数形结合思想是一种常用的数学思想。

第二单元 百分数

【例 1】对错我来判。（对的在括号里画“√”，错的画“×”）

一台电脑 4500 元，先降价 10%，后来又提价 10%，这台电脑的价格还是 4500 元。（ ）

解析：本题考查的知识点有求比一个数多百分之（少百分之几）的数是多少。解答时，要明白和理解两次 10% 所代表的单位“1”是不同的，降价的 10% 是以原价 4500 元为单位“1”，后一个 10% 是以降价后的 $4500 \times (1 - 10\%) = 4050$ （元）为单位“1”，所以目前这台电脑的价格为 $4050 \times (1 + 10\%) = 4455$ （元）。

解答：×

【例 2】甲数比乙数多 25%，则乙数比甲数少（ ）。

解析：本题考查的知识点是判断和区别不同的单位“1”并利用转化法解答问题。

甲比乙多 25%（ $\frac{1}{4}$ ）说明乙是单位“1”，如果

把乙看成 4 份，则甲有 $4 + 1 = 5$ （份），

这样乙比甲少 $5 - 4 = 1$ （份），少甲的 $1 \div 5 = \frac{1}{5}$ 。

解答：20%

【例 3】某商品按 20% 的利润定价，若按八折出售，每件亏损 64 元。每件成本是多少元？

解析：解答百分数问题的关键是找准百分数的单位“1”。商品先按 20% 的利润定价，就是说定价是进价的 $1 + 20\%$ 即 120%，如果设进价是 x 元，则定价是 $(1 + 20\%)x = 1.2x$ 元，这时，如果再打八折出售，就是按定价的 80% 出售，即 $1.2x$ 的 80%，也就是 $80\% \times (1.2x) = 0.96x$ 元，这时的售价比进价少了 64 元。解答是，抓住这一等量关系列出方程，然后解答即可。

解答：

解：设这种商品的成本是 x 元，则定价为 $(1 + 20\%)x = 1.2x$ 元，售价为 $80\% \times (1.2x) = 0.96x$ 元，由题意得：

要点提示：
把百分数先转化成分数，再转化成份数。

要点提示：
方程思想是解答复杂百分数问题常用的方法。

$$x-0.96x=64$$

$$0.04x=64$$

$$x=1600$$

答：这种商品的成本是 1600 元。

【例 4】某商场在十一促销期间，将一批商品降价出售。如果减去定价的 10% 出售，那么可盈利 215 元；如果减去定价的 20% 出售，那么亏损 125 元。此商品的购入价是（ ）元。

解析：减去定价的 10% 出售，盈利 215 元；减去定价的 20% 出售，亏损 125 元，就是说该商品的 (20%-10%) 所对应的数量是 215+125=340 (元)，这时我们可以根据数量差÷分率差=单位“1”列式 $(215+125) \div (20\%-10\%)$ 求出定价是 3400 元；如果求商品的购入价，可以根据按照定价的 (1-10%) 还可以获利 215 元，列式 $3400 \times (1-10\%) - 215$ 求出该商品的购入价是 2845 元。

解答：

$$\text{定价为：} (215+125) \div (20\%-10\%) = 3400 \text{ (元)}$$

$$\text{进价为：} 3400 \times (1-10\%) - 215 = 2845 \text{ (元)}$$

答：此商品的购入价是 2845 元。

【例 5】一件商品原价是 480 元，商场开展“满 300 元减 120 元”的促销活动，实际上这件商品降价（ ）成。

解析：本题考查的知识点是成数问题，解答时理解“满 300 元减 120 元”是解答此题的关键。“满 300 元减 120 元”的意思是满 300 元需要付款 $300-120=180$ 元，因为 480 元里只含有 1 个 300 元，所以原价 480 元的商品需要付款 $480-120=360$ (元)，也就是打了 $(480-120) \div 480 = 360 \div 480 = 75\% =$ 七五折，这样相当于降价 $1-75\% = 25\% =$ 二成五。

解答：

$$(480-120) \div 480 = 360 \div 480 = 75\% \quad 1-75\% = 25\% = \text{二成五}$$

答：实际上这件商品降价二成五。

【例 6】张老师购买面积为 100 平方米的商品房需人民币 62 万元，首付 20 万元，余下所需的钱从银行按揭贷款，贷款 10 年，年利率是 2.5% (不考虑复利)，他买房实际每平方米价值多少元？

解析：求张老师买房实际每平方米的价格需要先求出张老师这套 100 平方米的住房实际付款多少元，也就是需要先求出张老师贷款需要支付的本息和。首付 20 万元，贷款支付的本息和是 $62-20 + (62-20) \times 2.5\% \times 10 = 52.5$ (万元)；接着计算出买这套房子实际支付的钱数， $20+52.5=72.5$ (万元)，最后计算出单价列式为 $72.5 \div 100 = 72.5 \div 100 = 0.725$ (万元) = 7250 (元)。解答利息利用的数量关系式是：本息和=本金+本金×年利率×时间。

解答：

$$62-20=42 \text{ (万元)}$$

$$42+42 \times 2.5\% \times 10 = 42+10.5 = 52.5 \text{ (万元)}$$

$$(52.5+20) \div 100 = 72.5 \div 100 = 0.725 \text{ (万元)} = 7250 \text{ (元)}$$

答：他买房实际每平方米价值 7250 元。

【例 7】奶奶有 20000 元钱，有两种理财方式：一种是买银行 1 年期理财产品，年收益率是 5.2% (3 年内利率不变)；另一种是买 3 年期国债，年利率 5.00%。3 年后，哪种理财方式收益更大？

解析：本题考查的知识点是用分类讨论的方法解决简单的利率问题。解答时要分别求出两种理财方式的收益，然后进行比较，最后确定哪种理财方式收益更多。

如果采用买一年期理财方式，可以先求出第一年的收益，根据利息=本金×年利率×时间列式为 $20000 \times 5.2\% \times 1 = 1040$ （元），然后再求出第二年的收益（这里注意本金是 20000 元加上第一年的手语 1040 元。）列式为 $(20000+1040) \times 5.2\% \times 1 = 10403 \times 5.2\% \times 1 = 1094.08$ （元）；接着采用类似的方法计算出第 3 年的收益，列式为 $(20000+1094.08+1040) \times 5.2\% \times 1 = 21094.08 \times 5.2\% \times 1 \approx 1150.97$ （元）；然后计算出三年收益和为 $1040+1094.08+1150.97 \approx 3285.05$ （元）。

如果采用购买三年期国债，根据利息=本金×年利率×时间列式计算出收益为 $20000 \times 5.0\% \times 3 = 1000 \times 3 = 3000$ （元）。

最后再比较两种理财方式的多少。

解

(1) 先买一年期，把本金和利息取出来合在一起，再存入一年，

$$20000 \times 5.2\% \times 1 = 1040 \text{ (元)}$$

$$(20000+1040) \times 5.2\% \times 1 = 10403 \times 5.2\% \times 1 = 1094.08 \text{ (元)}$$

$$(20000+1094.08+1040) \times 5.2\% \times 1 = 21094.08 \times 5.2\% \times 1 \approx 1150.97 \text{ (元)}$$

$$1040+1094.08+1150.97 \approx 3285.05 \text{ (元)}$$

(2) 三年期： $20000 \times 5.0\% \times 3 = 1000 \times 3 = 3000$ （元）

$$3285.05 \text{ 元} > 3000 \text{ 元}$$

答：第一种理财方式收益更大。

【例 8】一种饮料，原定价为 5 元/瓶，甲、乙、丙、丁四个商店以不同的销售方式促销。

甲：打八五折出售 乙：买四送一

丙：满 80 元减 20 丁：买够百元打七五折

如果买 10 瓶，去哪家买最划算？

解析：四家商店的促销方式不同，甲店的八五折出售，就是按照购买商品总价的 85%来结算；乙店是买四送一，也就是说花 4 瓶的价钱买到 5 瓶饮料，也就是按照 $4 \div 5 = 0.8 = 80\% =$ 八折的方式来结算。丙店是满 80 元减去 20 元，因为单价是 5 元，买 10 瓶的价钱是 $5 \times 10 = 50$ （元），50 元不足 80 元，所以不能优惠；丁店的优惠方式和丙一样，也是不足 100 元不能优惠，即丙和丁都需要按照总价结算。

