

六年级数学下册典型例题系列之

第三单元圆柱的体积问题提高部分（解析版）

编者的话：

《六年级数学下册典型例题系列》是基于教材知识点和常年考点考题总结与编辑而成的，该系列主要包含典型例题和专项练习两大部分。

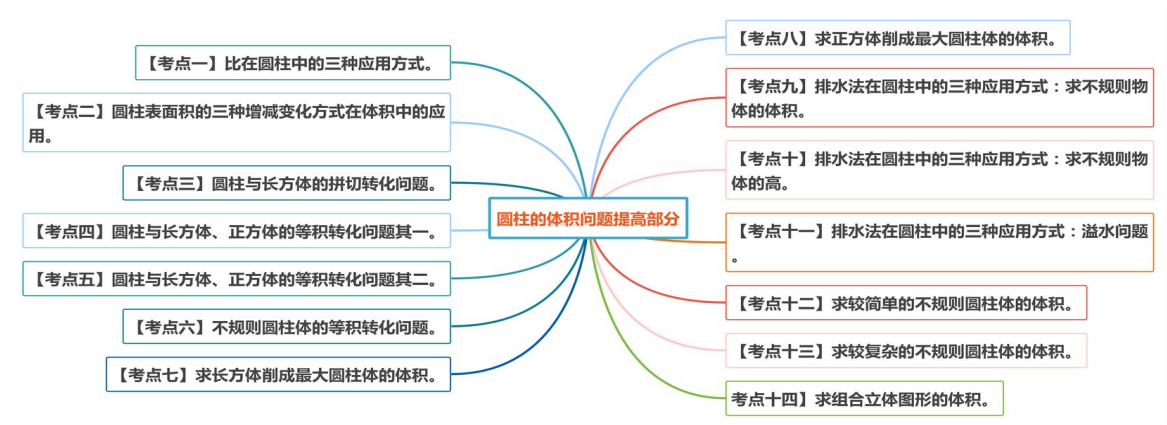
典型例题部分是按照单元顺序进行编辑，主要分为计算和应用两大部分，其优点在于考题典型，考点丰富，变式多样。

专项练习部分是从常考题和期末真题中选取对应练习，其优点在于选题经典，题型多样，题量适中。

本专题是**第三单元圆柱的体积问题提高部分**。本部分内容主要选取圆柱体积问题中较复杂的问题，包括比在圆柱中的三种应用方式，圆柱与长方体、正方体的拼切转化和等积转化问题，排水法在圆柱中的三种应用，求不规则圆柱体和组合立体图形的体积等等，内容难度较大，考点较多，共划分为十四个考点，建议作为本章核

心内容，根据学生掌握情况选择性进行讲解，欢迎使用。

考点导图



【考点一】比在圆柱中的三种应用方式。

【方法点拨】

1.当圆柱的底面积相等时，已知高之比，求体积之比：

高之比就是体积之比。

2.当圆柱的高相等时，已知底面积之比，求体积之比：

底面积之比就是体积之比。

3.已知底面积之比和高之比，求体积之比：

分别用对应的底面积 \times 对应的高求得对应体积，再求体积之比。

【典型例题 1】

已知两个圆柱的底面积相等，高的比是 1:2，体积比是（ ）。

解析：1:2

【典型例题 2】

已知两个圆柱的高相等，底面积比是 2:3，体积比是（ ）。

解析：2:3。

【典型例题 3】

两个圆柱高的比是 2:3，半径比是 1:2，则体积比是多少？

解析：1:6。

【对应练习 1】

两个圆柱的高相等，半径比是 1:2，则体积比是多少？

解析：1:4。

【对应练习 2】

两个等高的圆柱底面半径的比是 4:3，它们的体积比是多少

解析：16:9。

【考点二】圆柱表面积三种增减变化方式在体积中的应用。

【方法点拨】

1. 圆柱高的变化引起表面积的变化：

由于底面积没有变，所以实际上发生变化的是侧面积，由此可以求出底面周长，

进而求出表面积，即底面周长 $C = \text{变化的表面积} \div \text{变化的高度}$ 。

2.横切引起的表面积变化。

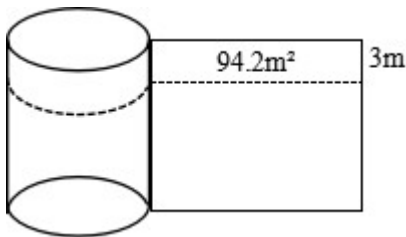
平行于底面切（横切）一刀，多出的两个面是底面，即两个圆。

3.竖切引起的表面积变化。

垂直于底面切（竖切），多出的两个面是长方形，即以底面圆的直径为长，以圆柱的高为宽的长方形。

【典型例题 1】

一个圆柱，如果把它的高截短 3m，它的表面积就会减少 94.2m^2 ，那么这个圆柱的体积减少多少立方米？



解析：

$$94.2 \div 3 = 31.4(\text{m})$$

$$3.14 \times (31.4 \div 2 \div 3.14)^2 \times 3$$

$$= 3.14 \times 5^2 \times 3$$

$$= 235.5(\text{m}^3)$$

答：这个圆柱的体积减少 235.5 立方米。

【典型例题 2】

把一根长 4 米的圆柱形钢材截成两段，表面积比原来增加 15.7 平方厘米。这根

钢材的体积是多少立方厘米？

解析：

$$4 \text{ 米} = 400 \text{ 厘米}$$

$$15.7 \div 2 \times 400 = 3140 \text{ (立方厘米)}$$

答：这根钢材的体积是 3140 立方厘米。

【对应练习 1】

将一根底面直径是 6dm 的圆柱形木料，沿高切成形状、大小完全相同的两块后，

表面积增加了 360dm^2 。这根圆柱形木料的体积是多少立方分米？

解析：

$$360 \div 2 \div 6$$

$$= 180 \div 6$$

$$= 30 \text{ (分米)}$$

$$3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 30$$

$$= 28.26 \times 30$$

$$= 847.8 \text{ (立方分米)}$$

答：这根圆柱形木料的体积是 847.8dm^3 。

【对应练习 2】

把一根长为 1.2 米的圆柱形钢材截成 3 段,表面积增加了 6.28 平方分米,原来

这根钢材的体积是多少?

