

六年级数学下册典型例题系列之

第三单元圆柱的体积问题提高部分（原卷版）

编者的话：

《六年级数学下册典型例题系列》是基于教材知识点和常年考点考题总结与编辑而成的，该系列主要包含典型例题和专项练习两大部分。

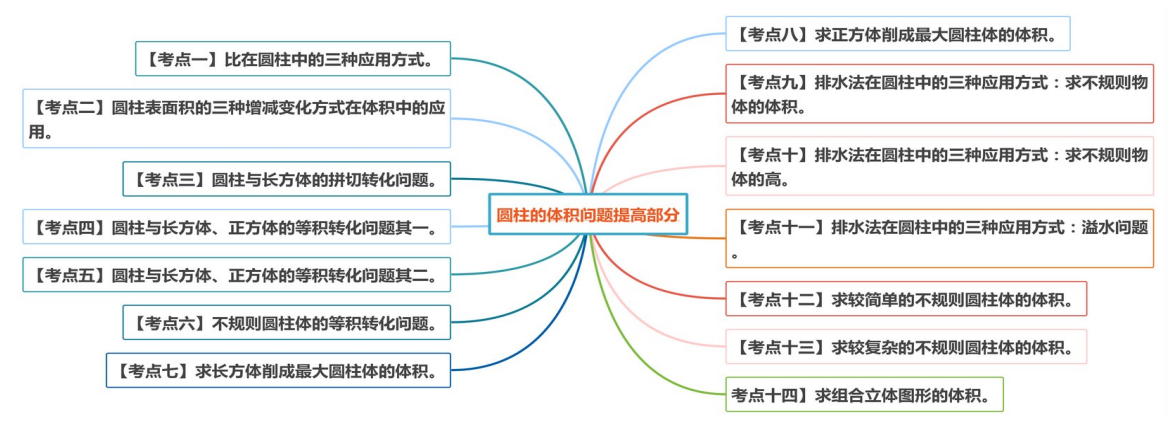
典型例题部分是按照单元顺序进行编辑，主要分为计算和应用两大部分，其优点在于考题典型，考点丰富，变式多样。

专项练习部分是从常考题和期末真题中选取对应练习，其优点在于选题经典，题型多样，题量适中。

本专题是**第三单元圆柱的体积问题提高部分**。本部分内容主要选取圆柱体积问题中较复杂的问题，包括比在圆柱中的三种应用方式，圆柱与长方体、正方体的拼切转化和等积转化问题，排水法在圆柱中的三种应用，求不规则圆柱体和组合立体图形的体积等等，内容难度较大，考点较多，共划分为十四个考点，建议作为本章核