解答：

$$\text{甲：} 5 \times 10 \times 85\% = 42.5 \text{ (元)}$$

$$\text{乙：} 10 \div (4+1) = 2 \text{ (组)} \quad 5 \times 4 \times 2 = 40 \text{ (元)}$$

$$\text{或者是：} 5 \times 10 \times 80\% = 40 \text{ (元)}$$

$$40 < 42.5$$

答：去乙店购买划算。

【例 9】十一”期间，儿童游乐园实行售票优惠活动，优惠的方式有两种：一种是成人全价，儿童半价；另一种是不管成人还是儿童一律打八折，两种优惠方式可以任意选一种。如果是一个老师带着 4 名学生去，应该选择哪一种优惠方式？

解析：本题考查的知识点有全价、半价以及八折等知识点，解答时应为没有给

出具体的门票价格，可以设门票的价格是 a 元。根据总价=单价×数量，这样第一种方式需要付费 $a \times 0.5 \times 4 + a = 3a$ （元）；第二种方式需要付费 $(1+4) \times a \times 0.8 = 4a$ （元），最后再比较出第一种方式优惠。

解答：设门票为 a 元。

第一种方式需付费： $a \times 0.5 \times 4 + a = 3a$ （元）

第二种方式需付费： $(1+4) \times a \times 0.8 = 4a$ （元）

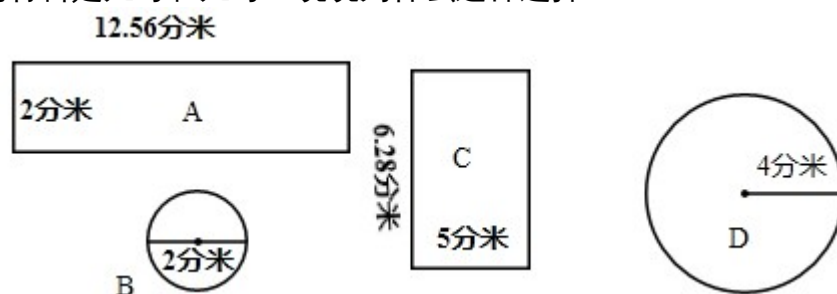
$$3a < 4a$$

答：应选选择第一种优惠方案。

要点提示：
设数的方法也是解决问题的一种常用方法。

第三单元 圆柱和圆锥

【例 1】请你制作一个无盖圆柱形水桶，有以下几种型号的铁皮可搭配选择。你选择的材料是几号和几号？说说为什么这样选择？



解析：选择组合圆柱形水桶的底面和侧面时，因为圆柱的侧面展开图的长是圆柱的底面周长，所以，可以先根据给出的圆柱的底面圆计算出这个圆的周长，然后再看和哪个长方形的长或宽数据一致，就选择哪组。

解答：材料 B 的周长： $3.14 \times 2 = 6.28$ （分米），材料 D 的周长是 $2 \times 3.14 \times 4 = 25.12$ （分米），根据上面每个材料给出的数据，B 和 C 的材料搭配合适。

要点提示：
组合的方法也是解决问题的一种常用方法。

【例 2】一种圆柱形状的饮料盒，底面直径 5.6 厘米，高 13 厘米。要把它的侧面全部围上包装纸，这张包装纸的面积至少是多少？（得数保留整百平方厘米）

解析：计算圆柱的侧面积，可利用圆的周长公式计算出圆柱体底面周长，然后用底面周长乘高进行计算即可得到这个圆柱体的侧面积。

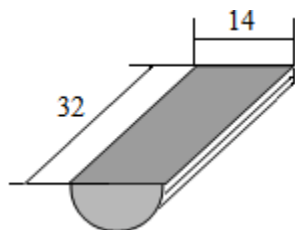
解答： $3.14 \times 5.6 \times 13 = 17.584 \times 13 = 228.592$

≈ 300 （平方厘米）

答：每张包装纸的面积至少是 300 平方厘米。

要点提示：
结果采取进一法是一种常用数学方法。

【例 3】把一根圆柱形木料对半锯开（如图，单位：厘米），求这半块木料的体积。

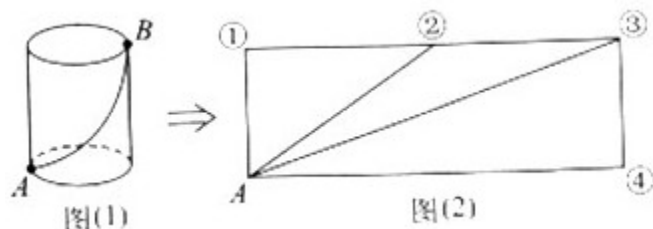


解析：本题考查的知识点是圆柱的体积和数学的转化思想。计算半圆柱的体积时，先计算出整个圆柱的体积，然后再除以2，即可求出半圆柱的体积。

解答： $3.14 \times (14 \div 2)^2 \times 32 \div 2$
 $= 3.14 \times 49 \times 32 \div 2$
 $= 4923.52 \div 2$
 $= 2461.76$ (立方厘米)；

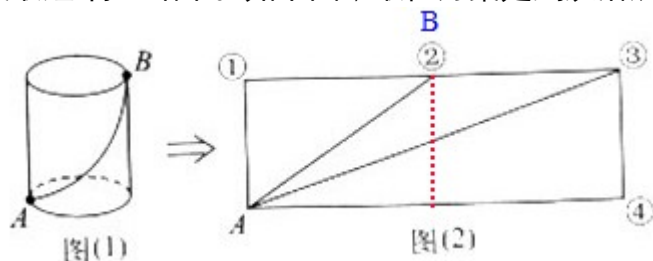
要点提示：
将不规则圆柱转化为规则圆柱，体现了数学的转化思想。

【例4】下面的图(2)是图(1)的侧面展开图。一只蚂蚁沿着圆柱的侧面，从A点沿最短的距离爬到B点。B点在图(2)中的位置是()



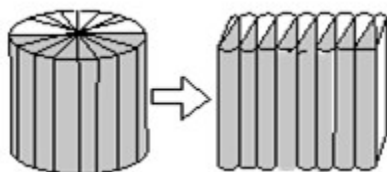
- A① B② C③ D④

解析：要求蚂蚁爬行的最短距离，需将圆柱的侧面展开，进而根据“两点之间线段最短”得出结果。如下图，最佳方案是蚂蚁沿展开图中线段A②爬行。



解答：B

【例5】将一个圆柱分成若干等份，拼成一个近似的长方体，这个长方体的高为10厘米，表面积比圆柱多40平方厘米。圆柱的体积是多少立方厘米？

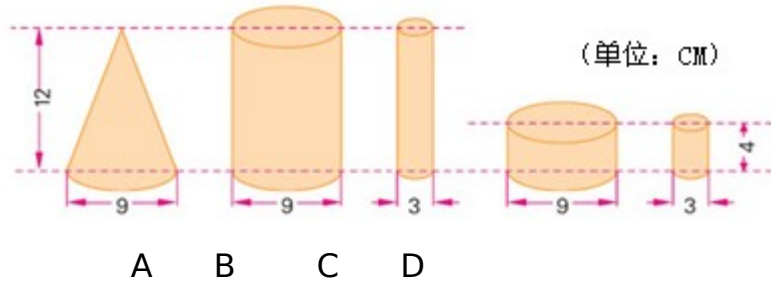


解析：拼成的近似的长方体的上下面的面积等于原来圆柱体的上下底面积，这个长方体的前后面的面积等于圆柱体的侧面积，增加的是这个长方体的左右两个面的面积，左右面的长等于圆柱体的高，宽等于圆柱体的底面半径，用增加的一个面的面积除以圆柱体的高即可求圆柱体的底面半径，再根据圆柱体的体积公式计算即可。

解答： $3.14 \times (40 \div 2 \div 10)^2 \times 10$
 $= 12.56 \times 10$
 $= 125.6$ (立方厘米)
 答：圆柱的体积是 125.6 立方厘米。