解析:

$$1.2 \text{ 米} = 12 \text{ 分米}$$

$$6.28 \div 4 = 1.57 \text{ (平方分米)}$$

$$1.57 \times 12 = 18.84 \text{ (立方分米)}$$

答:这根钢材原来的体积是 18.84 立方分米。

【对应练习 3】

一个圆柱高为 15 厘米,把它的高增加 2 厘米后表面积增加 25.12 平方厘米,

求原来圆柱的体积。

解析:

$$\text{圆柱的底面周长: } 25.12 \div 2 = 12.56 \text{ (厘米)}$$

$$\text{底面半径: } 12.56 \div 3.14 \div 2 = 2 \text{ (厘米)}$$

$$\text{体积: } 3.14 \times 2^2 \times 15$$

$$= 3.14 \times 4 \times 15$$

$$= 188.4 \text{ (立方厘米)}$$

答：原来圆柱的体积是 188.4 立方厘米。

【对应练习 4】

底面直径是 20 厘米的圆钢，将其截成两段同样的圆钢，两段表面积的和为

7536 平方厘米，原来圆钢的体积是多少立方厘米？

解析：

$$4 \text{ 个底面积是：} 3.14 \times (20 \div 2)^2 \times 4$$

$$= 3.14 \times 100 \times 4$$

$$= 1256 \text{ (平方厘米)}$$

$$\text{侧面积是：} 7536 - 1256 = 6280 \text{ (平方厘米)}$$

$$\text{高是：} 6280 \div 3.14 \div 20 = 100 \text{ (厘米)}$$

所以原来圆钢的体积是：

$$3.14 \times (20 \div 2)^2 \times 100$$

$$= 3.14 \times 100 \times 100$$

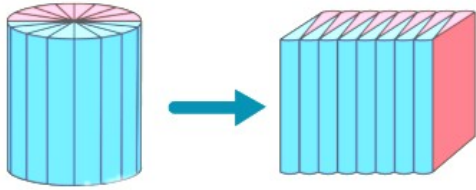
$$= 31400 \text{ (立方厘米)}$$

答：原来圆钢的体积是 31400 立方厘米。

【考点三】圆柱与长方体的拼切转化问题。

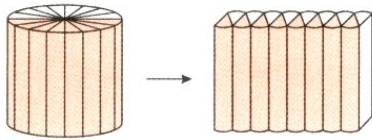
【方法点拨】

将一个底面半径为 r ，高为 h 的圆柱沿着高切成若干等份，并将其拼成一个近似的长方体，此时这个圆柱和长方体的体积相等，拼成的长方体的表面积比圆柱多 2 个面积大小为 hr 的长方形。



【典型例题】

把一个底面半径是 6cm 的圆柱切拼成一个近似的长方体后（如图），表面积增加了 180cm^2 ，原来圆柱的体积是多少立方厘米？



解析：

$$180 \div 2 = 90(\text{cm}^2)$$

圆柱的高： $90 \div 6 = 15(\text{cm})$

圆柱体积：

$$\begin{aligned} & 3.14 \times 6^2 \times 15 \\ & = 113.04 \times 15 \\ & = 1695.6(\text{cm}^3) \end{aligned}$$

答：原来圆柱的体积是 1695.6cm^3 。

【对应练习 1】

把一个高为 1 米的圆柱体切成底面是许多相等的扇形，再拼成一个近似的长方体，已知拼成后长方体表面积比原来圆柱表面积增加了 40 平方分米，原来圆柱体的体积是多少立方分米？

解析：

$$1 \text{ 米} = 10 \text{ 分米}$$

圆柱的底面半径为：

$$40 \div 2 \div 10 = 2 \text{ (分米)}$$

$$\text{体积} : 3.14 \times 2^2 \times 10$$

$$= 3.14 \times 4 \times 10$$

$$= 125.6 \text{ (立方分米)}$$

答：这个圆柱的体积是 125.6 立方分米。

【对应练习 2】

把高 5 厘米的圆柱底面分成若干等份，把圆柱切开拼成一个近似的长方体，长方体表面积比圆柱增加 20 平方厘米。求原来圆柱的体积。

解析：

底面半径： $20 \div 2 \div 5 = 2$ （厘米）

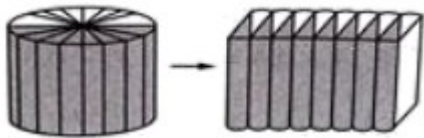
圆柱体积： $3.14 \times 2^2 \times 5 = 62.8$ （立方厘米）

答：圆柱的体积是 62.8 立方厘米。

【对应练习 3】

如图所示，把底面直径为 8 厘米的圆柱切成若干等份，拼成一个近似的长方体。

这个长方体的表面积比原来增加 80 平方厘米。



(1) 同学们回忆圆柱体积计算公式的推导过程，用自己喜欢的方式将它记录下来。

(2) 那么圆柱的高是多少厘米？长方体的体积是多少立方厘米？

解析：

(1) 把圆柱底面平均分成若干等份的小扇形，沿圆柱的高切开，拼成一近似的长方体。发现长方体的底面积等于圆柱的底面积，长方体的高等于圆柱的高，长方体的体积等于底面积乘高，所以圆柱的体积也等于底面积乘高。若体积用字母 v 表示，底面积用字母 S 表示，高用 h 表示，即体积为： $V = Sh$ 。