心内容，根据学生掌握情况选择性进行讲解，欢迎使用。

考点导图



【考点一】比在圆柱中的三种应用方式。

【方法点拨】

1.当圆柱的底面积相等时，已知高之比，求体积之比：

高之比就是体积之比。

2.当圆柱的高相等时，已知底面积之比，求体积之比：

底面积之比就是体积之比。

3.已知底面积之比和高之比，求体积之比：

分别用对应的底面积 \times 对应的高求得对应体积，再求体积之比。

【典型例题 1】

已知两个圆柱的底面积相等，高的比是 1:2，体积比是（ ）。

【典型例题 2】

已知两个圆柱的高相等，底面积比是 2:3，体积比是（ ）。

【典型例题 3】

两个圆柱高的比是 2:3，半径比是 1:2，则体积比是多少？

【对应练习 1】

两个圆柱的高相等，半径比是 1:2，则体积比是多少？

【对应练习 2】

两个等高的圆柱底面半径的比是 4:3，它们的体积比是多少？

【考点二】圆柱表面积的三种增减变化方式在体积中的应用。

【方法点拨】

1. 圆柱高的变化引起表面积的变化：

由于底面积没有变，所以实际上发生变化的是侧面积，由此可以求出底面周长，

进而求出表面积，即底面周长 $C = \text{变化的表面积} \div \text{变化的高度}$ 。

2. 横切引起的表面积变化。

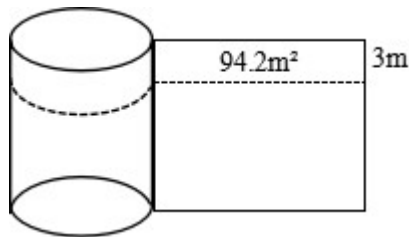
平行于底面切（横切）一刀，多出的两个面是底面，即两个圆。

3. 竖切引起的表面积变化。

垂直于底面切（竖切），多出的两个面是长方形，即以底面圆的直径为长，以圆柱的高为宽的长方形。

【典型例题 1】

一个圆柱，如果把它的高截短 3m，它的表面积就会减少 94.2m^2 ，那么这个圆柱的体积减少多少立方米？



【典型例题 2】

把一根长 4 米的圆柱形钢材截成两段，表面积比原来增加 15.7 平方厘米。这根钢材的体积是多少立方厘米？

【对应练习 1】

将一根底面直径是 6dm 的圆柱形木料，沿高切成形状、大小完全相同的两块后，

表面积增加了 360dm^2 。这根圆柱形木料的体积是多少立方分米？

【对应练习 2】

把一根长为 1.2 米的圆柱形钢材截成 3 段,表面积增加了 6.28 平方分米,原来

这根钢材的体积是多少?

【对应练习 3】

一个圆柱高为 15 厘米,把它的高增加 2 厘米后表面积增加 25.12 平方厘米,

求原来圆柱的体积。

【对应练习 4】

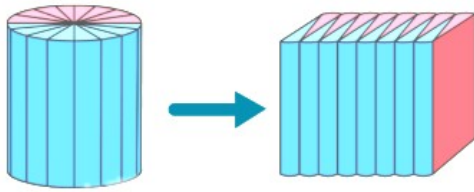
底面直径是 20 厘米的圆钢,将其截成两段同样的圆钢,两段表面积的和为

7536 平方厘米,原来圆钢的体积是多少立方厘米?

【考点三】圆柱与长方体的拼切转化问题。

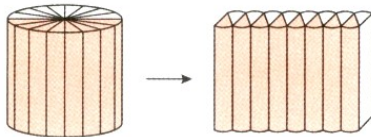
【方法点拨】

将一个底面半径为 r ，高为 h 的圆柱沿着高切成若干等份，并将其拼成一个近似的长方体，此时这个圆柱和长方体的体积相等，拼成的长方体的表面积比圆柱多 2 个面积大小为 hr 的长方形。



【典型例题】

把一个底面半径是 6cm 的圆柱切拼成一个近似的长方体后（如图），表面积增加了 180cm^2 ，原来圆柱的体积是多少立方厘米？



【对应练习 1】

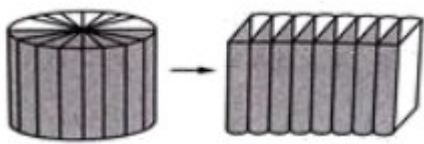
把一个高为 1 米的圆柱体切成底面是许多相等的扇形，再拼成一个近似的长方体，已知拼成后长方体表面积比原来圆柱表面积增加了 40 平方分米，原来圆柱体的体积是多少立方分米？

【对应练习 2】

把高 5 厘米的圆柱底面分成若干等份，把圆柱切开拼成一个近似的长方体，长方体表面积比圆柱增加 20 平方厘米。求原来圆柱的体积。

【对应练习 3】

如图所示，把底面直径为 8 厘米的圆柱切成若干等份，拼成一个近似的长方体。这个长方体的表面积比原来增加 80 平方厘米。



(1) 同学们回忆圆柱体积计算公式的推导过程，用自己喜欢的方式将它记录下来。

(2) 那么圆柱的高是多少厘米？长方体的体积是多少立方厘米？

【考点四】圆柱与长方体、正方体的等积转化问题其一。

【方法点拨】

等积转化问题，关键在于找到题目中的体积不变量，再根据体积不变解决问题。

【典型例题】

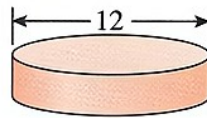
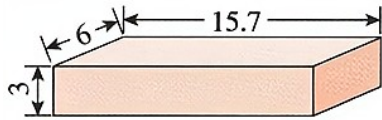
把一个长、宽、高分别是 9 厘米、7 厘米、3 厘米的长方体铅块和一个棱长是 5 厘米的正方体铅块，铸成一个圆柱。这个圆柱的底面直径是 20 厘米，高是多少厘米？