要点提示：
抓住“不变量”是一种常用的数学解题方法。

【例 6】下面的圆柱与圆锥体积相等的是 ()。

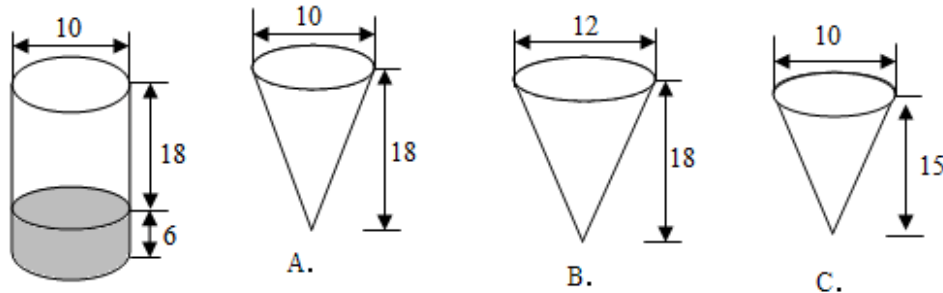


解析：本题考查的知识点有圆柱的体积计算、圆锥与圆柱体积关系和数学的“等积变形”思想。解答时根据等底等高的圆柱的体积和圆锥的体积的 3 倍，所以底面积相等，圆锥的高是圆柱的高的 3 倍的圆柱和圆锥的体积相等。

要点提示：
等积变形是一种重要的数学思想。

解答：C

【例 7】小明做了一个圆柱体和几个圆锥体，规格如下图，将圆柱内的水倒入第 () 个圆锥体，正好倒满。



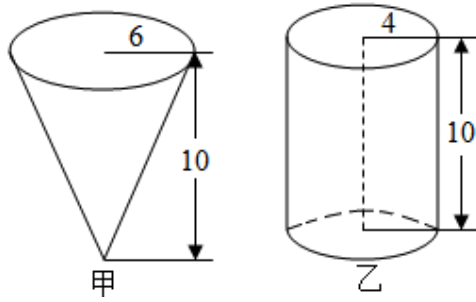
解析：本题考查的知识点是等底等高的圆柱与圆锥的体积之间的关系。解答时，先观察，因为选项 A 中圆锥与圆柱等底等高，所以选项 A 中圆锥的容积 = $\frac{1}{3}$ 圆柱的容积。

要点提示：
抓不变量的方法是解答此类问题的关键。

A 中圆锥形容器中，正好倒满。

解答：A

【例 8】有甲乙两个容器，甲容器注满水后，倒入乙容器里，乙容器里水深多少？(单位：厘米)



解析：本题考查的知识点有圆锥和圆柱的体积计算以及数学的“等积变形”思想。

解答时，先根据甲容器圆锥的体积 $=\frac{1}{3}\times$ 底面积 \times 高计算出水的体积，再结合这些水的体积不变，即圆锥内水的体积等于倒入圆柱后水的体积。最后根据圆柱的高 $=$ 圆柱的体积 \div 圆柱的底面积即可求出倒入圆柱中的水的高度。

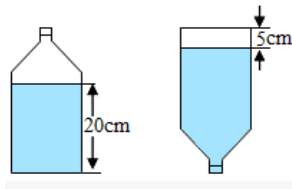
解答：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times 3.14 \times 6^2 \times 10 \div (3.14 \times 4^2) \\ &= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 36 \times 10 \div (3.14 \times 16) \\ &= 376.8 \div 50.24, \\ &= 7.5 \text{ (厘米)}; \end{aligned}$$

要点提示：
“等积变形”思想是一种常用的数学解题思想方法。

答：乙容器里水深 7.5 厘米。

【例 9】一种饮料瓶的瓶身呈圆柱形（不包括瓶颈），容积是 30 立方厘米，现在瓶中装有一些饮料，正放时饮料高度是 20 厘米，倒放时，空余部分的高度是 5 厘米，瓶中现有多少毫升饮料？



解析：本题考查的知识点有圆柱的体积计算和数学的“转化”思想。分析时把瓶颈空的那部分换成瓶身圆柱形部分，瓶的总体积相当于 5+20 厘米高的圆柱形

而饮料占 20 厘米，也就是总体积的 $\frac{20}{20+5}$ ，所以饮料的体积为： $30 \times \frac{20}{20+5}$
 $=24$ （立方厘米）。

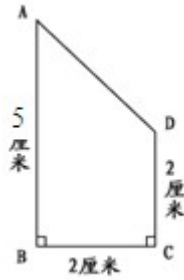
解答：

$$30 \times \frac{20}{20+5} = 24 \text{ (立方厘米)}$$

答：瓶内有饮料 24 立方厘米。

要点提示：
“转化”思想是一种常用的数学解题思想方法。

【例 10】如图 ABCD 是直角梯形。（单位：厘米）以 AB 为轴，并将梯形绕这个轴旋转一周，得到一个立体图形，它的体积是多少？



解析：本题考查的知识点有圆柱和圆锥的体积计算以及数学的运动变化思想。解答是先明白绕下底 AB 旋转一周形成的立体图形是一个高为 2 厘米，底面半径为 2 厘米的圆柱与一个高为 (5-2) 厘米，与圆柱等底的圆锥的合体，根据圆柱、圆锥的体积公式即可求出它的体积。

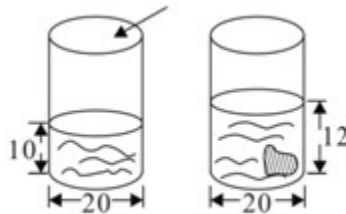
解答：

$$\begin{aligned}
 & 3.14 \times 2^2 \times 2 + \frac{1}{3} \times 3.14 \times 2^2 \times (5-2) \\
 &= 3.14 \times 4 \times (2 + \frac{1}{3} \times 3) \\
 &= 3.14 \times 12 \\
 &= 37.68 \text{ (立方厘米)}
 \end{aligned}$$

要点提示：
从运动变化的角度分析也是一种常用的数学解题方法。

答：它的体积是 37.68 立方厘米。

【例 11】 求出石块的体积。（单位：厘米）



解析：本题直接考查的知识点是不规则物体体积的计算。解答时可以利用数学的转化思想，将不规则的石块放入圆柱后，体积就转化为一个底面直径是 20 厘米，高是 12-10=2（厘米）的圆柱的体积，然后再根据圆柱的体积=底面积×高，列式计算解答。

解答：

$$\begin{aligned}
 & 3.14 \times (20 \div 2)^2 \times (12-10) \\
 &= 3.14 \times 100 \times 2 \\
 &= 3.14 \times 200 \\
 &= 628 \text{ (立方厘米)}
 \end{aligned}$$

要点提示：
计算不规则物体的体积时，有时可以利用数学的转化思想，转化为规则物体。

答：石块的体积是 628 立方厘米。

第四单元 比例

【例 1】 用 3、5、24 和 40 你可以写出几个比例来？

解析：本题考查的知识点是比例的基本性质。解答时，先根据比例中，两个内项的积等于两个外项的积，把上面的四个数写出一个等积式， $3 \times 40 = 5 \times 24$ ，然后根据这一基本性质

要点提示：
有序思考和分类讨论都是解决数学问题的方法。

是

3、5、24 和 40 的比例，这样可以写出 8 个不同的比例。

解答：

$$3:5=24:40 \quad 3:24=5:40 \quad 5:3=40:35 \quad 5:40=3:24$$

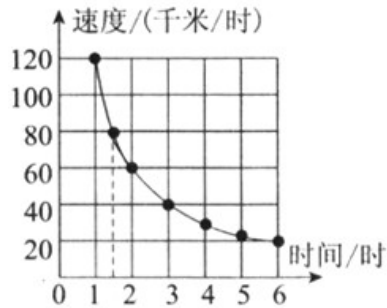
$$24:3=40:5 \quad 24:40=3:4 \quad 40:5=24:3 \quad 40:24=5:3$$

【例 2】一只青蛙四条腿，两只眼睛一张嘴；两只青蛙八条腿，四只眼睛两张嘴；三只青蛙……”，儿歌中青蛙的只数与对应的腿数成（ ）比例关系。

解析：本题考查的知识点是正比例关系的判断。解答时，先找出已知的信息中的两个变量，青蛙的只数和对应的腿数，然后看这两个变量之间的关系，判断它们的比值一定还是积一定，因为腿数÷只数=4（一定）所以，青蛙的只数和对应的腿数成正比例关系。

