



## 第②课时 角的比较与运算

### 名师点金

与角平分线有关的计算:

(1) 若  $OC$  平分  $\angle AOB$ , 则有  $\angle AOC = \angle BOC$ ;  $\angle AOB = 2\angle AOC = 2\angle BOC$ ;  $\angle AOC = \angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOB$ .

(2) 类同线段中点定义学习: 角平分线是角的二等分线, 还有角的三等分线、四等分线、 $\dots$ 、 $n$  等分线.

方法技巧: 角平分线的定义是进行角度计算的重要依据, 因此解这类题要从角平分线找角的数量关系, 利用图形中相等的角的位置关系, 结合角的和、差关系转化求解.

### I 夯实基础 · 逐点练 (点拨见 184 页)

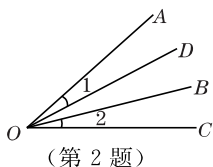
随堂导练

#### 知识点1 角的比较

1. 在  $\angle AOB$  的内部任取一点  $C$ , 作射线  $OC$ , 那么有 ( **D** )  
 A.  $\angle AOC = \angle BOC$       B.  $\angle AOC > \angle BOC$   
 C.  $\angle BOC > \angle AOB$       D.  $\angle AOB > \angle AOC$

2. 如图, 如果  $\angle AOB = \angle COD$ , 那么 ( **B** )

- A.  $\angle 1 > \angle 2$   
 B.  $\angle 1 = \angle 2$   
 C.  $\angle 1 < \angle 2$   
 D. 以上都不对



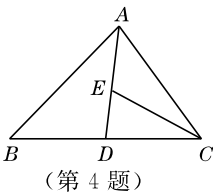
#### 知识点2 角的平分线

3. 点  $P$  在  $\angle MAN$  的内部, 现有 4 个等式: ①  $\angle PAM = \angle NAP$ ; ②  $\angle PAN = \frac{1}{2}\angle MAN$ ; ③  $\angle MAP = \frac{1}{2}\angle MAN$ ; ④  $\angle MAN = \angle MAP + \angle PAN$ , 其中能表示  $AP$  是  $\angle MAN$  的平分线的有 ( **C** )

- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

4. 如图所示, 若有  $\angle BAD = \angle CAD$ ,  $\angle BCE = \angle ACE$ , 则下列结论中错误的是 ( **D** )

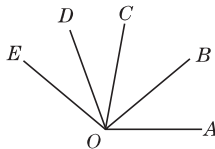
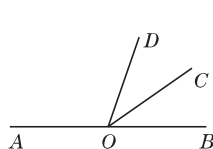
- A.  $AD$  是  $\angle BAC$  的平分线  
 B.  $CE$  是  $\angle ACD$  的平分线  
 C.  $\angle BCE = \frac{1}{2}\angle ACB$



- D.  $CE$  是  $\angle ABC$  的平分线

5. (中考·大连) 如图, 点  $O$  在直线  $AB$  上, 射线  $OC$  平分  $\angle BOD$ , 若  $\angle COB = 35^\circ$ , 则  $\angle AOD$  等于 ( **C** )

- A.  $35^\circ$       B.  $70^\circ$       C.  $110^\circ$       D.  $145^\circ$



6. (2014·滨州) 如图,  $OB$  是  $\angle AOC$  的平分线,  $OD$  是  $\angle COE$  的平分线, 如果  $\angle AOB = 40^\circ$ ,  $\angle COE = 60^\circ$ , 则  $\angle BOD$  的度数为 ( **D** )

- A.  $50^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $65^\circ$       D.  $70^\circ$

#### 知识点3 角的运算

7. (2014·佛山) 若一个  $60^\circ$  的角绕顶点旋转  $15^\circ$ , 则重叠部分的角的大小是 ( **C** )

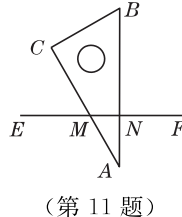
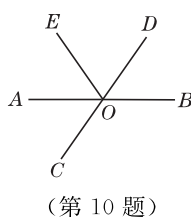
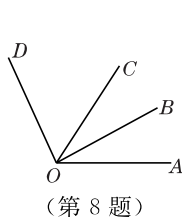
- A.  $15^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $75^\circ$

8. 如图,  $\angle AOD - \angle AOC =$  ( **D** )