【对应练习 1】

把一个底面积为 15cm^2 ，高为 6cm 的圆柱形铁块熔铸成一个长为 5cm、宽为 4cm 的长方体铁块，铸成的长方体铁块高多少 cm？

【对应练习 2】

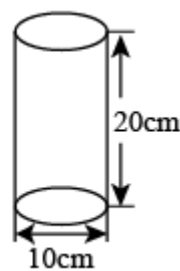
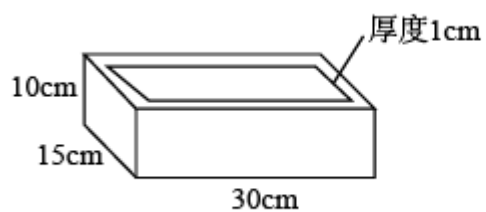
下图中的圆柱与长方体的体积相等。这个圆柱的高是多少分米？（单位：dm）



【对应练习 3】

如下图所示，要在实验室铸造出一个无盖的青铜盒子，盒子的外形是一个长方体，内部挖空，外部尺寸长为 30cm ，宽为 15cm ，高为 10cm ，壁和底部的厚度都为 1cm 。现有一份形状为圆柱的实心青铜材料，其底面直径为 10cm ，高为 20cm 。

若熔化该青铜材料，能铸造出这样的青铜盒子吗？通过计算说明。



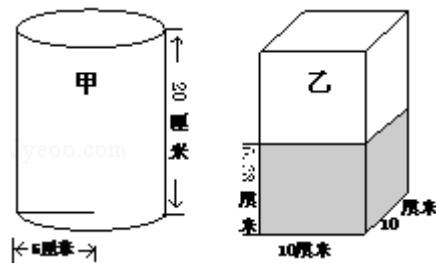
【考点五】圆柱与长方体、正方体的等积转化问题其二。

【方法点拨】

等积转化问题，关键在于找到题目中的体积不变量，再根据体积不变解决问题。

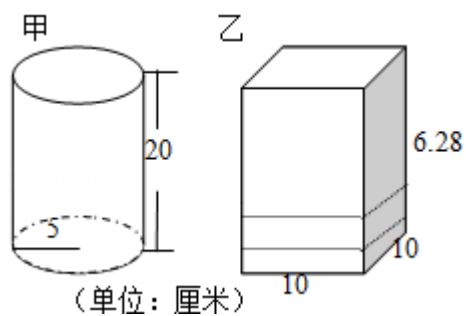
【典型例题】

甲圆柱形瓶子中有 2 厘米深的水。乙长方体瓶子里水深 6.28 厘米。将乙瓶中的水全部倒入甲瓶，这时甲瓶的水深多少厘米？（如图）



【对应练习 1】

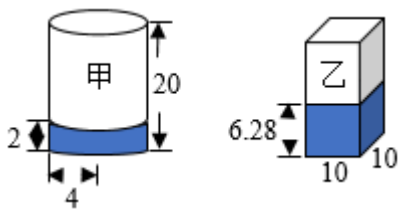
甲圆柱体容器是空的，乙长方体容器中水深 6.28 厘米，要将容器乙中的水全部倒入甲容器，这时水深多少厘米？