解答：正比例

【例 3】看图象回答问题。



(1) 速度和时间是否成比例，如果成比例，成什么比例？

(2) 利用图象估计一下，如果想要 4 小时行完全程，每小时行多少千米？

解析：本题考查的知识点是利用对应法解答反比例关系问题。

(1) 解答时，先观察给出的两个变量，一个是速度一个是时间，观察图形发现：时间随着速度的变化而变化，并且速度×时间=路程（一定），所以速度和时间成反比例关系。

(2) 观察图像发现：当速度是每小时 120 千米时，时间是 1 小时，速度每小时 80 千米时，时间是 1.5 小时，当每小时行 60 千米时，时间是 2 小时，……，这是发现，如果想 4 小时行驶完全程时，速度对应的点是 3 小时。

解答：

(1) 因为速度×时间=路程（一定），所以速度和时间成反比例。

(2) 根据图形观察，如果想 4 小时行完全程，每小时行 30 千米。

要点提示：
观察图像时，可以采用对应法一一观察。

【例 4】学校把 414 棵树苗按各班的人数分给六年级的三个班。一班和二班分得树苗的棵数比是 2：3，二班和三班分得树苗的棵数比是 5：7。求每个班各分得树苗多少棵

解析：本题考查的知识点有把两个比转化为一个比和按比例分配解答问题。解答时，先把两个比转化为一个比，然后再按比例分配解答即可。

解答：2:3=10:15 5:7=15:21,所以一班、二班和三班分得树苗棵数比是 10:15:21, 10+15+21=46

$$414 \times \frac{10}{46} = 90 \text{ (棵)}$$

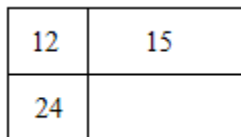
要点提示：
解答此类问题时，可以把两个比转化为一个连比。

$$414 \times \frac{15}{46} = 135 \text{ (棵)}$$

$$414 \times \frac{21}{46} = 189 \text{ (棵)}$$

答：三个班分得的树苗棵数分别是 90 棵、135 棵和 189 棵。

【例 5】 一块长方形菜地，两条互相垂直的线把它分成了四块（如图）。其中三块的面积分别是 12、15 和 24 平方分米，则第四块的面积是()平方分米。



解析：本题考查的知识点有比例和数学的对应思想。解答时先根据长方形的性质，得 12 和 15 所在的长方形的长的比是 4 : 5；再设要求的第四块的面积是 x 平方米，则 $24 : x = 4 : 5$ ， $x = 30$ ，所以，第四块部分的面积是 30 平方米。

解答：30

【例 6】 甲乙两种商品的价格比是 5 : 3，如果它们的价格分别下降 15 元，其价格比则变为 7 : 3。这两种商品的原价各是多少元？

解析：本题考查的知识点有解比例和份数法设未知数。解答时，因为降价前后的份数比发生了变化，所以可以抓住降价前的份数比是 5:3，设其中的一份为 x，这样甲商品的价格是 5x，乙商品的价格是 3x，两种商品都降价 15 元后，价格比是 7:3，这样可以得出比例 $(5x-15):(3x-15)=7:3$ ，然后再根据比例的基本性质求出 x 的值，然后再求出两种商品的原价。

解答：

解：设原来甲种商品的价格是 5x 元，乙种商品的价格是 3x 元。

$$(5x-15):(3x-15)=7:3$$

$$7(3x-15)=3(5x-15)$$

$$21x-105=15x-45$$

$$6x=60$$

$$x=10$$

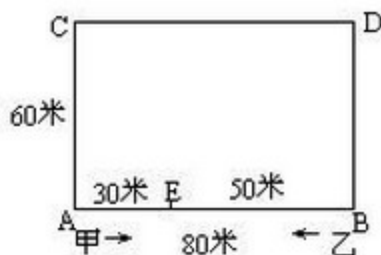
$$5x=50 \quad 3x=30$$

要点提示：

解答有关比的问题时，可以用设一份量为 x 的方法来解答。

答：原来两种商品的价格分别是 50 元和 30 元。

【例 7】 如图，甲、乙两人绕一长 80 米、宽 60 米的矩形操场跑步锻炼。甲从 A，乙从 B 相向而跑，结果第一次在 E 处相见，E 离 A 处有 30 米，然后继续跑。问甲、乙能否再在 E 处相遇？如果能，那是甲、乙的第几次相遇？



解析：从图可知，BE = 50 米，这意味着乙的速度比甲快，甲、乙速度之比为 3 : 5。如果再次在 E 处相遇，此时甲、乙都跑了整数圈。由于时间相同，路程

的比等于速度的比，所以甲跑了 3 圈，乙跑了 5 圈。因为甲、乙相遇一次，就是合起来跑了一圈，所以甲、乙共跑了 $3+5=8$ （圈）。从 E 出发后甲、乙两人共遇见了 8 次，第八次又在 E 处相遇，这也是甲、乙的第九次相遇（包括第一次在 E 处相遇）。

解答：甲、乙的第九次相遇。

【例 8】 一个长方形按 4:1 放大后，它的周长和面积各发生了怎样的变化？

解析：解答此类放大或缩小类问题时，可以采用“设数法”来解答。设数时，一般设比较小的整数，这样计算起来比较简单，比如此题可以设原来长方形的长是 5 厘米，宽是 4 厘米，然后先求出原来的周长和面积，接着求出扩大后的周长和面积，最后进行比较，从而得出结论。

解答：设长方形的长是 5 厘米，宽是 4 厘米。

原来的周长是： $(5+4) \times 2=18$ （厘米）

原来的面积： $5 \times 4=20$ （平方厘米）

新长方形的长： $5 \times 4=20$ （厘米）宽： $4 \times 4=16$ （厘米）

新长方形的周长： $(20+16) \times 2=72$ （厘米）

新长方形的面积： $20 \times 16=320$ （平方厘米）

周长的变化： $72:18=4:1$ ，面积的变化： $320:20=16:1$

答：长方形的周长扩大为原来的 4 倍，面积扩大为原来的 16 倍。

【例 9】 一幅地图的比例尺为 1:50000，现在如果改为 1:20000 的比例尺，则原来图上 10 厘米的距离，现在应画多少厘米？

解析：本题考查的知识点是图上距离、实际距离和比例尺的关系。解答时，不管比例尺怎样变化，实际距离是不变的。根据图上距离和原来的比例尺先求出实际距离，列式为 $10 \div \frac{1}{50000}=500000$ （厘米），然后再根据新地图的比例

出和实际距离求出图上距离，列式为 $500000 \div \frac{1}{20000}=25$ （厘米）。

解答： $10 \div \frac{1}{50000}=500000$ （厘米）

$500000 \div \frac{1}{20000}=25$ （厘米）

答：现在应该画 25 厘米。

【例 10】 一艘轮船以每小时 40 千米的速度从甲港开往乙港，行了全程的 20% 后，又行驶了 1 小时，这时未行路程与已行路程的比是 3:1。甲乙两港相距多少千米？

解析：本题考查的知识点有比与分数的互化和路程、时间和速度之间的关系。

解答时要先理解“未行路程与已行路程的比是 3:1”的意思就是已行了全程的

$\frac{1}{3+1}$ ，这时用 $\frac{1}{3+1}-20\%$ 就是 1 小时 40 千米这一路程所对应的分率，所以用数量 40 除以该数量所对应的分率就是单位“1”全程。

解析： $40 \times 1 \div (\frac{1}{3+1}-20\%)=800$ （千米）

答：甲乙两港相距 800 千米。

要点提示：
设数的方法是解答比和比例问题常用的方法。

要点提示：
解答此类问题的关键是抓住实际距离不变这一不变量。

要点提示：
解答此题的关键是把路程比转化为分数。

第五单元 鸽巢问题

【例 1】红、黄、蓝三种颜色的球各 6 个，混合后放在一个布袋里，一次至少摸出几只，才能保证有两只是同色的？

解析：把 3 种不同颜色看作 3 个抽屉，把不同颜色的球看作元素，从最不利情况考虑，每个抽屉先放 1 个球，共需要 3 个，再取出 1 个不论是什么颜色，总有一个抽屉里的球和它同色，所以至少要取出： $3+1=4$ （个）。

解答： $3+1=4$ （个）

答：一次至少摸出 4 个，才能保证有两个是同色的。

要点提示：
解答此题的关键是把三种颜色看成三个抽屉。

【例 2】在一次春游活动中，三年级 1 班有 31 人带了面包，38 人带了饮料，36 人带了水果，34 人带了巧克力，全班有 45 人。可以肯定的是有（ ）人这 4 种都带了。