$$(2) 80 \div 2 \div (8 \div 2)$$

$$= 40 \div 4$$

$$= 10$$

$$3.14 \times (8 \div 2)^2 \times 10$$

$$= 3.14 \times 160$$

$$= 502.4 \text{ (立方厘米)}$$

答：圆柱的高是 10 厘米，长方体的体积是 502.4 立方厘米。

【考点四】圆柱与长方体、正方体的等积转化问题其一。

【方法点拨】

等积转化问题，关键在于找到题目中的体积不变量，再根据体积不变解决问题。

【典型例题】

把一个长、宽、高分别是 9 厘米、7 厘米、3 厘米的长方体铅块和一个棱长是 5

厘米的正方体铅块，铸成一个圆柱。这个圆柱的底面直径是 20 厘米，高是多

少厘米？

解析：

$$(9 \times 7 \times 3 + 5 \times 5 \times 5) \div [3.14 \times (20 \div 2)^2]$$

$$= (189 + 125) \div [3.14 \times 100]$$

$$= 314 \div 314$$

$$= 1 \text{ (厘米)}$$

答：圆柱是高是 1 厘米。

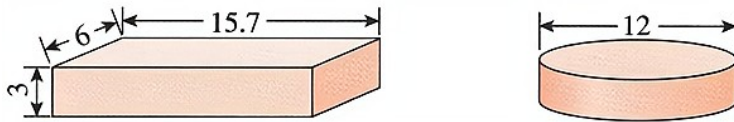
【对应练习 1】

把一个底面积为 15cm^2 ，高为 6cm 的圆柱形铁块熔铸成一个长为 5cm、宽为 4cm 的长方体铁块，铸成的长方体铁块高多少 cm？

解析： $15 \times 6 \div (5 \times 4) = 10 \text{ (cm)}$

【对应练习 2】

下图中的圆柱与长方体的体积相等。这个圆柱的高是多少分米？（单位：dm）



解析：

$$15.7 \times 6 \times 3$$

$$= 94.2 \times 3$$

$$= 282.6 \text{ (dm}^3\text{)}$$

$$12 \div 2 = 6 \text{ (dm)}$$

$$282.6 \div (3.14 \times 6^2)$$

$$= 282.6 \div 113.04$$

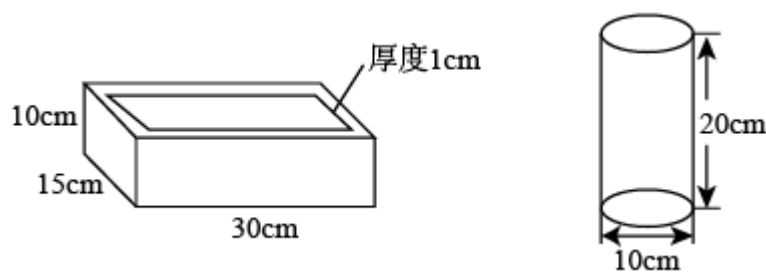
$$= 2.5 \text{ (dm)}$$

答：这个圆柱的高是 2.5dm。

【对应练习 3】

如下图所示，要在实验室铸造出一个无盖的青铜盒子，盒子的外形是一个长方体，内部挖空，外部尺寸长为30cm，宽为15cm，高为10cm，壁和底部的厚度都为1cm。现有一份形状为圆柱的实心青铜材料，其底面直径为10cm，高为20cm。

若熔化该青铜材料，能铸造出这样的青铜盒子吗？通过计算说明。



解析：

圆柱形材料的体积：

$$3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 20$$

$$= 3.14 \times 25 \times 20$$

$$= 3.14 \times 500$$

$$= 1570 \text{ (立方厘米)}$$

铸造青铜盒子需要的体积：

$$30 \times 15 \times 10 - (30 - 1 \times 2) \times (15 - 1 \times 2) \times (10 - 1)$$

$$= 450 \times 10 - 28 \times 13 \times 9$$

$$= 4500 - 3276$$

$$= 1224 \text{ (立方厘米)}$$

1570 > 1224，即熔化该青铜材料，能铸造出这样的青铜盒子。

答：熔化该青铜材料，能铸造出这样的青铜盒子。

【考点五】圆柱与长方体、正方体的等积转化问题其二。

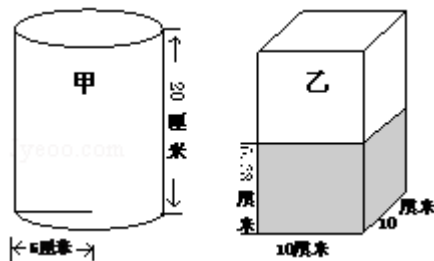
【方法点拨】

等积转化问题，关键在于找到题目中的体积不变量，再根据体积不变解决问题。

【典型例题】

甲圆柱形瓶子中有 2 厘米深的水。乙长方体瓶子里水深 6.28 厘米。将乙瓶中

的水全部倒入甲瓶，这时甲瓶的水深多少厘米？（如图）



解析：

$$10 \times 10 \times 6.28 \div (3.14 \times 5^2) + 2$$

$$= 628 \div (3.14 \times 25) + 2$$

$$= 628 \div 78.5 + 2$$

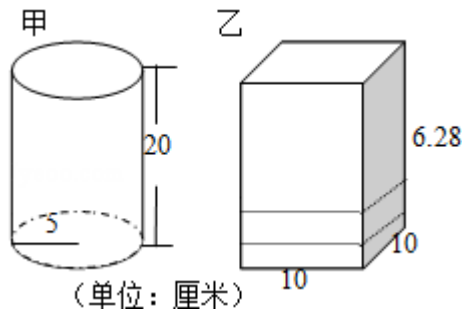
$$= 8 + 2$$

$$= 10 \text{ (厘米)}$$

答：这时甲瓶的水深 10 厘米。

【对应练习 1】

甲圆柱体容器是空的，乙长方体容器中水深 6.28 厘米，要将容器乙中的水全部倒入甲容器，这时水深多少厘米？



解析：

$$10 \times 10 \times 6.28$$

$$= 100 \times 6.28$$

$$= 628 \text{ (立方厘米)}$$

$$628 \div (3.14 \times 5^2)$$

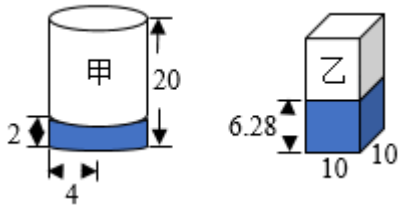
$$= 628 \div 78.5$$

$$= 8 \text{ (厘米)}$$

答：这时水深 8 厘米。

【对应练习 2】

下图中，圆柱形（甲）瓶子里有 2 厘米深的水。长方体（乙）瓶子有水深 6.28 厘米。如果将乙瓶中的水倒入甲瓶，这时甲瓶的水深多少厘米？



解析：

$$10 \times 10 \times 6.28 \div (3.14 \times 4^2) + 2$$

$$= 628 \div (3.14 \times 16) + 2$$

$$= 628 \div 50.24 + 2$$

$$= 12.5 + 2$$

$$= 14.5 \text{ (厘米)}$$

答：这时甲瓶的水深 14.5 厘米。

【对应练习 3】

将一个底面周长是 18.84 厘米、高是 10 厘米的圆柱形量杯里装满水，再倒入一个长 12 厘米、宽 5 厘米的长方体容器中，水面高是多少厘米？

解析：

$$(18.84 \div 3.14 \div 2)^2 \times 3.14 \times 10 \div (12 \times 5)$$

$$= 3^2 \times 3.14 \times 10 \div 60$$

$$= 282.6 \div 60$$

$$= 4.71 \text{ (厘米)}$$

答：水面高度是 4.71 厘米。

【考点六】不规则圆柱体的等积转化问题。

【方法点拨】

等积转化问题，关键在于找到题目中的体积不变量，再根据体积不变解决问题。

【典型例题 1】

小军有一个密封的瓶子（图 A）。里面装了 250 毫升的果汁，如果把它倒过来

（图 B），空白部分的容量是 50 毫升假如把瓶里装满果汁，那么一共能装多少

毫升？



图A



图B

解析：

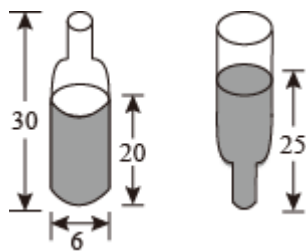
$$250 + 50 = 300 \text{ (毫升)}$$

答：一共能装 300 毫升。

【典型例题 2】

一个高 30cm 的酒瓶中盛有酒，如果把它倒置在桌面上（如图所示），求酒瓶的

容积是多少？（单位： cm ）



解析：

$$3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 20 + 3.14 \times (6 \div 2)^2 \times (30 - 25)$$