【对应练习 2】

下图中，圆柱形（甲）瓶子里有 2 厘米深的水。长方体（乙）瓶子有水深 6.28

厘米。如果将乙瓶中的水倒入甲瓶，这时甲瓶的水深多少厘米？



【对应练习 3】

将一个底面周长是 18.84 厘米、高是 10 厘米的圆柱形量杯里装满水，再倒入

一个长 12 厘米、宽 5 厘米的长方体容器中，水面高是多少厘米？

【考点六】不规则圆柱体的等积转化问题。

【方法点拨】

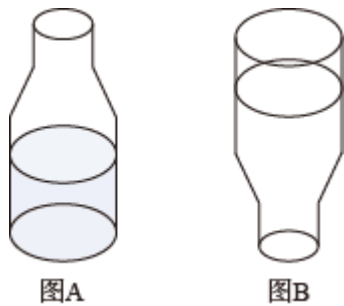
等积转化问题，关键在于找到题目中的体积不变量，再根据体积不变解决问题。

【典型例题 1】

小军有一个密封的瓶子（图 A）。里面装了 250 毫升的果汁，如果把它倒过来

（图 B），空白部分的容量是 50 毫升假如把瓶里装满果汁，那么一共能装多少

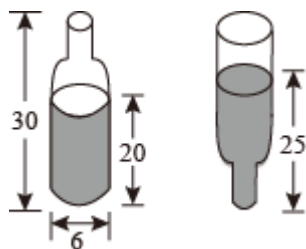
毫升？



【典型例题 2】

一个高 30cm 的酒瓶中盛有酒，如果把它倒置在桌面上（如图所示），求酒瓶的

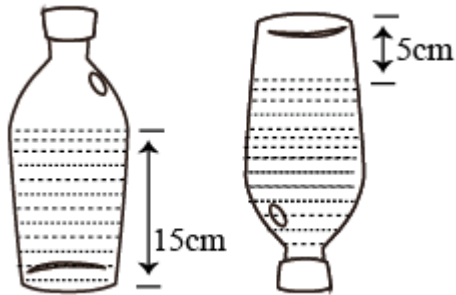
容积是多少？（单位： cm ）



【对应练习 1】

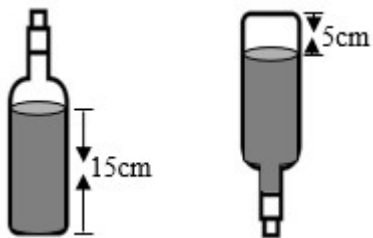
如图，一个饮料瓶内直径是 9cm ，瓶里饮料的高度是 15cm ，把瓶盖拧紧后，

使其瓶口向下倒立，无饮料部分的高度是 5cm，这个饮料瓶的容积是多少？



【对应练习 2】

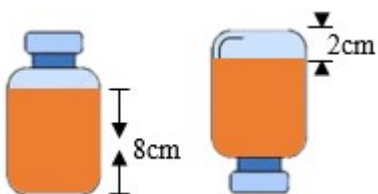
如图所示，一个内直径为 6 cm 的饮料瓶，它的容积是多少？



【对应练习 3】

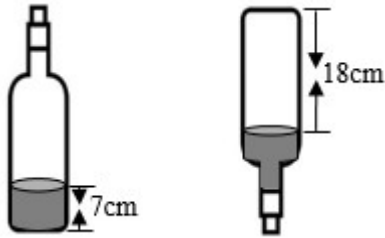
一个内半径是 4cm 的胶水瓶里，胶水的高度是 8cm，把瓶盖拧紧倒置放平，

没有胶水的部分高 2cm。这个瓶子的容积是多少？



【对应练习 4】

一个内直径是 10cm 的瓶子里，水的高度是 7cm，把瓶盖拧紧倒置放平，无水部分是圆柱形，高度是 18cm。这个瓶子的容积是多少毫升？



【考点七】求长方体削成最大圆柱体的体积。

【方法点拨】

在长 a 厘米，宽 b 厘米，高 c 厘米的长方体中切出一个体积最大的圆柱，求这个圆柱的体积是多少立方厘米，要以中间长度的边作为圆柱底面圆的直径，再根据情况选择圆柱的高来计算圆柱的体积。

【典型例题】

在一个长、宽、高分别是 2dm、2dm、5dm 的长方体盒子中，正好能放下一个圆柱形物体（如图）。这个圆柱形物体的体积最大是多少立方分米？盒子中空余的空间是多少立方分米？



【对应练习 1】

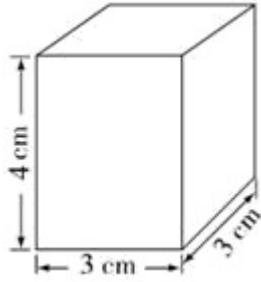
在长 12 厘米，宽 10 厘米，高 8 厘米的长方体中切出一个体积最大的圆柱，这个圆柱的体积是多少立方厘米？