解析：可能没带面包的： $45 - 31 = 14$ 、可能没带饮料的： $45 - 38 = 7$ 、可能没带水果的： $45 - 36 = 9$ 、可能没带巧克力的： $45 - 34 = 11$ 、可能只带四样中其中一样的： $14 + 7 + 9 + 11 = 41$ ，所以可以肯定四样都带了的至少有： $45 - 41 = 4$ （人）。

解答：可以肯定至少有 4 人这四样都带了。

【例 3】一个袋里有红珠子 6 粒，黄珠子 8 粒，蓝珠子 10 粒。最少要抽出多少粒珠子才可保证有 3 粒是同一颜色？

解析：本题考查的知识点是抽屉原理。从最坏情况进行考虑：一共摸出 6 粒：同时摸出红色、蓝色、黄色各 2 颗；此时再任意摸出一个，就一定有 3 粒珠子颜色相同。

解答： $3 \times 2 + 1 = 7$ （粒）

答：最少要抽出 7 粒珠子才可保证有 3 粒是同一颜色。

要点提示：
考虑最差情况解答此题的关键。

【例 4】笔筒里有 3 支红笔和 2 支黑笔，如果蒙上眼睛摸一次，至少拿出几支笔才能保证有 1 支红笔？

解析：把红笔和黑笔看做是两个抽屉，5 只笔看做是 5 个元素，根据抽屉原理考虑最差情况：摸出 2 支全是黑笔，那么再任意摸出一支就是红笔。

$2+1=3$ （支）

答：一次必须摸出 3 支铅笔才能保证至少有一支红笔。

【例 5】一个兴趣小组有 16 名同学，他们都订阅了甲乙两种杂志中的一种或两种，那么至少有（ ）名同学都订阅的杂志种类相同。

A 5 B 4 C 6

解析：可以订阅杂志的情况有甲、乙或甲和乙一共三种可能，也就是说有 3 个抽屉，根据抽屉原理，从最不利的情况考虑： $16 \div 3 = 5$ （人） $\dots 1$ （人），所以至少有 $5+1=6$ （名）同学订阅的杂志种类相同。

解答：C

【例 6】有 100 个苹果分给幼儿园某班的小朋友，已知其中有人至少分到了 3 个。那么，这个班的小朋友最少有多少人？

解析：本题考查的知识点是抽屉原理。解答时把小朋友的人数为抽屉个数，人数最少，则分得 3 个苹果的人数最多，所以用 $100 \div 3 = 33 \dots 1$ ， $33+1=34$ （人）

解答： $100 \div 3 = 33 \dots 1$ $33+1=34$

答：这个班的小朋友最少有 34 人。

【例 7】某班同学去买语文书、数学书和英语书，买书的情况是：有买一本书的、有买两本书的、也有买三本书的，问至少要去几个同学才能保证一定有两个同学买到相同科目的书？（其中每本书最多买一本）

解析：买书的情况有：买一本的：故事书，数学书，英语书共 3 种；买两本的：语文书、数学书，语文书、英语书，数学书和英语书共 3 种；买三本的：语文书、数学书和英语书； $3+3+1=7$ （种），把这 7 种情况看做 7 个抽屉，要保证有有两个同学买到相同科目的书，因此买书的人数要大于 7，至少有 8 位同学买书。

解答：买书情况一共有 $3+3+1=7$ （种），把这 7 种情况看成 7 个抽屉，要保证有两位买书的类型相同，因此买书的人数要大于 7， $7+1=8$ （人）。

答：至少有 8 位同学买书。

要点提示：
解答此题的关键是先建立抽屉。

第六单元 整理与复习

【例 1】一个三位数的各位数字之和是 17，其中十位数字比个位数字大 1。如果把把这个三位数的百位数字与个位数字对调，得到一个新的三位数，则新的三位数比原三位数大 198，求原数。

解析：解答此类问题的关键是正确表示出这个三位数每一数位上的数字以及这个三位数，如果设原数个位数字为 a ，则十位数字为 $a+1$ ，百位数字为 $16-2a$ ，三位数表示为 $100(16-2a)+10(a+1)+a$ 。

解答：

解：设原数个位数字为 a ，则十位数字为 $a+1$ ，百位数字为 $16-2a$

根据题意列方程

$$100a+10a+16-2a-100(16-2a)-10a-a=198$$

解得 $a=6$

$$a+1=7 \quad 16-2a=4$$

答：原数为 476。

要点提示：
方程思想是解决数学问题常用的思想。

【例 2】如果 $\frac{5}{6} > \frac{4}{\circ} > \frac{2}{3}$ ，那么（ ）内填的自然数可以是哪些数？

解析：本题考查的知识点有分数的基本性质、比较分数的大小等综合运用数学知识解决问题的能力。解答时，先观察三个分数不等，已知每个分数的分子，可以先根据分数的基本性质把它们转化成分子相同的分数，

分别是 $\frac{20}{24}$ 、 $\frac{20}{\circ \times 5}$ 、 $\frac{20}{30}$ ，

由此得出， $24 < \circ \times 5 < 30$ ，所以括号里可以填的数是 5。

解答：5

要点提示：
转化思想是解决数学问题常用的思想。

【例 3】一张正方形的纸，长 7 分米 5 厘米、宽 6 分米。现在要把它裁成小正方形，而且小正方形的边长取整厘米数，有几种裁法？如果要使得小正方形的面积最大，可以裁多少块？

解析：本题考查的知识点有两个数的公因数和最大公因数。解答时，先统一单位，长和宽用厘米数表示，7 分米 5 厘米 = 75 厘米、6 分米 = 60 厘米；然后求出 75 和 60 的公因数 3、4、5、15，确定裁法，最后再求出面积最大的块

数。

解答：7分米5厘米=75厘米 6分米=60厘米
有4种裁法，要使得小正方形的面积最大，
则边长是15，这样长可以裁出5块，宽可以
裁出4块，一共是 $4 \times 5 = 20$ （块）。

要点提示：
分情况讨论思想是解决
数学问题常用的思想。

【例4】一辆小汽车的牌照是 $\bigcirc \square \triangle 5$ （一个四位数），已知 $\bigcirc + \bigcirc = \square$ ， $\bigcirc + \square + \square + 6 = 26$ ， $\triangle + \triangle = \bigcirc$ ，那么它的牌照号码是（ ）。

解析：把 $\square = \bigcirc + \bigcirc$ 代入 $\bigcirc + \square + \square + 6 = 25$ 可得： $\bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + 6 = 26$
 $5\bigcirc = 20$

$$\begin{aligned} \bigcirc &= 4 \\ \square &= \bigcirc + \bigcirc = 4 + 4 = 8 \quad \bigcirc = \triangle + \triangle \text{ 所以：} \\ 2\triangle &= 4 \\ \triangle &= 2 \end{aligned}$$

要点提示：
分情况讨论思想是解决
数学问题常用的思想。

解答：4285

【例5】有位病人，每天必须吃2个鸡蛋，才能尽快恢复健康。已知家里存有20个鸡蛋，还有一只每天下1个蛋的母鸡，那么这位病人能连续吃鸡蛋多少天？

解析：

方法一：先把那20个鸡蛋吃掉，就可以吃 $20 \div 2 = 10$ 天；在这10天里母鸡已下了10个蛋，这10个蛋可以吃 $10 \div 2 = 5$ 天；在这5天里母鸡已下了5个蛋，可以吃 $5 \div 2 = 2$ 天...1个；在这2天里母鸡已下了2个蛋，加上剩下那个蛋，又可以吃 $(2+1) \div 2 = 1$ 天...1个；在这1天里，母鸡已下了1个蛋，加上剩下那个蛋，又可以吃1天；在这1天里，母鸡又下了1个蛋，加上当天生的那1个，又能吃1天。所以结果是： $10+5+2+1+1+1=20$ 天。