$$= 3.14 \times 9 \times 20 + 3.14 \times 9 \times 5$$

$$= 565.2 + 141.3$$

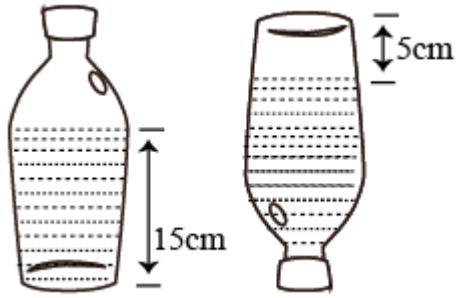
$$= 706.5 \text{ (cm}^3\text{)}$$

答：油瓶的容积是 706.5cm^3 。

【对应练习 1】

如图，一个饮料瓶内直径是 9cm ，瓶里饮料的高度是 15cm ，把瓶盖拧紧后，

使其瓶口向下倒立，无饮料部分的高度是 5cm ，这个饮料瓶的容积是多少？



解析：

$$3.14 \times (9 \div 2)^2 \times (15 + 5)$$

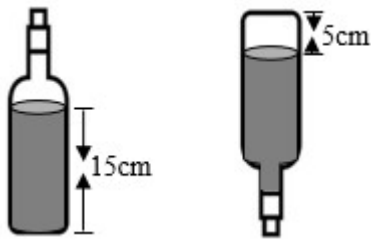
$$= 63.585 \times 20$$

$$= 1271.7 \text{ (立方厘米)}$$

答：这个饮料瓶的容积是 1271.7 立方厘米。

【对应练习 2】

如图所示，一个内直径为 6 cm 的饮料瓶，它的容积是多少？



解析：

$$3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 15 + 3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 5$$