【对应练习 2】

把一个长 8 厘米、宽 6 厘米、高 4 厘米的长方体木块削成一个最大的圆柱体积木，这个圆柱体积木的体积是多少立方厘米？

【对应练习 4】

把下面的长方体削成一个最大的圆柱，这个圆柱的体积是多少？



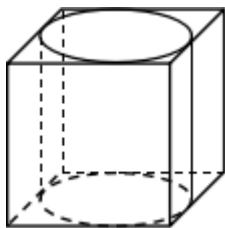
【考点八】 求正方体削成最大圆柱体的体积。

【方法点拨】

把正方体加工成一个最大的圆柱，圆柱的底面直径等于正方体的棱长，圆柱的高也等于正方体的棱长，再利用圆柱的体积公式 $V_{\text{柱}} = \pi r^2 h$ 求圆柱的体积。

【典型例题】

为丰富校园文化生活，培养学生的创新精神和实践能力，学校要举办 2021 年度的大型科技文化节。科技组在制作过程中需要将一块正方体木料加工成一个最大的圆柱（如下图），已知它的棱长是 8dm，求这个圆柱的体积是多少？



【对应练习 1】

有块正方体的木料，它的棱长是 4dm，把这块木料加工成一个最大的圆柱。这个圆柱体积比原来正方体体积少了百分之几？

【对应练习 2】

有块正方体的木料，它的棱长是 4dm，把这块木料加工成一个最大的圆柱，这个圆柱的体积是多少？

【对应练习 3】

丽丽和妈妈学做蛋糕，做出一个棱长为 10cm 的正方体蛋糕，现在要把它削成一个最大的圆柱形蛋糕。你能算出这个圆柱形蛋糕的体积是多少立方厘米吗？

【考点九】排水法在圆柱中的三种应用方式：求不规则物体的体积。

【方法点拨】

形状不规则的物体可以用排水法求体积，排水法的公式：

① $V_{\text{物体}} = V_{\text{现在}} - V_{\text{原来}}$

② $V_{\text{物体}} = S \times (h_{\text{现在}} - h_{\text{原来}})$

③ $V_{\text{物体}} = S \times h_{\text{升高}}$

【典型例题】

在一个底面直径是 6dm 的圆柱形容器内装了一部分水，水中完全浸没着一个高 4dm 的圆锥形铁块，当铁块从水中取出时，水面下降了 5cm，这个圆锥形铁块的体积是多少 dm^3 ？

【对应练习 1】

爸爸拿出一个钢球，对小洁说：“你能求出这个钢球的体积吗？”小洁说：“当然能。”于是，小洁将家中一个底面直径是 20cm 的圆柱形玻璃杯装一部分水，量得水深 10cm，然后把钢球完全浸没在水中，这时又量得水面高度是 12cm。你知道这个钢球的体积是多少吗？

【对应练习 2】

有一个底面内直径为 20cm，装有一些水的圆柱形玻璃容器，已知容器内的水面高度为 5cm。现将一个圆锥形铅锤完全浸入容器中，此时容器内的水面高度上升到 7cm。求这个铅锤的体积。



【对应练习 3】

在一个底面直径是 10cm 的圆柱形容器里加入若干水，水深 8cm。把一个苹果完全浸没在水中，水没有溢出，这时水深增加到 10cm。这个苹果的体积是多少立方厘米？

【对应练习 4】

从一个底面半径为 10 分米的圆柱形水桶里取出一块底面积是 6.28 平方分米完全浸泡在水中的圆锥形钢材，取出后水面下降 5 厘米，求圆锥形钢材的体积。

【考点十】排水法在圆柱中的三种应用方式：求不规则物体的高。

【方法点拨】

形状不规则的物体可以用排水法求体积，排水法的公式：

① $V_{\text{物体}} = V_{\text{现在}} - V_{\text{原来}}$

② $V_{\text{物体}} = S \times (h_{\text{现在}} - h_{\text{原来}})$

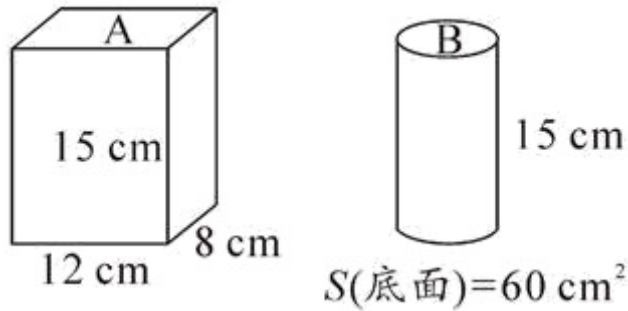
③ $V_{\text{物体}} = S \times h_{\text{升高}}$