方法二：从20个鸡蛋里每天拿1个，再加上母鸡每天生下的那1个蛋就可以吃1天了，这样连续能吃： $20 \div 1 = 20$ 天。

解答：

方法一： $10+5+2+1+1+1=20$ （天）

方法二： $20 \div 1 = 20$ （天）

要点提示：
区分“变和不变”是解决
数学问题常用的思想。

【例6】对任意整数a、b，有 $a * b = (a+3b) \div 2$ ，求 $4 * X = 5$ 中X的值。

解析：本题考查的知识点是定义新运算。解答时，根据新的运算方法 $a * b$ 等于a与b的3倍的和再除以2，由此用新的运算方法把 $4 * X = 5$ 写成方程的形式，解方程即可求出x的值。

解答： $4 * x = 5$

$$(4+3x) \div 2 = 5$$

$$4+3x = 5 \times 2$$

$$4+3x = 10$$

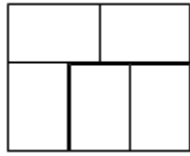
$$4+3x-4 = 10-4$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

要点提示：
解答定义新运算问题时，方
程思想是常用的数学思想。

【例 7】五个完全相同的小长方形刚好可以拼成一个大长方形，大长方形的长与宽的比是（ ）。



解析：本题考查的知识点有比的相关知识和数形结合数学思想。从图形中可以看出，小长方形的 2 个长的长度等于 3 个宽的长度，也就是 1 个长等于 1.5 个宽。大长方形的长为小长方形的 3 个宽，所以大长方形的宽为小长方形的 $1+1.5=2.5$ 个宽，这样大长方形的长与宽的比是 3 : 2.5，最后化简即可。

解答：

小长方形的 2 个长的长度等于 3 个宽的长度，
则 1 个长等于 1.5 个宽，
大长方形的长为小长方形的 3 个宽，
大长方形的宽为小长方形的 $1+1.5=2.5$ 个宽，
大长方形的长与宽的比为 3 : 2.5 = 6 : 5。

要点提示：
利用数形结合思想解答问题时，要找准数和形之间的数量关系。

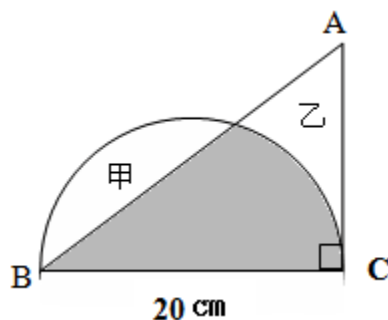
【例 8】小明家离火车站很近，他每天都可以根据车站大楼的钟声起床。车站大楼的钟，每敲响一下延时 3 秒，间隔 1 秒后再敲第二下。假如从第一下钟声响起，小明就醒了，那么到小明确切判断出已是清晨 6 点，前后共经过了几秒钟？

解析：从第一下钟声响起，到敲响第 6 下共有 5 个“延时”、5 个“间隔”，共计 $(3+1) \times 5=20$ 秒。当第 6 下敲响后，小明要判断是否清晨 6 点，他一定要等到“延时 3 秒”和“间隔 1 秒”都结束后而没有第 7 下敲响，才能判断出确是清晨 6 点。

要点提示：
把一次延时和一个间隔看成一组，采用分组法来解答。

解答： $(3+1) \times 6=24$ (秒)。

【例 9】在图中，BC 是直径，AC 垂直 BC，且甲的面积比乙的面积多 57cm^2 ，求：AC = ?



解析：阴影部分的面积是半圆面积和三角形面积的公共部分，已知甲的面积比乙的面积多 57 平方厘米，也就是半圆的面积比三角形的面积多 57 平方厘米，已知半圆的直径即可求出半圆的面积，半圆的面积减去 57 平方厘米就是三角形的面积，再根据三角形的面积公式： $s=ah \div 2$ 、 $h=2s \div a$ 求出 AC 的长。

解答：

$$3.14 \times (20 \div 2)^2 \div 2 = 3.14 \times 100 \div 2$$

要点提示：
灵活运用数学的等量代换和转化思想来解答。

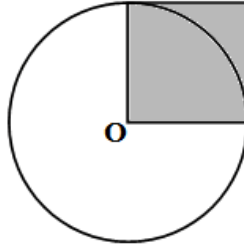
$$=314 \div 2 = 157 \text{ (平方厘米)}$$

$$(157 - 57) \times 2 \div 20 = 100 \times 2 \div 20$$

$$= 200 \div 20 = 10 \text{ (厘米)}$$

答：AC长10厘米。

【例10】图中正方形的面积是20平方厘米，求图中圆的面积



解析：正方形的边长正好是圆的半径，根据圆的面积计算公式“ $S = \pi r^2$ ”，根据正方形的面积计算公式“ $S = a^2$ ”已知，也就是说正方形边长的平方已知，即圆半径的平方已知，用圆半径的平方乘 π 就是圆的面积。

解答： $3.14 \times 20 = 62.8$ (平方厘米)

答：图中圆的面积是62.8平方厘米。

要点提示：
利用“整体代换”思想把正方形的面积看成是半径的平方。

【例11】某瓷器商店去景德镇收购瓷质茶具共1000套，每套收购价为26元，每4套装入1个箱，为一件货物。从产地到商店有500千米，运费按每10件每运1千米收费0.8元。如果瓷茶具在运输途中和销售过程中的损耗为20%，商店想实现30%的利润，那么售价应定为每套多少元？

解析：要想求每套的售价是多少元，就要知道除去受损后的每套成本，要想求每套成本，就要知道购进价格与运费，二者很容易求出，购进价格： $26 \times 1000 = 26000$ (元)，运费 $1000 \div 4 \div 10 \times 0.8 \times 500 = 10000$ (元)；然后根据二者之和算出总成本以及除损后每套成本。

解答：

购进价格： $26 \times 1000 = 26000$ (元)

运费： $1000 \div 4 \div 10 \times 0.8 \times 500$
 $= 25 \times 0.8 \times 500 = 10000$ (元)

总成本： $26000 + 10000 = 36000$ (元)

除损后每套成本： $36000 \div (1000 - 1000 \times 20\%)$
 $= 36000 \div 800 = 45$ (元)

加利润后的定价： $45 \times (1 + 30\%) = 45 \times 1.3 = 58.5$ (元)

答：售价应定为每套58.5元。

要点提示：
总成本=购进价格+运费

【例12】两个点可连一条线段，三个点可连3条线段，那么12个点可连多少条线段？14个点呢？写出推理过程。

解析：因为两个点即可连成一条线段，所以把点的个数看作 n ，即 n 个点，那么最多可连线段的总条数就等于从1开始，前 $(n-1)$ 个连续自然数的和，代入数据进行计算即可。

解答：

$$12 \times (12 - 1) \div 2$$

$$= 12 \times 11 \div 2$$

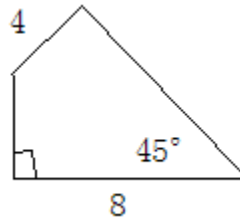
$$= 66 \text{ (条)}$$

要点提示：
从简单情况入手，学会分析、归纳、概括和推理等。

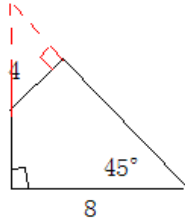
$$\begin{aligned}
 & 14 \times (14-1) \div 2 \\
 & = 14 \times 13 \div 2 \\
 & = 91 \text{ (条)}
 \end{aligned}$$

答：12个点可连66条线段，1，4个点可连91条线段。

【例13】计算下面图形的面积。（单位：厘米）



解析：本题考查的知识点有化不规则图形为规则图形的数学转化法和三角形面积的计算。观察图形发现，如果把图形构造成如下的三角形，则通过计算两个三角形的面积差即可计算出不规则图形的面积。

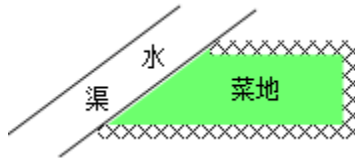


要点提示：
利用“构造法”把不规则图形构造成规则图形是计算面积常用的方法。

解答：

$$8 \times 8 \div 2 - 4 \times 4 \div 2 = 32 - 8 = 24 \text{ (平方厘米)}$$

【例14】在一条水渠边，用篱笆围成一块直角梯形菜地（如图）。已知篱笆总长28米。篱笆怎样围这块菜地的面积最大？最大的面积是多少平方米？



解析：要使围成菜地的面积最大，即上底+下底=高，此时围成的面积最大，即上底+下底=高=28÷2=14米，注意最后取数时上底+下底=14米，并且上底<下底即可。

要点提示：
图形越接近正方形，面积越大。

解答：上底+下底=高时，面积最大。

$$14 \times 14 \div 2 = 98 \text{ (平方米)}$$

【例15】羊羊运动会上，绵羊家族和山羊家族各派3名乒乓球选手进行比赛，共打三场，3场2胜即为赢。如果你是绵羊家族的领队，你将怎么安排本队的3名选手与对方对阵，才有可能赢得比赛？