- A.  $\angle AOC$       B.  $\angle BOC$       C.  $\angle BOD$       D.  $\angle COD$

9. (中考·滨州) 借助一副三角尺, 你能画出下面哪个度数的角 ( **B** )

- A.  $65^\circ$       B.  $75^\circ$       C.  $85^\circ$       D.  $95^\circ$



10. (中考·辽宁) 如图, 已知直线  $AB, CD$  相交于点  $O$ ,  $OA$  平分  $\angle EOC$ ,  $\angle EOC = 110^\circ$ , 则  $\angle BOD$  的度数是 ( **D** )

- A.  $25^\circ$       B.  $35^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $55^\circ$

11. (中考·荆州) 如图, 一把直尺  $EF$  压在三角尺  $30^\circ$  的角  $\angle BAC$  上, 与两边  $AC, AB$  交于  $M, N$ , 那么  $\angle CME + \angle BNF$  是 ( **A** )

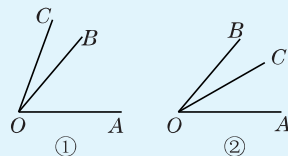
- A.  $150^\circ$       B.  $180^\circ$       C.  $135^\circ$       D. 不能确定

**易错点** 对角的位置关系没有进行分类讨论, 导致漏解 (分类讨论思想)

12. 已知射线  $OA$ , 若从点  $O$  引两条射线  $OB$  和  $OC$ , 使  $\angle AOB = 50^\circ$ ,  $\angle BOC = 20^\circ$ , 求  $\angle AOC$  的度数.

解: 当  $OC$  在  $\angle AOB$  的外部时, 如答图①,  $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$ .

当  $OC$  在  $\angle AOB$  的内部时, 如答图②,  $\angle AOC = \angle AOB - \angle BOC = 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ$ .



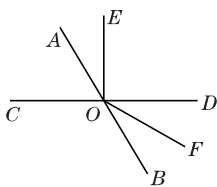


## II 整合方法 · 提升练 (点拨见 184 页)

课后导练

## 考查角度1 利用比较角的大小的方法比较两角大小

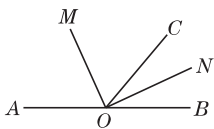
13. 如图, 回答下列问题:

(1) 用叠合法比较  $\angle FOD$  与  $\angle FOE$  的大小;(2) 借助三角尺比较  $\angle DOE$  与  $\angle BOF$  的大小;(3) 借助量角器比较  $\angle AOE$  与  $\angle DOF$  的大小.

(第 13 题)

解: (1)  $\angle FOD < \angle FOE$ .(2) 用含有  $45^\circ$  角的三角尺比较, 可得  $\angle DOE > 45^\circ$ ,  $\angle BOF < 45^\circ$ , 所以  $\angle DOE > \angle BOF$ .(3) 用量角器度量得,  $\angle AOE = 30^\circ$ ,  $\angle DOF = 30^\circ$ , 故  $\angle AOE = \angle DOF$ .

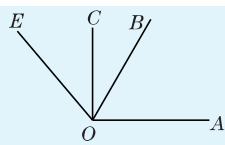
## 考查角度2 利用角平分线的定义进行角度计算

14. 如图,  $O$  是直线  $AB$  上一点,  $OM$  平分  $\angle AOC$ ,  $ON$  平分  $\angle BOC$ .(1) 你能求出  $\angle MON$  的度数吗? 你能得出什么结论?(2) 如果  $\angle AOM = 51^\circ 17'$ , 求  $\angle BON$  的度数.

(第 14 题)

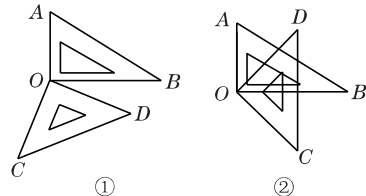
解: (1) 由角平分线的定义可知  $\angle MOC = \frac{1}{2} \angle AOC$ ,  $\angle NOC = \frac{1}{2} \angle BOC$ .再由图中角的关系得  $\angle MON = \angle MOC + \angle NOC$ , 所以  $\angle MON = \frac{1}{2} \angle AOC + \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} (\angle AOC + \angle BOC) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$ .结论:  $\angle MON$  的度数恒为  $90^\circ$ , 和射线  $OC$  的位置无关.(2)  $\angle BON = \angle AOB - \angle AOM - \angle MON = 180^\circ - 51^\circ 17' - 90^\circ = 38^\circ 43'$ .