$$= 3.14 \times 9 \times 15 + 3.14 \times 9 \times 5$$

$$= 28.26 \times 15 + 28.26 \times 5$$

$$= 423.9 + 141.3$$

$$= 565.2 \text{ (cm}^3\text{)}$$

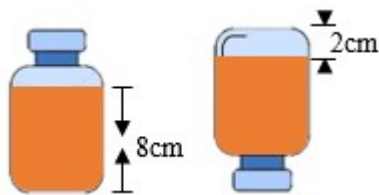
565.2 立方厘米 = 565.2 毫升

答：它的容积是 565.2 毫升。

【对应练习 3】

一个内半径是 4cm 的胶水瓶里，胶水的高度是 8cm，把瓶盖拧紧倒置放平，

没有胶水的部分高 2cm。这个瓶子的容积是多少？



解析：

$$3.14 \times 4^2 \times 8 + 3.14 \times 4^2 \times 2$$

$$= 3.14 \times 16 \times 8 + 3.14 \times 16 \times 2$$

$$= 50.24 \times 8 + 50.24 \times 2$$

$$= 401.92 + 100.48$$

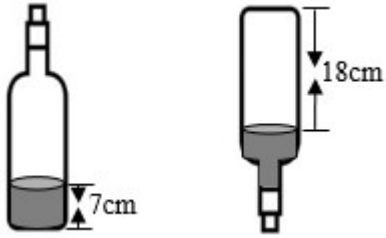
$$= 502.4 \text{ (cm}^3\text{)}$$

502.4 立方厘米 = 502.4 毫升

答：这个瓶子的容积是 502.4 毫升。

【对应练习 4】

一个内直径是 10cm 的瓶子里，水的高度是 7cm，把瓶盖拧紧倒置放平，无水部分是圆柱形，高度是 18cm。这个瓶子的容积是多少毫升？



解析：

$$3.14 \times (10 \div 2)^2 \times (7 + 18)$$

$$= 3.14 \times 25 \times 25$$

$$= 78.5 \times 25$$

$$= 1962.5 \text{ (立方厘米)}$$

$$= 1962.5 \text{ (毫升)}$$

答：这个瓶子的容积是 1962.5 毫升。

【考点七】求长方体削成最大圆柱体的体积。

【方法点拨】

在长 a 厘米，宽 b 厘米，高 c 厘米的长方体中切出一个体积最大的圆柱，求这个圆柱的体积是多少立方厘米，要以中间长度的边作为圆柱底面圆的直径，再

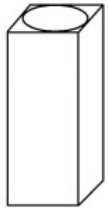
根据情况选择圆柱的高来计算圆柱的体积。

【典型例题】

在一个长、宽、高分别是 2dm、2dm、5dm 的长方体盒子中，正好能放下一

个圆柱形物体（如图）。这个圆柱形物体的体积最大是多少立方分米？盒子中

空余的空间是多少立方分米？



解析：

$$3.14 \times (2 \div 2)^2 \times 5$$

$$= 3.14 \times 1 \times 5$$

$$= 15.7 \text{ (立方分米)}$$

$$2 \times 2 \times 5 - 15.7$$

$$= 20 - 15.7$$

$$= 4.3 \text{ (立方分米)}$$

答：这个圆柱形物体的体积最大是 15.7 立方分米，盒子空余的空间是 4.3 立

方分米。

【对应练习 1】

在长 12 厘米，宽 10 厘米，高 8 厘米的长方体中切出一个体积最大的圆柱，这个圆柱的体积是多少立方厘米？

解析：以 10 厘米为底面直径，高是 8 厘米

$$= 3.14 \times 25 \times 8$$

$$= 78.5 \times 8$$

$$= 628(\text{立方厘米})$$

答：这个圆柱体的体积是 628 立方厘米。

【对应练习 2】

把一个长 8 厘米、宽 6 厘米、高 4 厘米的长方体木块削成一个最大的圆柱体积木，这个圆柱体积木的体积是多少立方厘米？

解析：

以 6 厘米为底面直径，4 厘米为高

$$3.14 \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times 4$$

$$= 3.14 \times 9 \times 4$$

$$= 113.04 (\text{立方厘米})$$

答：这个最大的圆柱体的体积是 113.04 立方厘米。

【对应练习 3】

把一个长 4dm、宽 2.5dm、高 3dm 的长方体，削成一个最大的圆柱，这个圆柱的体积是多少立方分米？

解析：

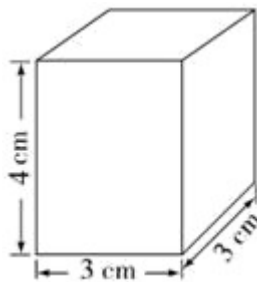
$$2.5 \div 2 = 1.25 \text{ (分米)}$$

$$3.14 \times 1.25^2 \times 4 = 19.625 \text{ (立方分米)}$$

答：这个圆柱的体积是 19.625 立方分米。

【对应练习 4】

把下面的长方体削成一个最大的圆柱，这个圆柱的体积是多少？



解析：

$$3.14 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 4$$

$$= 3.14 \times 1.5^2 \times 4$$

$$= 3.14 \times 2.25 \times 4$$

$$= 7.065 \times 4$$

$$= 28.26 \text{ (立方厘米)}$$

答：圆柱的体积为 28.26 立方厘米。

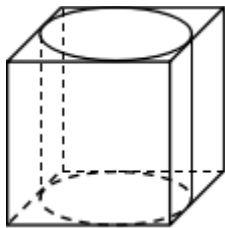
【考点八】求正方体削成最大圆柱体的体积。

【方法点拨】

把正方体加工成一个最大的圆柱，圆柱的底面直径等于正方体的棱长，圆柱的高也等于正方体的棱长，再利用圆柱的体积公式 $V_{\text{柱}} = \pi r^2 h$ 求圆柱的体积。

【典型例题】

为丰富校园文化生活，培养学生的创新精神和实践能力，学校要举办 2021 年度的大型科技文化节。科技组在制作过程中需要将一块正方体木料加工成一个最大的圆柱（如下图），已知它的棱长是 8dm，求这个圆柱的体积是多少？



代入数据计算即可。

解析：

$$3.14 \times \left(\frac{8}{2}\right)^2 \times 8$$

$$= 3.14 \times 16 \times 8$$

$$= 401.92 \text{ (dm}^3\text{)}$$

答：这个圆柱的体积是 401.92dm^3 。

【对应练习 1】

有块正方体的木料，它的棱长是 4dm，把这块木料加工成一个最大的圆柱。这

个圆柱体积比原来正方体体积少了百分之几？

解析：

$$V_{\text{正方体}} = 4 \times 4 \times 4$$

$$= 16 \times 4$$

$$= 64 \text{ (立方分米)}$$

$$V_{\text{圆柱}} = 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 4$$

$$= 3.14 \times 4 \times 4$$

$$= 50.24 \text{ (立方分米)}$$

$$(64 - 50.24) \div 64$$

$$= 13.76 \div 64$$

$$= 0.215$$

$$= 21.5\%$$

答：这个圆柱体积比原来正方体体积少了 21.5%。

【对应练习 2】

有块正方体的木料，它的棱长是 4dm。把这块木料加工成一个最大的圆柱，这个圆柱的体积是多少？

解析：

$$\begin{aligned} & 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 4 \\ &= 3.14 \times 4 \times 4 \\ &= 50.24 \text{ (立方分米)} \end{aligned}$$

答：这个圆柱的体积是 50.24 立方分米。

【对应练习 3】

丽丽和妈妈学做蛋糕，做出一个棱长为 10cm 的正方体蛋糕，现在要把它削成一个最大的圆柱形蛋糕。你能算出这个圆柱形蛋糕的体积是多少立方厘米吗？

解析：

圆柱体积：

$$\begin{aligned} & 3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 10 \\ &= 3.14 \times 25 \times 10 \\ &= 785 \text{ (立方厘米)} \end{aligned}$$

答：这个圆柱的体积是 785 立方厘米。

【考点九】排水法在圆柱中的三种应用方式：求不规则物体的体积。

【方法点拨】

形状不规则的物体可以用排水法求体积，排水法的公式：

① $V_{\text{物体}} = V_{\text{现在}} - V_{\text{原来}}$

② $V_{\text{物体}} = S \times (h_{\text{现在}} - h_{\text{原来}})$

③ $V_{\text{物体}} = S \times h_{\text{升高}}$

【典型例题】

在一个底面直径是 6dm 的圆柱形容器内装了一部分水，水中完全浸没着一个

高 4dm 的圆锥形铁块，当铁块从水中取出时，水面下降了 5cm，这个圆锥形

铁块的体积是多少 dm^3 ？

解析：

$$5\text{cm} = 0.5\text{dm}$$

$$\text{半径} : 6 \div 2 = 3\text{dm}$$

水面下降了 5cm，圆锥形铁块的体积就是下降的水的体积，

$$\text{所以体积} : 3.14 \times 3^2 \times 0.5$$

$$= 3.14 \times 9 \times 0.5$$

$$= 3.14 \times 4.5$$

$$= 14.13 \text{ (dm}^3\text{)}$$

答：这个圆锥形铁块的体积是 14.13 dm^3 。

【对应练习 1】

爸爸拿出一个钢球，对小洁说：“你能求出这个钢球的体积吗？”小洁说：“当然能。”于是，小洁将家中一个底面直径是 20cm 的圆柱形玻璃杯装一部分水，量得水深 10cm，然后把钢球完全浸没在水中，这时又量得水面高度是 12cm。