解析：可用“田忌赛马”的方法进行安排选手，即是用上对中，中对下，下对上，进行比赛

解答：如果我是绵羊的领队，我将做如下安排：

- (1) 用我队第一名的选手和对方第二名的选手对阵，赢。
- (2) 用我队第二名的选手和对方第三名的选手对阵，赢。
- (3) 用我队第三名的选手和对方第一名的选手对阵，负。

三场比赛可赢得二场，我方可获胜

【例 16】买 2 本故事书和 3 本科技书共 140 元，买同样的故事书 3 本和同样的科技书 6 本共 255 元。每本故事书和科技书各多少元？

解析：本题考查的知识点是整体代换数学思想，解答时先用 140×2 求出 4 本故事书和 6 本科技书的价钱，而 255 是买同样的故事书 3 本和同样的科技书 6 本的价钱，相减很容易求出一本故事书的价钱，然后进一步求出一本科技书是多少元。

解答：

$$140 \times 2 - 255 = 280 - 255 = 25 \text{ (元)}$$

$$(140 - 25 \times 2) \div 3 = (140 - 50) \div 3 = 90 \div 3 = 30 \text{ (元)}$$

答：每本故事书 25 元，每本科技书 30 元。

要点提示：
等量代换是一种常用的数学思想。

【例 17】计算下面各题。

$$(1) \frac{1}{5} \times 27 + \frac{3}{5} \times 41 \quad (2) \frac{11}{18} \times 20 - \frac{5}{18} \times 11$$

解析：本题考查的知识点是利用数学的转化思想，进行乘法分配律的逆运算。

解答时，先整体观察，看能不能通过转化来利用乘法的分配律进行进行。

$$(1) \frac{1}{5} \times 27 + \frac{3}{5} \times 41 = \frac{1}{5} \times 3 \times 9 + \frac{3}{5} \times 41 = \frac{3}{5} \times 9 + \frac{3}{5} \times 41, \text{ 这时可以用}$$

$$\text{乘法分配律的逆运算解答了。} \quad (2) \frac{11}{18} \times 20 - \frac{5}{18} \times 11 = \frac{11}{18} \times 20 - \frac{11}{18}$$

$\times 5$ ，同理也可以利用乘法分配律逆运算解答计算了。

解答：

$$(1) \frac{1}{5} \times 27 + \frac{3}{5} \times 41 \quad (2) \frac{11}{18} \times 20 - \frac{5}{18} \times 11$$

$$= \frac{1}{5} \times 3 \times 9 + \frac{3}{5} \times 41 \quad = \frac{11}{18} \times 20 - \frac{11}{18} \times 5$$

$$= \frac{3}{5} \times 9 + \frac{3}{5} \times 41 \quad = \frac{11}{18} \times (20 - 5)$$

$$= \frac{3}{5} \times (9 + 41) \quad = \frac{11}{18} \times 15$$

$$= \frac{3}{5} \times 50 \quad = \frac{55}{6}$$

$$= 30$$

【例 18】六年级一班的男、女生比例为 3:2，又来了 4 名女生后，全班共有 44 人。求现在的男、女生人数之比。

解析：本题考查的知识点比与分数的互化和按比例分配解决问题。原来共有学生 $44 - 4 = 40$ (人)，由男、女生人数之比为 3:2 知，如果将人数分为 5 份，那么男生占 3 份，女生占 2 份。由此求出男女生原来的人数，最后女生的人数再加上 4，求出男女人数的比。

解答：

$$\text{男生人数：} 40 \times \frac{3}{5} = 24 \text{ (人)}$$

要点提示：
比与分数的转化是一种常用的数学方法。

女生人数： $40 \times \frac{2}{5} = 16$ (人)

$16 + 4 = 20$ (人) $24 : 20 = 6 : 5$

答：现在男女人数比是 6:5。

【例 19】 一队强盗一队狗，二队拼作一队走，数头一共三百六，数腿一共八百九，问有多少强盗多少狗？

解析：假设法，假如这二队都是狗，则 360 只狗，腿有 $360 \times 4 = 1440$ 只腿，而实际只有 890 只腿，总共多出来 $1440 - 890 = 550$ 只腿；狗四只腿，强盗两只腿，所以这多出来的 550 只腿也就是强盗的腿的数量除以 2，即为强盗人的数量： $550 \div 2 = 275$ 个强盗。 $360 - 275 = 85$ 即是狗的数量。

解答：

$360 \times 4 = 1440$ (只) $1440 - 890 = 550$ (只)

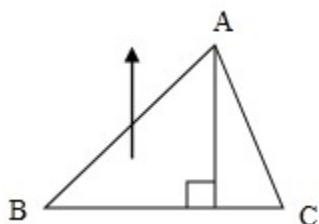
$4 - 2 = 2$ (只) $550 \div 2 = 275$ (个)

$360 - 275 = 85$ (只)

答：强盗 275 个，够 85 只。

要点提示：
假设法是一种常用的数学方法。

【例 20】 如图，三角形 ABC 的底边长是 3 厘米，BC 边上的高是 1 厘米，将三角形以每秒 3 厘米的速度沿着高的方向向上移动 2 秒，这时三角形扫过的面积是多少平方厘米？



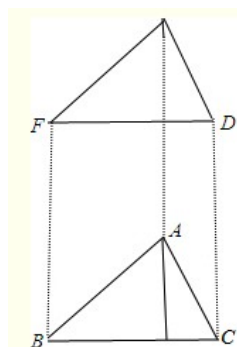
解析：通过图示法发现，三角形扫过的面积应该是长方形 BCDF 的面积加上上面三角形的面积、

解答：

$3 \times 2 = 6$ (厘米)

$3 \times 6 + \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 21$ 平方厘米

答：三角形扫过的面积是 21 平方厘米。



【例 21】 甲、乙、丙三位老师分别教语文、数学、外语的其中一门课。则甲、乙、丙三位老师教的课依次是。()

- (1) 甲是男的，比外语老师年轻。
- (2) 数学老师是一位学生的姑姑。
- (3) 丙上课用汉语。

A. 外语、数学、语文 B. 语文、外语、数学 C. 语文、数学、外语

解析：本题考查的知识点是逻辑推理。由“甲是男的，比外语老师年轻。”得出

甲教语文或数学，“数学老师是一位学生的姑姑”说明数学老师是女的，由此推出甲是语文老师；又丙上课用汉语，可以推测丙教语文或数学，而甲是语文老师，所以丙是数学老师，据此推出乙是外语老师；综合以上得知甲老师教语文，丙老师教数学，乙老师教外语。上面的分析过程还可以用列表法来解答：

	语文	数学	英语
甲	√	×	×
乙	×	×	√
丙	×	√	×

解答：B

【例 22】一家商店规定，每 3 只空啤酒瓶可换一瓶啤酒。爷爷开始用 20 只空啤酒瓶去换啤酒，一共可以喝到多少瓶啤酒？

解析：先拿这 20 个空瓶去换，可以换 6 瓶啤酒余 2 个空瓶，6 瓶喝完再换 2 瓶，2 瓶喝完加上前面 2 个空瓶再换 1 瓶，喝后加上余的 1 空瓶，利用“先借再还”先要一瓶喝掉，退回三个空瓶，一共 $6+2+1+1=10$ 瓶。