【典型例题】

有一只底面半径为 3dm 的圆柱形水桶，桶内盛满水，并浸有一块底面为正方形边长为 2dm 的长方体铁块（完全浸没水中）。当铁块从水中完全取出时，桶内的水面下降了 5cm，求这块长方体铁块的高。（得数保留一位小数）

【对应练习 1】

将石块放入 A 容器中（全部淹没水中），水位上升 2.5 厘米，如果将其放入 B 容器中（全部淹没水中），水位会上升多少厘米？（水没有溢出）



【对应练习 2】

在一个长方体容器内盛满水，从里面量测得它的长是 10cm、宽 10cm、高 20cm，容器内完全浸没了一个底面半径是 4cm，高 5cm 的圆柱体铁块，如果把铁块完全取出，容器内的水面会下降多少 cm？

【对应练习 3】

在一个底面半径为 40cm 的圆柱形水桶里，有一段底面半径为 20cm 的圆柱形钢材浸没在水中。把钢材从水桶中取出后，桶里水的高度下降了 6cm，这段钢材有多长？

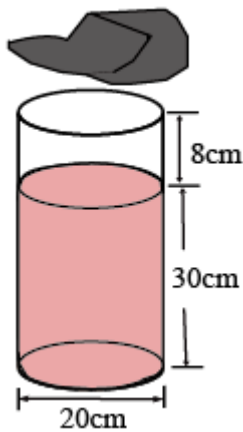
【考点十一】排水法在圆柱中的三种应用方式：溢水问题。

【方法点拨】

溢水问题，由于物体放入容器中有水溢出，所以物体的体积应由水上升部分的体积加上水溢出部分的体积，即： $V_{\text{物体}}=V_{\text{上升部分}}+V_{\text{溢出部分}}$ 。