你知道这个钢球的体积是多少吗？

解析：

$$3.14 \times (20 \div 2)^2 \times (12 - 10)$$

$$= 3.14 \times 100 \times 2$$

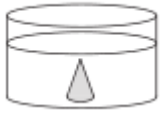
$$= 628 \text{ (立方厘米)}$$

答：这个钢球的体积是立方厘米。

【对应练习 2】

有一个底面内直径为 20cm，装有一些水的圆柱形玻璃容器，已知容器内的水面高度为 5cm。现将一个圆锥形铅锤完全浸入容器中，此时容器内的水面高度

上升到 7cm。求这个铅锤的体积。



解析：

$$3.14 \times (20 \div 2)^2 \times (7 - 5)$$

$$= 3.14 \times 100 \times 2$$

$$= 628 \text{ (cm}^3\text{)}$$

答：这个铅锤的体积是 628cm^3 。

【对应练习 3】

在一个底面直径是 10cm 的圆柱形容器里加入若干水，水深 8cm。把一个苹果

完全浸没在水中，水没有溢出，这时水深增加到 10cm。这个苹果的体积是多

少立方厘米？

解析：

$$3.14 \times (10 \div 2)^2 \times (10 - 8)$$

$$= 3.14 \times 25 \times 2$$

$$= 157 \text{ (立方厘米)}$$

答：这个苹果的体积是 157 立方厘米。

【对应练习 4】

从一个底面半径为 10 分米的圆柱形水桶里取出一块底面积是 6.28 平方分米完全浸泡在水中的圆锥形钢材，取出后水面下降 5 厘米，求圆锥形钢材的体积。

解析：

$$5 \text{ 厘米} = 0.5 \text{ 分米}$$

$$10^2 \times 3.14 \times 0.5$$

$$= 100 \times 1.57$$

$$= 157 \text{ (立方分米)}$$

答：圆锥形钢材的体积为 157 立方分米。

【考点十】排水法在圆柱中的三种应用方式：求不规则物体的高。

【方法点拨】

形状不规则的物体可以用排水法求体积，排水法的公式：

$$\textcircled{1} V_{\text{物体}} = V_{\text{现在}} - V_{\text{原来}}$$

$$\textcircled{2} V_{\text{物体}} = S \times (h_{\text{现在}} - h_{\text{原来}})$$

$$\textcircled{3} V_{\text{物体}} = S \times h_{\text{升高}}$$

【典型例题】

有一只底面半径为 3dm 的圆柱形水桶，桶内盛满水，并浸有一块底面为正方

形边长为 2dm 的长方体铁块（完全浸没水中）。当铁块从水中完全取出时，桶内的水面下降了 5cm，求这块长方体铁块的高。（得数保留一位小数）

解析：

5 厘米 = 0.5 分米；

$$3.14 \times 3^2 \times 0.5 \div (2 \times 2)$$

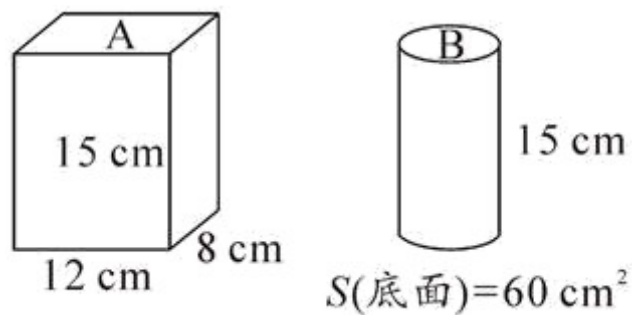
$$= 14.13 \div 4$$

$$\approx 3.5 \text{ (分米)}$$

答：这块长方体铁块的高是 3.5 分米。

【对应练习 1】

将石块放入 A 容器中（全部淹没水中），水位上升 2.5 厘米，如果将其放入 B 容器中（全部淹没水中），水位会上升多少厘米？（水没有溢出）



解析：

$$12 \times 8 \times 2.5 \div 60$$

$$= 240 \div 60$$

$$= 4 \text{ (厘米)}$$

答：水位会上升 4 厘米。

【对应练习 2】

在一个长方体容器内盛满水，从里面量测得它的长是 10cm、宽 10cm、高 20cm，容器内完全浸没了一个底面半径是 4cm，高 5cm 的圆柱体铁块，如果把铁块完全取出，容器内的水面会下降多少 cm？

解析：

$$\text{圆柱容积} : 3.14 \times 4^2 \times 5 = 251.2 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\text{水面下降} : 251.2 \div 10 \div 10 = 2.512 \text{ (cm)}$$

答：如果把铁块完全取出，容器内的水面会下降 2.512cm。

【对应练习 3】

在一个底面半径为 40cm 的圆柱形水桶里，有一段底面半径为 20cm 的圆柱形钢材浸没在水中。把钢材从水桶中取出后，桶里水的高度下降了 6cm，这段钢材有多长？

解析：

$$3.14 \times 40^2 \times 6$$

$$= 5024 \times 6$$

$$= 30144 \text{ (立方厘米)}$$

$$3.14 \times 20^2 = 1256 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$30144 \div 1256 = 24 \text{ (cm)}$$

答：这段钢材有 24cm 长。

【考点十一】排水法在圆柱中的三种应用方式：溢水问题。

【方法点拨】

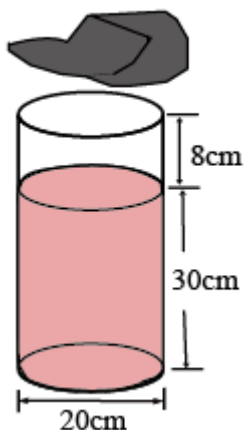
溢水问题，由于物体放入容器中有水溢出，所以物体的体积应由水上升部分的

体积加上水溢出部分的体积，即： $V_{\text{物体}} = V_{\text{上升部分}} + V_{\text{溢出部分}}$ 。

【典型例题】

在一个装有部分水的圆柱形容器中（如图）放入一块石头，结果溢出了 18mL 的

水。这块石头的体积是多少立方厘米？



解析：上升的水的体积 + 溢出水体积就是这块石头的体积。

$$18\text{mL} = 18\text{cm}^3$$

$$\begin{aligned} & 3.14 \times (20 \div 2)^2 \times 8 + 18 \\ &= 314 \times 8 + 18 \\ &= 2512 + 18 \\ &= 2530 (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

答：这块石头的体积是 2530 立方厘米。

【对应练习 1】

把一个铁圆锥放入底面半径是 10cm 的盛满水的圆柱形容器里，溢出了

150.72cm³ 的水，如果取出这个圆锥，容器里的水面将下降多少？

解析：

$$\begin{aligned} & 150.72 \div (3.14 \times 10^2) \\ &= 150.72 \div 314 \\ &= 0.48 (\text{厘米}) \end{aligned}$$