## 考查角度3 利用角的运算求角度 (方程思想)

15. 如图, 已知  $\angle AOE = 130^\circ$ ,  $\angle AOB : \angle BOC = 2 : 1$ , 且  $3\angle COE = 2\angle AOB$ , 求  $\angle AOB$  的度数.解: 设  $\angle BOC = x$ , 则  $\angle AOB = 2x$ . 因为  $3\angle COE = 2\angle AOB$ , 所以  $\angle COE = \frac{2}{3} \angle AOB = \frac{4}{3}x$ . 因为  $\angle AOE = \angle AOB + \angle BOC + \angle COE$ , 所以  $130^\circ = 2x + x + \frac{4}{3}x$ . 解得  $x = 30^\circ$ . 所以  $\angle AOB = 2x = 60^\circ$ .

(第 15 题)

## 考查角度4 利用三角尺的叠放特征进行角的和、差计算

16. 如图①, 将两块三角尺的  $90^\circ$  角的顶点重合在点  $O$  处.(1) ①  $\angle AOD$  和  $\angle BOC$  相等吗?②  $\angle AOC$  和  $\angle BOD$  在数量上有何关系?(2) 若将这两块三角尺按图②摆放, 三角尺的  $90^\circ$  角的顶点重合在点  $O$  处.①  $\angle AOD$  和  $\angle BOC$  相等吗?②  $\angle AOC$  和  $\angle BOD$  的上述关系还成立吗? 说明理由.解: (1) ① 因为  $\angle AOD = 90^\circ + \angle BOD$ ,  $\angle BOC = 90^\circ + \angle BOD$ , 所以  $\angle AOD = \angle BOC$ .② 因为  $\angle AOC + 90^\circ + \angle BOD + 90^\circ = 360^\circ$ , 所以  $\angle AOC + \angle BOD = 180^\circ$ .(2) ① 因为  $\angle AOD = 90^\circ - \angle BOD$ ,  $\angle BOC = 90^\circ - \angle BOD$ , 所以  $\angle AOD = \angle BOC$ .② 成立. 理由: 因为  $\angle AOC = 90^\circ + \angle BOC$ ,  $\angle BOC = 90^\circ - \angle BOD$ , 所以  $\angle AOC = 90^\circ + 90^\circ - \angle BOD$ , 所以  $\angle AOC + \angle BOD = 180^\circ$ .

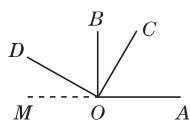
(第 16 题)

## III 探究培优 · 拓展练 (点拨见 185 页)

课后选练

## 拔尖角度 利用阅读信息求角度

17. 阅读解题过程, 回答问题:

如图,  $OC$  在  $\angle AOB$  内,  $\angle AOB$  和  $\angle COD$  都是直角, 且  $\angle BOC = 30^\circ$ , 求  $\angle AOD$  的度数.

(第 17 题)

解: 如图, 过  $O$  作射线  $OM$ , 使点  $M, O, A$  在同一条直线上. 因为  $\angle MOD + \angle BOD = 90^\circ$ ,  $\angle BOC + \angle BOD = 90^\circ$ , 所以  $\angle BOC = \angle MOD$ . 所以  $\angle AOD = 180^\circ - \angle MOD = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ .(1) 如果  $\angle BOC = 60^\circ$ , 那么  $\angle AOD$  等于多少度? 如果  $\angle BOC = n^\circ$ , 那么  $\angle AOD$  等于多少度?(2) 如果  $\angle AOB = \angle DOC = x^\circ$ ,  $\angle AOD = y^\circ$ , 求  $\angle BOC$  的度数.解: (1) 当  $\angle BOC = 60^\circ$  时,  $\angle AOD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ; 当  $\angle BOC = n^\circ$  时,  $\angle AOD = 180^\circ - n^\circ$ .(2) 因为  $\angle AOD = \angle AOB + \angle DOC - \angle BOC$ ,  $\angle AOB = \angle DOC = x^\circ$ ,  $\angle AOD = y^\circ$ , 所以  $\angle BOC = \angle AOB + \angle DOC - \angle AOD = 2x^\circ - y^\circ$ .