【典型例题】

在一个装有部分水的圆柱形容器中（如图）放入一块石头，结果溢出了 18mL 的水。这块石头的体积是多少立方厘米？



【对应练习 1】

把一个铁圆锥放入底面半径是 10cm 的盛满水的圆柱形容器里，溢出了 150.72cm^3 的水，如果取出这个圆锥，容器里的水面将下降多少？

【对应练习 2】

一个盛有水的圆柱形容器的底面直径是 10 厘米，水深 12 厘米，放入一块石头，从容器中溢出 50 毫升水，这个容器的高是 22 厘米，石头的体积是多少？

【对应练习 3】

一个底面直径是 6dm、高 7dm 的圆柱形玻璃器皿里装有 5dm 深的水，现将一块棱长为 4dm 的正方体铁块放入水中，铁块沉入水底。容器里会溢出多少升的水？

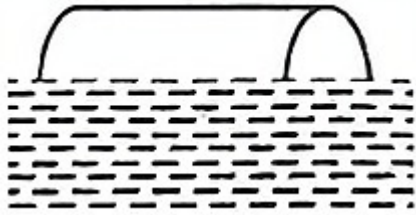
【考点十二】求较简单的不规则圆柱体的体积。

【方法点拨】

求不规则圆柱体的体积，注意分析图形，寻找底面半径和高，再根据公式求体积。

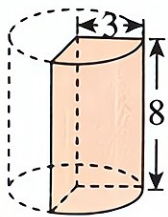
【典型例题】

如图，一根长 1m，横截面直径为 10cm 的圆柱形木头浮在水面上，东东发现它正好是一半露出水面，露出水面的木头的体积是多少立方厘米？



【对应练习 1】

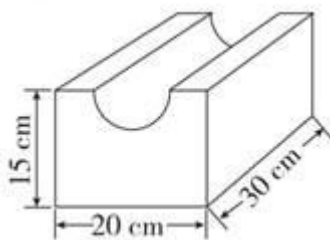
求下面 $\frac{1}{4}$ 个圆柱的体积和表面积。（单位：cm）



【对应练习 2】

计算下面图形的和体积。

半圆柱的底面直径是 10cm



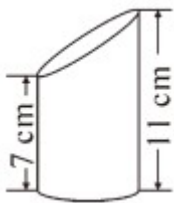
【考点十三】 求较复杂的不规则圆柱体的体积。

【方法点拨】

求不规则圆柱体的体积，注意分析图形，寻找底面半径和高，再根据公式求体积。

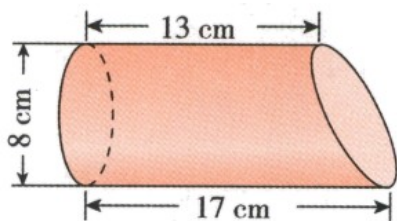
【典型例题】

一个底面积是 20 平方厘米的圆柱，斜着截去了一段后，剩下的图形如图，截后剩下的图形的体积是多少立方厘米？



【对应练习 1】

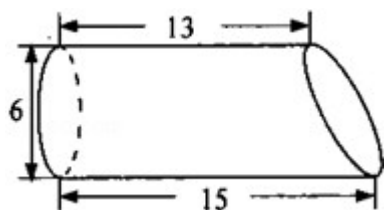
纪念品店加工一种艺术节比赛奖杯（如图）。加工时，一个有机玻璃圆柱正好可以截成两个这样的奖杯。求一个奖杯的体积。



【对应练习 2】

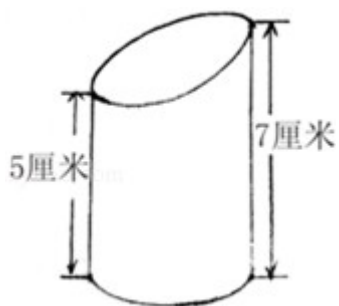
如图是圆木沿某一平面截去一部分后的剩余部分，请计算剩余部分的体积。

(单位：厘米)



【对应练习 3】

右图是一个底面半径为 3 厘米的圆柱木块被削去一半后的形状，请你计算出它的体积。



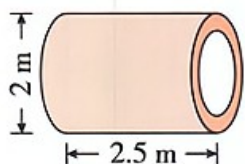
【考点十四】求组合立体图形的体积。

【方法点拨】

求组合立体图形的体积，注意分析该图是由些立体图形组合而成的，再分别求出各图形的体积，最后相加或相减。

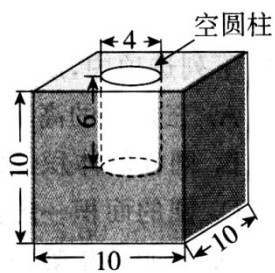
【典型例题】

工地运来了一根水泥管（如下图），管壁厚 2dm 。这根水泥管用了多少立方米的水泥？



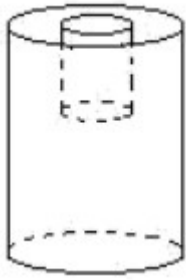
【对应练习 1】

求下面图形的表面积和体积。（单位：cm）



【对应练习 2】

如图，一个圆柱体零件，高 10 厘米，底面直径 6 厘米，零件的一端有一个圆柱形的圆孔，圆孔的直径是 4 厘米，孔深 5 厘米。

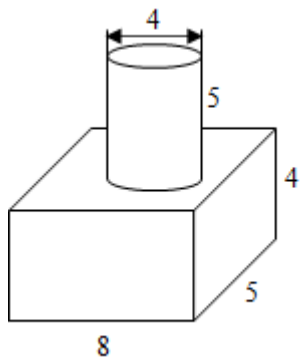


(1) 这个零件的体积是多少立方厘米？

(2) 如果将这个零件接触空气的部分涂上防锈漆，那么一共要涂多少平方米？

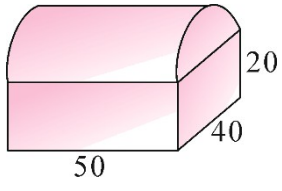
【对应练习 3】

计算出下面组合图形的表面积和体积（单位：厘米）



【对应练习 4】

图所示的百宝箱，上部是一个圆柱的一半，下部是一个长 50cm，宽 40cm，高 20cm 的长方体，这个百宝箱的表面积是多少？它的体积是多少？



【对应练习 5】

求下面图形的表面积和体积。