答：容器里的水面将下降 0.48 厘米。

【对应练习 2】

一个盛有水的圆柱形容器的底面直径是 10 厘米，水深 12 厘米，放入一块石头，

从容器中溢出 50 毫升水，这个容器的高是 22 厘米，石头的体积是多少？

解析：

$$50 \text{ 毫升} = 50 \text{ 立方厘米}$$

石头体积：

$$3.14 \times (10 \div 2)^2 \times (22 - 12) + 50$$

$$= 3.14 \times 25 \times 10 + 50$$

$$= 78.5 \times 10 + 50$$

$$= 785 + 50$$

$$= 835 \text{ (立方厘米)}$$

答：石头的体积是 835 立方厘米。

【对应练习 3】

一个底面直径是 6dm、高 7dm 的圆柱形玻璃器皿里装有 5dm 深的水，现将

一块棱长为 4dm 的正方体铁块放入水中，铁块沉入水底。容器里会溢出多少

升的水？

解析：

$$6 \div 2 = 3 \text{ (分米)}$$

$$4 \times 4 \times 4 - 3.14 \times 3^2 \times (7 - 5)$$

$$= 64 - 56.52$$

$$= 7.48 \text{ (立方分米)}$$

$$= 7.48 \text{ (升)}$$

答：容器里会溢出 7.48 升的水。

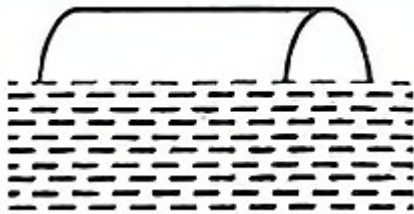
【考点十二】求较简单的不规则圆柱体的体积。

【方法点拨】

求不规则圆柱体的体积，注意分析图形，寻找底面半径和高，再根据公式求体积。

【典型例题】

如图，一根长 1m，横截面直径为 10cm 的圆柱形木头浮在水面上，东东发现它正好是一半露出水面，露出水面的木头的体积是多少立方厘米？



解析：

$$1\text{m} = 100\text{cm}$$

$$3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 100 \div 2$$

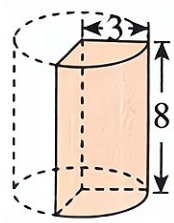
$$= 3.14 \times 25 \times 100 \div 2$$

$$= 3925 \text{ (立方厘米)}$$

答：露出水面的木头的体积是 3925 立方厘米。

【对应练习 1】

求下面 $\frac{1}{4}$ 个圆柱的体积和表面积。（单位：cm）



解析：

$$\text{体积：} 3.14 \times 3^2 \times 8 \div 4$$

$$= 226.08 \div 4$$

$$= 56.52 \text{ (立方厘米)}$$

$$\text{表面积：} 3.14 \times 3^2 \div 2 + 3 \times 8 \times 2 + 3.14 \times 3 \times 2 \times 8 \div 4$$

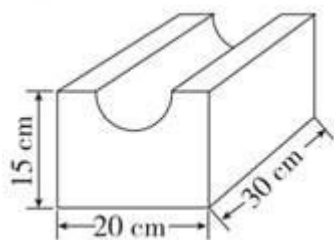
$$= 14.13 + 48 + 37.68$$

$$= 99.81 \text{ (平方厘米)}$$

【对应练习 2】

计算下面图形的和体积。

半圆柱的底面直径是 10cm



解析：

$$\begin{aligned}V &= 15 \times 20 \times 30 - \frac{1}{2} \times 3.14 \times (10 \div 2)^2 \times 30 \\ &= 9000 - 1177.5 \\ &= 7822.5 (\text{cm}^3)\end{aligned}$$

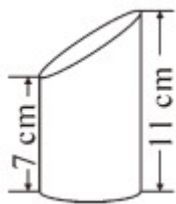
【考点十三】 求较复杂的不规则圆柱体的体积。

【方法点拨】

求不规则圆柱体的体积，注意分析图形，寻找底面半径和高，再根据公式求体积。

【典型例题】

一个底面积是 20 平方厘米的圆柱，斜着截去了一段后，剩下的图形如图，截后剩下的图形的体积是多少立方厘米？



解析：根据图形的特点，可以这样理解，用这样两个完全一样的图形拼成一个高是 $(7 + 11)$ 厘米的圆柱，根据圆柱的体积公式： $V = sh$ ，把数据代入公式求出

这样两个图形的体积再除以 2 即可。

$$20 \times (7 + 11) \div 2$$

$$= 20 \times 18 \div 2$$

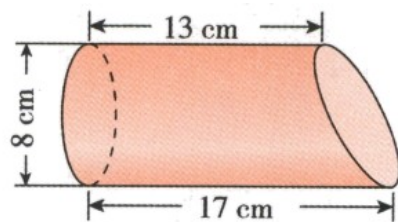
$$= 180 (\text{立方厘米})$$

答：截后剩下的图形的体积是 180 立方厘米。

【对应练习 1】

纪念品店加工一种艺术节比赛奖杯（如图）。加工时，一个有机玻璃圆柱正好

可以截成两个这样的奖杯。求一个奖杯的体积。



解析：

$$3.14 \times (8 \div 2)^2 \times (13 + 17) \div 2$$

$$= 1507.2 \div 2$$

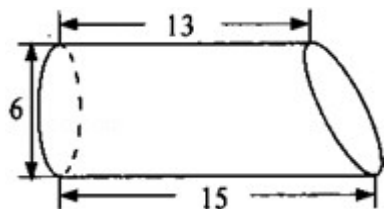
$$= 753.6 (\text{立方厘米})$$

答：一个奖杯的体积为 753.6cm^3 。

【对应练习 2】

如图是圆木沿某一平面截去一部分后的剩余部分，请计算剩余部分的体积。

(单位：厘米)



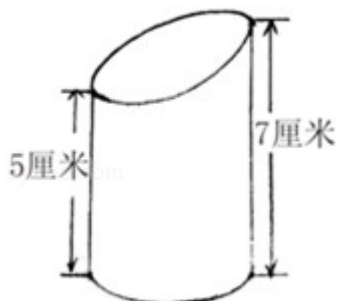
解析：

$$\begin{aligned} & 3.14 \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times 13 + 3.14 \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 \times (15 - 13) \div 2 \\ &= 3.14 \times 9 \times 13 + 3.14 \times 9 \times 2 \div 2 \\ &= 367.38 + 28.26 \\ &= 395.64 \text{ (立方厘米)} \end{aligned}$$