解答：

$$20 \div 3 = 6 \text{ (瓶)} \cdots 2 \text{ (个)}$$

$$6 \div 3 = 2 \text{ (个)}$$

$$2 + 2 = 4 \text{ (个)}$$

$$4 \div 3 = 1 \text{ (瓶)} \cdots 1 \text{ (个)}$$

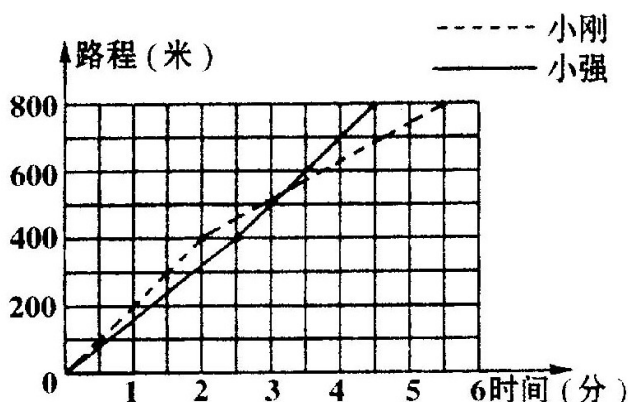
先要 1 瓶喝掉，退回三个空瓶

$$\text{一共：} 6 + 2 + 1 + 1 = 10 \text{ (瓶)}$$

答：一共可以喝到 10 瓶啤酒。

要点提示：
“先借再还”是一种常用的数学方法。

【例 23】小刚和小强赛跑情况如下图



- () 先到达终点。
- 请用“快”、“慢”来描述他们的比赛情况：小刚是 () 后 ()。
- 开赛初 () 领先，开赛 () 分后 () 领先，比赛中两人相距最远约是 () 米。
- 两人的平均速度分别是每分多少米？(保留整数)

解析：本题考查的知识点有读折线统计图和利用折线统计图解决问题。解答时，先要读懂图示，实线表示小强，虚线表示小刚；然后再读懂横轴和纵轴代表的数据的含义：横轴表示时间，纵轴表示行驶的路程米数。需要注意的是：赛跑时，用的时间越少，速度就越快。

- 先跑完 800 米，用时少的先到终点，图中显示小强先到终点。

- (2) 根据观察折线统计图发现，比赛时小刚是先快后慢。
 (3) 赛初小刚领先，开赛 3 分钟后小强领先，当小强到达终点时，两人相距最远约为 $800-700=100$ (米)。
 (4) 利用数形结合思想，根据速度=路程÷时间来解答。

解答：

- (1) 小强 (2) 快 慢 (3) 小刚 3.5 小强 100
 (4) 小刚： $800\div 5.5\approx 145$ (米) 小强： $800\div 4.5\approx 178$ (米)

【例 23】 小明、小红、小丽和小强是同班同学，他们约好“五一”放假到公园去玩，具体时间电话联系。如果他们每两人通一次电话，一共通了 () 次电话。
 A . 4 B . 6 C . 8

解析：一共是 4 人，由于每个都要和另外的 3 个人通一次电话，一共要通： $3\times 4=12$ (次)；又因为两个人通一次电话，去掉重复计算的情况，实际只通： $12\div 2=6$ (次)

解答：B

【例 24】 小明看一本书，第一天看了全书的一半多 10 页，第二天正好看了剩下页数的一半，这时还剩 45 页，这本书有 () 页。

解析：本题考查的知识点是逆推法解决问题，解答时结果逆推，一步步找到原始的状态。45 页就是剩下的一半，所以乘 2 之后就是第一天看的剩下的页数，第一天看的剩下的页数加上 10 页就是全书的一半，再乘 2 就是全书的页数。

要点提示：
“逆推法”是一种常用的数学方法。

解答： $45\times 2=90$ (页)
 $(90+10)\times 2=100\times 2=200$ (页)

答：这本书共有 200 页。

【例 25】 买 2 本故事书和 3 本科技书共 140 元，买同样的故事书 3 本和同样的科技书 6 本共 255 元。每本故事书和科技书各多少元？

解析：本题考查的知识点是用代换法解决实际问题。解答时，先用 140×2 求出 4 本故事书和 6 本科技书的价钱，而 255 是买同样的故事书 3 本和同样的科技书 6 本的价钱，相减很容易求出一本故事书的价钱，然后进一步求出一本科技书的单价。

解答：
 $140\times 2-255=280-255=25$ (元)
 $(140-25\times 2)\div 3$
 $= (140-50)\div 3$
 $=90\div 3$
 $=30$ (元)

要点提示：
“代换法”是一种常用的数学方法。

答：每本故事书 25 元，每本科技书 30 元。

【例 26】 李叔叔要复印 5 张文字资料，正反面都需要复印，如果复印件只能单面复印，且一次最多可放 2 张，那么最少要复印 () 次才能印完。

- A . 5 B . 6 C . 10

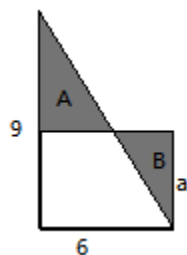
解析：本题考查的知识点是统筹法解决问题，解答时，可以先设共有 A, B, C, D, E, 5 张资料，正反面分别用 1 和 2 表示。第一次 A1 和 B1，第二次 A2 和 C1，第三次 B2 和 C2，第四次 D1 和 E1，第五次 D2 和 E2

要点提示：
“统筹法”是一种常用的数学方法。

答：最少要复印 5 次才能印完

解答：A

【例 27】 如图，三角形 A 的面积比三角形 B 的面积多 3 平方厘米，a 的值是多少？



解析：本题考查的数学思想是数学的数形结合和转化思想。解答时先观察，由于空白梯形是大三角形和长方形的重叠部分，又由于三角形 A 的面积比三角形 B 的面积多 3 平方厘米，所以大三角形的面积比长方形的面积多 3 平方厘米，根据三角形的面积公式求出大三角形的面积，然后再减去 3 平方厘米就是长方形的面积，然后再除以长方形长 6 厘米，最后求出长方形的宽 a 的值。

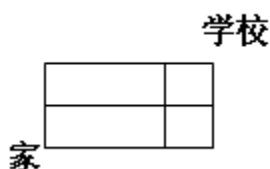
解答： $9 \times 6 \div 2 = 9 \times 3 = 27$ （平方厘米）

$(27 - 3) \div 6 = 24 \div 6 = 4$ （厘米）

答：a 的值是 6 厘米。

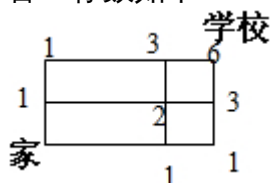
要点提示：
“转化和数形结合”是常用的数学思想。

【例 28】 从家到学校共有多少种不同的行走路线？（只能向上或向右走）



解析：只能向上或向右走，就是最短的路线，可以根据标数法进行求解。利用“标数法”标数，要注意纵向和横向边沿的走法。

解答：标数如下



要点提示：
“标数”法时解答路线问题的一种方法。

一共有 6 条不同的路线。

答：小香从家到学校共有 6 种不同的行走路线。

【例 29】 今年父亲与两个儿子的年龄和相加得 84 岁，12 年后，父亲的年龄正好等于两个儿子的年龄和，父亲今年有（ ）岁。

A. 44 B. 46 C. 48 D. 50

解析：12 年后两个儿子和父亲的年龄各增加 12 岁，可看做是原来父亲与两个儿子的年龄和相加得 84 岁再加 12×3 岁后，这时父亲的年龄正好是两个儿子年龄和，即 $84 + 12 \times 3 = 120$ 岁是父亲年龄的 2 倍，由此用除法可求得 12 年

后父亲的年龄，再减去 12 就是父亲今年的年龄。

解答： $(84+12\times 3)\div 2=120\div 2=60$ （岁） $60-12=48$ （岁）

选：C。

【例 30】王老师打电话通知队员，每个队员接到通知后，马上通知其他队员。如果每分钟通知 1 人，至少要（ ）分钟才能通知完 24 人。

解析：第一分钟老师和队员一共有 2 人；第二分钟老师和队员每人都通知一人，又增加了 $1\times 2=2$ 人，第二分钟老师和队员一共有： $2+2=4=2\times 2$ 人；第三分钟老师和队员每人都通知一人，又增加了 $1\times 4=4$ 人，第三分钟老师和队员一共有： $4+4=8=2\times 2\times 2$ 人；第四分钟老师和队员每人都通知一人，又增加了 $1\times 8=8$ 人，第四分钟老师和队员一共有： $8+8=16=2\times 2\times 2\times 2$ 人；同理，每次通知的队员和老师的总人数，总是前一次的 2 倍，所以， $2\times 2\times 2\times 2 < 24+1 < 2\times 2\times 2\times 2\times 2$ ，因此，4 分钟通知不完，只能 5 分钟；所以最少用 5 分钟就能通知到每个人。

解答：5