答：这个立体图形的体积是 395.64 立方厘米。

【对应练习 3】

右图是一个底面半径为 3 厘米的圆柱木块被削去一半后的形状，请你计算出它的体积。



解析：

$$7 - 5 = 2 \text{ (厘米)}$$

$$3.14 \times 3^2 \times 2 \div 2 = 28.26 \text{ (立方厘米)}$$

$$3.14 \times 3^2 \times 5 = 141.3 \text{ (立方厘米)}$$

$$28.26 + 141.3 = 169.56 \text{ (立方厘米)}$$

答：它的体积是 169.56 立方厘米。

【考点十四】求组合立体图形的体积。

【方法点拨】

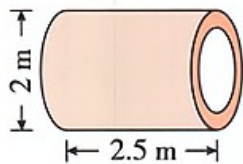
求组合立体图形的体积，注意分析该图是由些立体图形组合而成的，再分别求

出各图形的体积，最后相加或相减。

【典型例题】

工地运来了一根水泥管（如下图），管壁厚 2dm。这根水泥管用了多少立方米

的水泥？



解析：

$$2\text{dm} = 0.2\text{m}$$

$$2 \div 2 = 1(\text{m})$$

$$1 - 0.2 = 0.8(\text{m})$$

$$1^2 \times 3.14 \times 2.5 - 0.8^2 \times 3.14 \times 2.5$$

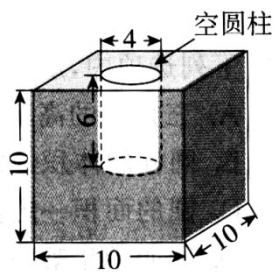
$$= 7.85 - 5.024$$

$$= 2.826 \text{ (立方米)}$$

答：这根水泥管用了 2.826m^3 的水泥。

【对应练习 1】

求下面图形的表面积和体积。（单位：cm）



解析：

表面积 = 大正方体的表面积 + 圆柱的侧面积，

$$10 \times 10 \times 6 + 3.14 \times 4 \times 6$$

$$= 600 + 75.36$$

$$= 675.36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

体积 = 大正方体体积 - 圆柱的体积

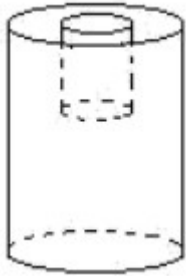
$$10 \times 10 \times 10 - 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 6$$

$$= 1000 - 75.36$$

$$= 924.64 \text{ (cm}^3\text{)}。$$

【对应练习 2】

如图，一个圆柱体零件，高 10 厘米，底面直径 6 厘米，零件的一端有一个圆柱形的圆孔，圆孔的直径是 4 厘米，孔深 5 厘米。



(1) 这个零件的体积是多少立方厘米？

(2) 如果将这个零件接触空气的部分涂上防锈漆，那么一共要涂多少平方厘

米？

解析：

$$(1) 3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 10 - 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 5$$

$$= 3.14 \times 9 \times 10 - 3.14 \times 4 \times 5$$

$$= 282.6 - 62.8$$

$$= 219.8 \text{ (立方厘米)}$$

答：这个零件的体积是 219.8 立方厘米。

$$(2) 3.14 \times (6 \div 2)^2 \times 2 + 3.14 \times 6 \times 10 + 3.14 \times 4 \times 5$$

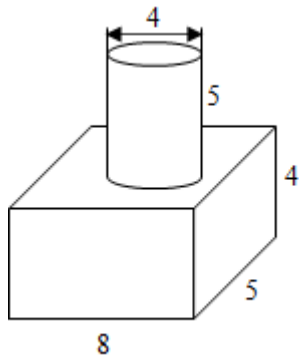
$$= 56.52 + 188.4 + 62.8$$

$$= 307.72 \text{ (平方厘米)}$$

答：一共要涂 307.72 平方厘米。

【对应练习 3】

计算出下面组合图形的表面积和体积（单位：厘米）



解析：

$$3.14 \times 4 \times 5 + (8 \times 5 + 8 \times 4 + 5 \times 4) \times 2$$

$$= 62.8 + (40 + 32 + 20) \times 2$$

$$= 62.8 + 92 \times 2$$

$$= 62.8 + 184$$

$$= 246.8 \text{ (平方厘米)}$$

$$3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 5 + 8 \times 5 \times 4$$

$$= 3.14 \times 4 \times 5 + 160$$

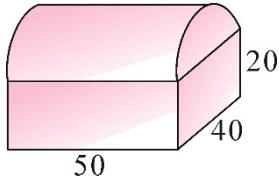
$$= 62.8 + 160$$

$$= 222.8 \text{ (立方厘米)}$$

答：这个组合图形的表面积是 246.8 平方厘米，体积是 222.8 立方厘米。

【对应练习 4】

图所示的百宝箱，上部是一个圆柱的一半，下部是一个长 50cm，宽 40cm，高 20cm 的长方体，这个百宝箱的表面积是多少？它的体积是多少？



解析：

$$50 \times 40 + 50 \times 20 \times 2 + 40 \times 20 \times 2 + 3.14 \times (40 \div 2)^2 + 3.14 \times 40 \times 50 \div 2$$

$$= 2000 + 2000 + 1600 + 1256 + 3140$$

$$= 9996 \text{ (平方厘米)}$$

$$50 \times 40 \times 20 + 3.14 \times (40 \div 2)^2 \times 50 \div 2$$

$$= 40000 + 3.14 \times 400 \times 25$$

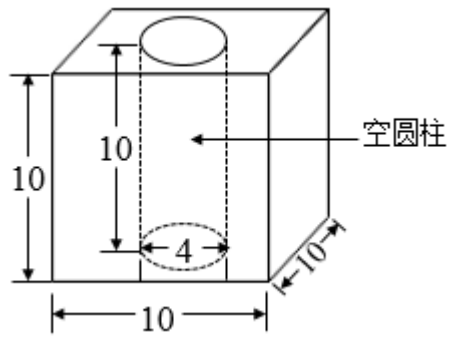
$$= 40000 + 31400$$

$$= 71400 \text{ (立方厘米)}$$

答：这个百宝箱的表面积是多少 9996cm^2 ，它的体积是 71400cm^3 。

【对应练习 5】

求下面图形的表面积和体积。



解析：

表面积：

$$\begin{aligned}
 &10 \times 10 \times 6 + 3.14 \times 4 \times 10 - 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 2 \\
 &= 600 + 125.6 - 25.12 \\
 &= 700.48
 \end{aligned}$$

体积：

$$\begin{aligned}
 &10 \times 10 \times 10 - 3.14 \times (4 \div 2)^2 \times 10 \\
 &= 1000 - 3.14 \times 4 \times 10 \\
 &= 1000 - 125.6 \\
 &= 874.4
 \end{aligned}$$

答：它的表面积是 700.48，体积是 874.4。

